

УДК 681.513

## РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ СТАБИЛИЗАЦИИ ПЕРЕВЕРНУТОГО МАЯТНИКА ПО УГЛУ ОТКЛОНЕНИЯ\*

К.М. БОБОБЕКОВ<sup>1</sup>, А.А. ВОЕВОДА<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, аспирант кафедры автоматики. E-mail: kurbon\_111@mail.ru

<sup>2</sup> 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, доктор технических наук, профессор кафедры автоматики. E-mail: ucit@ucit.ru

Рассматриваются два случая одноканальной системы «регулятор – объект – обратная связь». Иногда такой регулятор называют однопараметрическим регулятором (*one parameter regulator*). Исследуется объект типа перевернутого маятника, последовательно соединенного с регулятором второго порядка. В этом случае перерегулирование стало меньше по сравнению с системой, включающей в себя регулятор третьего порядка, который исследовался в предыдущей статье. Регулятор рассчитан полиномиальным методом. Кроме того, исследуется система с двухпараметрическим регулятором (*two parameter regulator*), который позволяет задавать нули замкнутой системы, что невозможно выполнить при помощи однопараметрического регулятора. Приведена реализация двухпараметрического регулятора, содержащего всего лишь два интегратора. Для построенной системы управления показан переходный процесс, у которого перерегулирование равно нулю. Рассматривается статический режим системы управления с двухпараметрическим регулятором, который неудовлетворителен, так как в установившемся режиме выходной сигнал равен 0.04, что соответствует ошибке, равной 0.96. Также приведена структурная схема в статическом режиме, из которой становится ясной причина возникновения ошибки. Эта структурная схема получена переносом интеграторов через сумматор к объекту и при устремлении  $s \rightarrow 0$ .

**Ключевые слова:** полиномиальный метод синтеза, объект управления, перевернутый маятник, угол отклонения, система управления, двухпараметрический регулятор, переходный процесс, статический режим

DOI: 10.17212/2307-6879-2016-3-18-32

---

\* Статья получена 12 сентября 2016 г.

## ВВЕДЕНИЕ

Синтез регулятора для стабилизации углового положения перевернутого маятника, расположенного на движущейся основе, рассмотрен несколькими авторами. При этом используется как синтез в пространстве состояний, состоящий в последовательном вычислении наблюдателя полного или пониженного порядка, позволяющего вычислять оценку вектора состояния, и вычислении коэффициентов матрицы обратной связи [3], [5–9], [11], так и полиномиальный метод синтеза регулятора, стоящего в прямом канале (рис. 1, а) [3–4, 8–10, 12–13]. При расчетах в пространстве состояний необходимо отдельно решать вопрос астатизма. Расчет регуляторов полиномиальным методом существенно проще, но, к сожалению, показатели переходных процессов в вышеуказанных работах неудовлетворительны. Ниже анализируются результаты, приведенные в вышеуказанных исследованиях. В отличие от [10], где найден регулятор третьего порядка, ниже рассчитывается регулятор второго порядка.

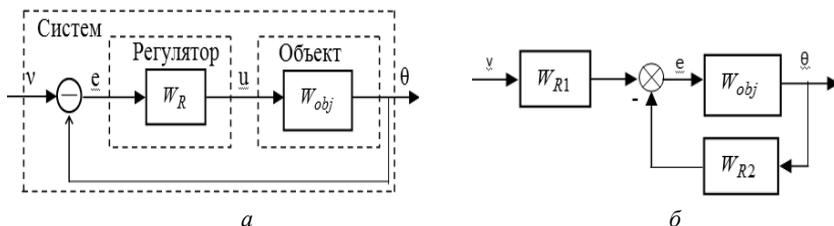


Рис. 1. Структурная схема системы управления с однопараметрическим (а) и двухпараметрическим (б) регуляторами

В предыдущих работах перерегулирование достигало 90 % [10]. Кроме того, приводится расчет двухпараметрического регулятора (*two parameter regulator*) [9]. Приведена схема реализации двухпараметрического регулятора (рис. 1, б). Это позволяет задавать нули замкнутой системы за счет увеличения числа параметров регулятора, но без повышения порядка регулятора. Из-за включения «одного из блоков» регулятора в обратную связь необходимо отдельно решать вопрос точности обработки задающего сигнала. Эта задача остается даже в случае использования регулятора, включающего в себя интегратор. Этот вопрос также исследован в данной работе.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Исследуем два варианта системы стабилизации перевернутого маятника, передаточная функция которого имеет следующий вид [1, 10, 13]:

$$W \left[ \frac{\theta(s)}{u(s)} \right] = \frac{n(s)}{d(s)} = -\frac{k_{\theta}}{s^2 - b}. \quad (1)$$

Далее вместо  $k_{\theta}$  будем писать  $k$ .

Первый вариант – использование однопараметрического регулятора, изображенного на рис. 1, а. Здесь регулятор  $W_R$  и объекта  $W_{ob}$  стоят последовательно: регулятор – объект – обратная связь. В нашем случае приняты следующие обозначения (рис. 2, а):  $v$  – задание,  $e$  – ошибка системы,  $u$  – управляющий сигнал,  $\theta$  – угловое положение маятника.

При полиномиальном методе синтеза степень полинома числителя регулятора равна степени знаменателя и выбирается на единицу меньше степени знаменателя объекта:

$$\partial x(s) = \partial y(s) = \partial d(s) - 1.$$

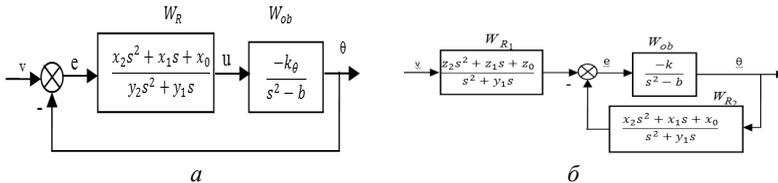


Рис. 2. Структурная схема системы «объект – регулятор»

Второй вариант – использование двухпараметрического регулятора, изображенного на рис. 1, б. Здесь регулятор состоит из двух частей:  $W_{R1}$  и  $W_{R2}$  (рис. 2, б). Здесь, в отличие от первого варианта, имеется возможность задания нулей с целью устранения перерегулирования.

## 2. РАСЧЕТ ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РЕГУЛЯТОРА В ПРЯМОМ КАНАЛЕ

Рассчитываем регулятор для неустойчивого объекта (1) типа перевернутого маятника [1–2, 10] полиномиальным методом. Запишем передаточную функцию регулятора:

$$W_R(s) = \frac{x(s)}{y(s)} = \frac{x_2 s^2 + x_1 s + x_0}{y_2 s^2 + y_1 s}. \quad (2)$$

Передаточная функция системы принимает вид

$$W_{sys}(s) = \frac{x(s) \cdot n(s)}{x(s) \cdot n(s) + y(s) \cdot d(s)}. \quad (3)$$

Запишем характеристический полином замкнутой системы (ХПЗС) в предположении, что полюса ее равны  $-\tau^{-1}$ , т. е. ХПЗС равен  $(\tau s + 1)^4$ . Следовательно, можем записать

$$x(s) \cdot n(s) + y(s) \cdot d(s) = (\tau s + 1)^4. \quad (4)$$

Значения полиномов  $d(s)$ ,  $y(s)$ ,  $n(s)$  и  $x(s)$  подставим из (1) и (2) в (4):

$$\begin{aligned} & (-k)(x_2 s^2 + x_1 s + x_0) + (s^2 - b)(y_2 s^2 + y_1 s) = \\ & = \tau^4 s^4 + 4\tau^3 s^3 + 6\tau^2 s^2 + 4\tau s + \tau^0 s^0. \end{aligned}$$

Раскроем скобки и запишем

$$\begin{aligned} & y_2 s^4 + y_1 s^3 + (-by_2 - kx_2)s^2 + (-by_1 - kx_1)s - kx_0 = \\ & = \tau^4 s^4 + 4\tau^3 s^3 + 6\tau^2 s^2 + 4\tau s + 1^0. \end{aligned} \quad (5)$$

Уравнение (5) можно записать в матричном виде:

$$A \cdot x = c,$$

или

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -b & 0 & -k & 0 & 0 \\ 0 & -b & 0 & -k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k \end{pmatrix}}_A \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} y_2 \\ y_1 \\ x_2 \\ x_1 \\ x_0 \end{pmatrix}}_x = \underbrace{\begin{pmatrix} \tau^4 \\ 4\tau^3 \\ 6\tau^2 \\ 4\tau \\ 1 \end{pmatrix}}_c.$$

Отсюда легко найти вектор  $x$  :

$$x = A^{-1}c.$$

Зададим параметры маятника:  $l = 4$  м,  $M = 0.25$  кг,  $m = 0.25$  кг [10], что при подстановке в (4) дает  $k=1$ ,  $b=5$ . В нашем случае  $c^t = (0.0016 \ 0.032 \ 0.24 \ 0.8 \ 1.0)$ . Найдем вектор  $x$ :

$$x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -5 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0.0016 \\ 0.032 \\ 0.24 \\ 0.8 \\ 1.0 \end{pmatrix},$$

или

$$x = \begin{pmatrix} 0.0016 \\ 0.032 \\ -0.248 \\ -0.96 \\ -1.0 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Подставим коэффициенты числителя и знаменателя регулятора в уравнение (2):

$$W_R(s) = \frac{x(s)}{y(s)} = \frac{x_2 s^2 + x_1 s + x_0}{y_2 s^2 + y_1 s} = \frac{-0.248s^2 - 0.96s - 1}{0.0016s^2 + 0.032s}. \quad (7)$$

Определяем передаточную функцию системы по формулам (3)

$$W_{sys}(s) = \frac{(-0.248s^2 - 0.96s - 1) \cdot (-1)}{(-0.248s^2 - 0.96s - 1) \cdot (-1) + (0.0016s^2 + 0.032s)(s^2 - 5)}$$

Для уменьшения перерегулирования в системе зададим полюса замкнутой системы  $\{-5, -5, -5, -5\}$ , что соответствует  $\tau = 0.2$ . Нули системы оказались равными  $\{-1.94, -1.94\}$ . Подставим значения параметров объекта и получим передаточную функцию системы:

$$W_{sys}(s) = \frac{0.248s^2 + 0.96s + 1}{0.0016s^4 + 0.032s^3 + 0.24s^2 + 0.8s + 1} \tag{8}$$

Переходный процесс системы для  $\tau = 0.2$  показан на рис. 3 ( $\sigma_1 = 57\%$ ), а переходный процесс системы, рассчитанной в [10], имеет  $\sigma = 90\%$ .

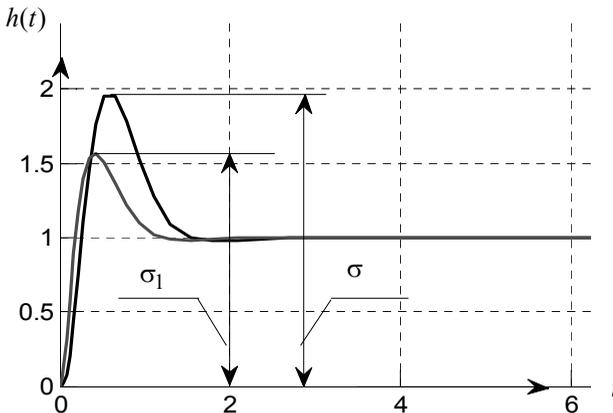


Рис. 3. Переходный процесс системы

В следующем разделе предлагается использовать двухпараметрический регулятор (рис. 1, б) с целью уменьшения перерегулирования. Переходный процесс в системе в предположении отсутствия нулей в (8) приведен на рис. 4 и соответствует нулевому перерегулированию.

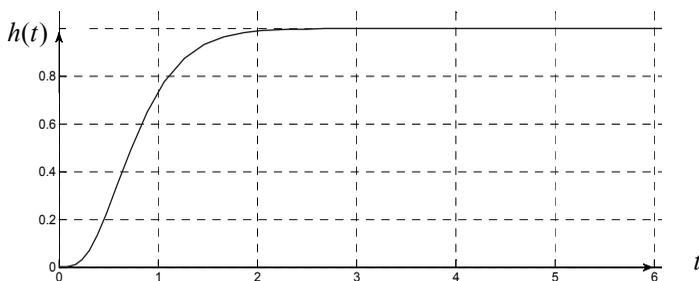


Рис. 4. Переходный процесс в системе при отсутствии нулей

### 3. РАСЧЕТ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РЕГУЛЯТОРА

Рассмотрим двухпараметрический регулятор  $\{W_{R1}, W_{R2}\}$  (рис. 1, б). Как и в предыдущем случае, выбираем второй порядок регулятора (рис. 2, б). Передаточная функция системы, приведенной на рис. 2, б, равна

$$W_{sys}(s) = \frac{-k \frac{z_2 s^2 + z_1 s + z_0}{s^2 - b}}{1 + \frac{x_2 s^2 + x_1 s + x_0}{s^2 + y_1 s} \frac{-k}{s^2 - b}}.$$

Откуда

$$W_{sys}(s) = \frac{-kz_2 s^2 - kz_1 s - kz_0}{s^4 + y_1 s^3 + (-b - kx_2)s^2 + (-by_1 - kx_1)s - kx_0}. \quad (9)$$

Полюса замкнутой системы (9) определяются характеристическим полиномом

$$s^4 + y_1 s^3 + (-b - kx_2)s^2 + (-by_1 - kx_1)s - kx_0.$$

Как и в предыдущих разделах, задаем полюса равными  $\{-5, -5, -5, -5\}$ :

$$s^4 + y_1 s^3 + (-b - kx_2)s^2 + (-by_1 - kx_1)s - kx_0 = (s + 5)^4.$$

Раскроем скобки справа:

$$\begin{aligned} s^4 + y_1 s^3 + (-b - kx_2) s^2 + (-by_1 - kx_1) s - kx_0 &= \\ = s^4 + 20s^3 + 150s^2 + 500s + 625. \end{aligned} \quad (10)$$

В результате приравнивания коэффициентов уравнения левой и правой частей получим систему линейных уравнений, которую можно записать в матричном виде:

$$Ax + q = c. \quad (11)$$

Развернем это уравнение:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -5 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}}_A \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} y_1 \\ x_2 \\ x_1 \\ x_0 \end{pmatrix}}_x + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_q = \underbrace{\begin{pmatrix} 20 \\ 150 \\ 500 \\ 625 \end{pmatrix}}_c.$$

Уравнение (11) позволяет определить коэффициенты регулятора, которые входят в вектор  $x$ :

$$x = A^{-1}(c - q) = \begin{pmatrix} 20 \\ -155 \\ -600 \\ -625 \end{pmatrix}.$$

Все нули выберем также равными  $\{-5, -5\}$ , что, по-видимому, форсирует переходный процесс. Из (9) следует

$$-z_2 s^2 - z_1 s - z_0 = s^2 + 10s + 25, \quad (12)$$

отсюда  $z_2 = -1$ ,  $z_1 = -10$  и  $z_0 = -25$ .

Подставим значения коэффициентов регулятора в выражения передаточных функций, приведенных на рис. 2, б:

$$W_{R1}(s) = \frac{z(s)}{y(s)} = \frac{z_2 s^2 + z_1 s + z_0}{s^2 + y_1 s} = \frac{-s^2 - 10s - 25}{s^2 + 20s};$$

$$W_{R_2}(s) = \frac{x(s)}{y(s)} = \frac{x_2 s^2 + x_1 s + x_0}{s^2 + y_1 s} = \frac{-155s^2 - 600s - 625}{s^2 + 20s}.$$

Используя формулу (9), получим передаточную функцию системы:

$$W_{sys}(s) = \frac{-s^2 - 10s - 25}{s^4 + 20s^3 + 150s^2 + 500s + 625}.$$

Структурная схема системы показана на рис. 5.

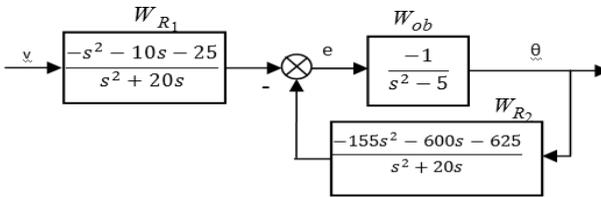


Рис. 5. Схема системы управления с двухпараметрическим регулятором

Найдем реализацию двухпараметрического регулятора, использующего два интегратора. Запишем уравнение ошибки в системе (рис. 5):

$$e = \frac{z_2 s^2 + z_1 s + z_0}{s^2 + y_1 s} v - \frac{x_2 s^2 + x_1 s + x_0}{s^2 + y_1 s} y.$$

В результате элементарных операций последовательно получим

$$(s^2 + y_1 s)e = (z_2 s^2 + z_1 s + z_0)v - (x_2 s^2 + x_1 s + x_0)y;$$

$$s^2 e + y_1 s e = z_2 s^2 v + z_1 s v + z_0 v - x_2 s^2 y - x_1 s y - x_0 y;$$

$$e = -\frac{y_1}{s} e + z_2 v + \frac{z_1}{s} v + \frac{z_0}{s^2} v - x_2 y - \frac{x_1}{s} y - \frac{x_0}{s^2} y;$$

$$e = z_2 v - x_2 y + \frac{1}{s}(-y_1 e + z_1 v - x_1 y + \frac{1}{s}(z_0 v - x_0 y)). \quad (13)$$

Уравнение (15) позволяет реализовать регулятор на основе двух интеграторов (рис. 6).

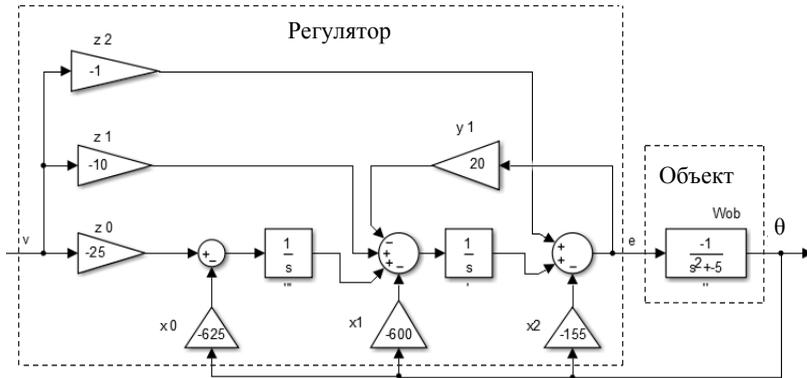


Рис. 6. Реализация двухпараметрического регулятора

Переходный процесс в системе с двухпараметрическим регулятором (рис. 6) показан на рис. 7, откуда следует, что время переходного процесса равно 0.9 с при нулевом перерегулировании.

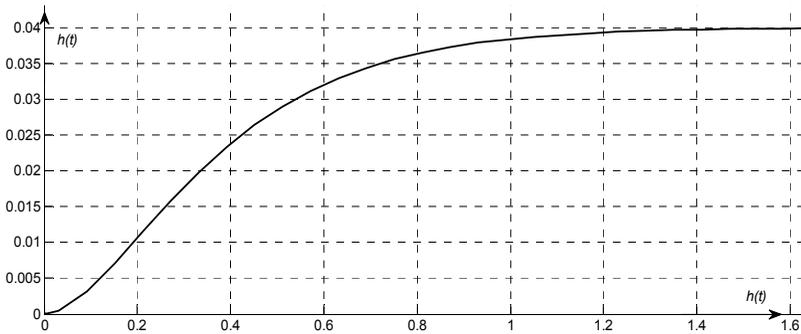


Рис. 7. Переходный процесс в системе с двухпараметрическим регулятором

Из рис. 7 следует, что в статическом режиме система работает неудовлетворительно, так как в установившемся режиме выходной сигнал равен 0.04, т. е. ошибка равна 0.96. Для анализа ошибок в установившемся режиме приведем соответствующую структурную схему (рис. 8), полученную из рис. 5 переносом интеграторов в прямую цепь объекта при устремлении  $s \rightarrow 0$ . Очевидно, что необходимо в канал задающего сигнала ввести корректирующий коэффициент 25.

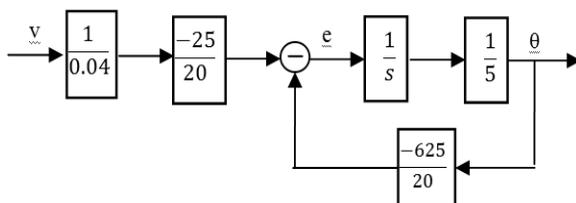


Рис. 8. Структурная схема системы с двухпараметрическим регулятором в статическом режиме

В результате этого получим ошибку в установившемся режиме, равную нулю.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В большинстве исследований используется так называемый однопараметрический регулятор (рис. 1, *a* и 2, *a*). В задаче стабилизации маятника на тележке также отдают предпочтение системе «регулятор – объект – обратная связь». Но в такой системе управления (рис. 1, *a*), как правило, не удается получить небольшое значение перерегулирования  $\sigma$ . Так, при использовании регулятора третьего порядка  $\sigma = 90\%$ , а для регулятора второго порядка  $\sigma = 57\%$  (рис. 3). В данной работе предложено использовать регулятор, состоящий из двух частей – «регулятор – объект – обратная связь – регулятор», который принято называть двухпараметрическим регулятором [9]. Это позволило уменьшить перерегулирование до нулевого значения (рис. 7). Объяснение следующее: избыточные параметры позволяют задать нули системы, совпадающие с некоторыми полюсами.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воевода А.А., Шоба Е.В. Управление перевернутым маятником // Сборник научных трудов НГТУ. – 2012. – № 2 (68). – С. 3–14.
2. Бобобеков К.М. Модель перевернутого маятника: частные случаи // Сборник научных трудов НГТУ. – 2015. – № 3 (81). – С. 21–42.
3. Бобобеков К.М., Воевода А.А. Полиномиальный метод синтеза ПИ(Д)-регулятора для неминимально фазового объекта // Сборник научных трудов НГТУ. – 2015. – № 4 (82). – С. 7–20.
4. Воевода А.А., Вороной В.В. Полиномиальный метод расчета многоканальных регуляторов заданной структуры // Научный вестник НГТУ. – 2013. – № 2 (51). – С. 214–218.

5. *Воевода А.А., Вороной В.В.* Модальный синтез регуляторов пониженного порядка методом дифференцирования характеристического полинома // Сборник научных трудов НГТУ. – 2011. – № 1 (63). – С. 3–12.
6. *Воевода А.А., Вороной В.В., Шоба Е.В.* Модальный синтез многоканального регулятора пониженного порядка с использованием «обратной» производной // Научный вестник НГТУ. – 2012. – № 1 (46). – С. 15–22.
7. *Воевода А.А.* Стабилизация двухмассовой системы: модальный метод синтеза с использованием полиномиального разложения // Научный вестник НГТУ. – 2010. – № 1 (38). – С. 195–198.
8. *Вороной В.В.* Полиномиальный метод расчета многоканальных регуляторов пониженного порядка: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01. – Новосибирск, 2013. – 173 с.
9. *Chen C.-T.* Linear system theory and design. – 3<sup>rd</sup> ed. – New York: Oxford University Press, 1999. – 334 p.
10. *Воевода А.А., Бобобеков К.М.* Активная идентификация параметров модели перевернутого маятника по углу при подаче на вход синусоидальных сигналов // Сборник научных трудов НГТУ. – 2016. – № 2 (84). – С. 21–37.
11. *Mehra R.K.* Optimal input for linear system identification // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1974. – Vol. 19, N 3. – P. 192–200.
12. *Ким Д.П.* Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы. – М.: Физматлит, 2003. – 288 с. – ISBN 5-9221-0379-2.
13. *Шоба Е.В.* Модальный метод синтеза многоканальных динамических систем с использованием полиномиального разложения: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01. – Новосибирск, 2013. – 192 с.
14. *Ljung L.* System identification: theory for the user. – 2<sup>nd</sup> ed. – Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall PTR, 1999. – 315 p.
15. *Bobobekov K.M., Voevoda A.A., Troshina G.V.* The active identification of parameters for the unstable object // XI Международный форум по стратегическим технологиям, IFOST–2016, Новосибирск, 1–3 июня 2016 г. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. – С. 594–596.

**Воевода Александр Александрович**, доктор технических наук, профессор кафедры автоматике Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – управление многоканальными объектами. Имеет более 200 публикаций. E-mail: ucit@ucit.ru

**Бобобеков Курбонмурод Мулломиракович**, специалист по технологиям машиностроения, 2008–2013 гг. – кафедра «Технология машиностроения, металлорежущие станки и инструменты» механико-технологического факультета Таджикского технического университета (ТТУ) им. акад. М.С. Осими.

С 2013 по 2015 г. ассистент Таджикского технического университета. С 2015 г. аспирант кафедры автоматике Новосибирского государственного технического университета. В настоящее время специализируется в области синтеза систем управления техническими системами. Имеет 5 публикаций. E-mail: kurbon\_111@mail.ru

## Calculation of controller parameters for the stabilization of the inverted pendulum by corner deviation \*

К.М. Bobobekov<sup>1</sup>, А.А. Voevoda<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospect, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, the post-graduate student of Department "Automatics" of Novosibirsk state technical university. E-mail: kurbon\_111@mail.ru

<sup>2</sup>Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospect, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, D. Sc. (Eng.), professor. E-mail: ucit@ucit.ru

Are considered two cases a single-channel system representing the yourself "controller - object - feedback". Sometimes this is called a one parametric regulator. Is investigate type object inverted pendulum connected in series with the regulator second-order. In this case the overshoot was lower compared with the system, which includes a control third-order, which was investigated in a previous article. The regulator is calculated by a polynomial method. Also is investigate system with *two-parameter regulator* (двухпараметрическим регулятором), which allows you to ask the zeros of the closed system that it is impossible performed using one-parameter regulator. Shows the implementation of the two-parameter regulator, containing only two integrators. For the constructed of the control system is shown the transition process, overshoot which is zero. Is considered a static control system mode with two-parameter regulator, which is not satisfactory, as in the steady mode, the output signal is equal 0.04 to that corresponding to an error equal 0.96. Also is shown a structural diagram a static mode, from which it is clear the cause of the error. This a structural diagram obtained transfer integrators through the adder to the object and aspiration  $s \rightarrow 0$ .

**Keywords:** polynomial synthesis method, control object, inverted pendulum, displacement angle, control system, two parameter regulator, transition process, static mode

DOI: 10.17212/2307-6879-2016-3-18-32

## REFERENCES

1. Voevoda A.A., Shoba E.B. Upravlenie perevernutym mayatnikom [About model inverted pendulum]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2012, no. 2 (68), pp. 3–14.

---

\* Received 12 September 2016.

2. Bobobekov K.M. Model' perevernutogo mayatnika: chastnye sluchai [The Model of the inverted pendulum: special cases]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2015, no. 3 (81), pp. 21–42.
3. Bobobekov K.M., Voevoda A.A. Polinomial'nyi metod sinteza PI(D)-regulyatora dlya neminimal'no fazovogo ob"ekta [Polynomial method synthesis of PI(D) regulator for non-minimum-phase object]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2015, no. 4 (82), pp. 7–20.
4. Voevoda A.A., Voronoi V.V. Polinomial'nyi metod rascheta mnogokanal'nykh regulyatorov zadannoi struktury [Polynomial method for calculating multi-channel controllers of a given structure]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 2 (51), pp. 214–218.
5. Voevoda A.A., Voronoi V.V. Modal'nyi sintez regulyatorov ponizhennogo poryadka metodom differentsirovaniya kharakteristicheskogo polinoma [Modal design of reduced order controllers by method of differentiation of the characteristic polynomial]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2011, no. 1 (63), pp. 3–12.
6. Voevoda A.A., Voronoy V.V., Shoba E.B. Modal'nyi sintez mnogokanal'nogo regulyatora ponizhennogo poryadka s ispol'zovaniem "obratnoi" proizvodnoi [Modal synthesis of multi-channel low-order controller using the "reverse" derivative principle for three-mass system]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2012, no. 1 (46), pp. 15–22.
7. Voevoda A.A. Stabilizatsiya dvukhmassovoi sistemy: modal'nyi metod sinteza s ispol'zovaniem polinomial'nogo razlozheniya [Stabilisation of two-mass system by a modal method of synthesis with polynomial factorization]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2010, no. 1 (38), pp. 195–198.
8. Voronoi V.V. Polinomial'nyi metod rascheta mnogokanal'nykh regulyatorov ponizhennogo poryadka. Diss. kand.tekhn. nauk [A polynomial method for calculating the multi-channel controllers low order. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2013.173 p.
9. Chen C.-T. *Linear system theory and design*. 3<sup>rd</sup> ed. New York, Oxford University Press, 1999. 334 p.
10. Voevoda A.A., Bobobekov K.M. Aktivnaya identifikatsiya parametrov modeli perevernutogo mayatnika po uglu pri podache na vkhod sinusoidal'nykh signalov [Active Identification of the Inverted Pendulum Model Data on Angle In

Applied to the Input Sinusoidal Signal]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 2 (84), pp. 21–37.

11. Mehra R.K. Optimal input for linear system identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, vol. 19, no. 3, pp. 192–200.

12. Kim D.P. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. T. 1. Lineinye sistemy* [The theory of automatic control. Vol. 1. Linear systems]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2003. 288 p. ISBN 5-9221-0379-2.

13. Shoba E.V. *Modal'nyi metod sinteza mnogokanal'nykh dinamicheskikh sistem s ispol'zovaniem polinomial'nogo razlozheniya*. Diss. kand.tekhn. nauk [The modal method for the synthesis of multi-channel dynamic systems using a polynomial expansion. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2013. 192 p.

14. Ljung L. *System identification: theory for the user*. 2<sup>nd</sup> ed. Upper Saddle River, NJ, Prentice Hall PTR, 1999. 315 p.

15. Bobobekov K.M., Voevoda A.A., Troshina G.V. [The active identification of parameters for the unstable object]. *XI Mezhdunarodnyi forum po strategicheskim tekhnologiyam, IFOST–2016* [The 11<sup>th</sup> International Forum on Strategic Technology IFOST–2016], Novosibirsk, 1–3 June 2016, pp. 594–596.