СБОРНИК **НАУЧНЫХ ТРУДОВ НГТУ. – 2015. – № 1(79).** – 7–22

ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

УДК 004.4'22

БЕЛЫЙ ШУМ В ЗАДАЧЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ*

И.Л. РЕВА[1], Г.В. ТРОШИНА[2]

[1] *630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, кандидат технических наук, декан факультета автоматики и вычислительной техники. E-mail: reva@corp.nstu.ru*
[2] *630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, кандидат технических наук, доцент кафедры вычислительной техники. E-mail: troshina@dean.cs.nstu.ru*

Теория вероятностей лежит в основе теоретических построений при изучении случайных процессов. Область применения случайных процессов постоянно растет. Это и автоматизированные системы управления, и теория автоматического управления, и автоматизация технологических процессов и производств, и вычислительная техника, и мониторинговые системы и сети, и т. п. В этой связи возникает необходимость использования соответствующей вероятностной интерпретации случайных явлений и процессов. Отметим, что теория случайных процессов представляет собой одну из наиболее важных частей теории вероятностей. Обширная литература по случайным процессам включает в себя не только классические учебники и учебные пособия, но и значительное число журнальных публикаций, в которых неспециалистам довольно сложно ориентироваться. Представляется целесообразным рассматривать основы теории случайных процессов с точки зрения практических приложений для различных областей науки и техники. В данной работе приводятся основные типы случайных процессов, такие как, например, процессы с независимыми приращениями, гауссовские случайные процессы, мартингалы, стохастические процессы, винеровские процессы, марковские случайные процессы, процессы типа белого шума. При рассмотрении дискретного времени характер развития процесса в ряде случаев позволяет получать, например, рекуррентные соотношения для формирования вероятностных характеристик. Приводятся примеры. Описание процессов с помощью небольшого числа задаваемых характеристик дает возможность вычислять распределения различных функционалов от процесса.

Ключевые слова: гассовский случайный процесс, марковский случайный процесс, белый шум, винеровский процесс, процесс с независимыми приращениями, спектральная плотность, стационарный процесс

DOI: 10.17212/2307-6879-2015-1-7-22

---

* Статья получена 30 января 2015 г.

ВВЕДЕНИЕ

Случайные процессы часто используются в исследованиях (в управлении, в идентификации и т. д.) [1–24]. Данная статья – это путеводитель при работе со случайными процессами. Здесь приводятся основные понятия, случайные сигналы, «близкие» к белому шуму.

Случайная величина. Дискретную случайную величину полностью охарактеризовать можно с помощью функции распределения, ряда распределения. Наиболее распространены законы: нормальный, равномерный, биномиальный, пуассоновский. Для непрерывной случайной величины наиболее часто используют такие характеристики, как функция распределения, плотность распределения.

Зачастую достаточно бывает указать только отдельные числовые параметры, такие как, например, математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение, начальные моменты, центральные моменты разных порядков (некоторые моменты носят специализированное название, например, асимметрия, эксцесс), мода, медиана.

Случайный вектор. Полная характеристика может быть получена с помощью функции распределения, плотности вероятности. Используются следующие числовые характеристики – корреляционный момент, коэффициент корреляции. Другой исчерпывающей характеристикой является вероятностная мера[1].

1. СЛУЧАЙНАЯ ФУНКЦИЯ

Под ***случайной функцией*** понимают функцию $X(t)$, значение которой при каждом заданном значении аргумента t является случайной величиной. В качестве примера можно рассматривать напряжение электропитания ЭВМ в зависимости от времени t или другой пример: температура воздуха в определенной местности в заданный момент времени в зависимости от высоты над поверхностью земли.

[1] Вероятностной мерой случайного вектора X называется такая функция множества $P_X(A)$, которая для каждого множества A возможных значений этого вектора равна вероятности появления какого-нибудь из значений, принадлежащих множеству A. Это определение выражается формулой $P_X(A) = P(X \in A)$, в которой X следует понимать как случайный вектор, а A – как любое множество, элементами которого являются возможные значения вектора x. Приведенное определение вероятностной меры применимо не только к скалярным и векторным случайным величинам, но и вообще к любым случайным объектам (в частности, к случайным функциям). При этом в приведенном определении X следует понимать как соответствующий случайный объект, а A – как любое множество, элементами которого являются возможные значения этого объекта. Таким образом, вероятностную меру можно считать наиболее общей и наиболее полной характеристикой случайных объектов [4, 9, 10].

Реализацией случайной функции $X(t)$ принято называть случайную функцию, полученную в результате опыта. Это уже детерминированная (неслучайная) функция времени, поскольку случайное событие является фиксированным. В результате различных испытаний, результат каждого из которых – случайная функция $X(t)$, получаются различные реализации $x_1(t), x_2(t),..., x_n(t)$ этой случайной функции. Все проведенные испытания отличаются друг от друга. На практике, если значения случайной функции фиксируются с каким-то интервалом в точках $t_1, t_2,..., t_n$, то получают n-мерный случайный вектор [1–6].

Случайную функцию $X(t)$, если t – время, называют ***случайным процессом***. Если состояние физической системы в заданный момент времени t можно охарактеризовать одной скалярной случайной величиной, то в этом случае оперируют понятием ***скалярной случайной функции***. Если же состояние системы можно описать несколькими случайными величинами, то говорят о наличии ***векторной случайной функции*** $X_1(t), X_2(t),..., X_k(t)$. N-мерный закон распределения является характеристикой для случайных процессов. Исчерпывающей характеристикой случайной функции с независимыми значениями является ее одномерный закон распределения [1–12]. Случайный процесс является ***процессом с дискретным временем***, если переходы системы из одного состояния в другое состояние происходят только в определенные известные моменты времени $t_1, t_2,..., t_n$. В качестве примера можно привести работу ЭВМ, где изменения состояния происходят в определенные моменты времени. Случайный процесс с дискретным временем принято также называть ***случайной последовательностью***.

Случайный процесс называется ***процессом с непрерывным временем***, если система переходит из одного состояния в другое состояние в любые случайные моменты времени. Изменение напряжения электропитания ЭВМ в зависимости от времени t – это пример случайного процесса с непрерывным временем (рис. 1). Если число возможных состояний системы конечно или счетно, то случайный процесс, протекающий в такой системе, принято называть ***процессом с дискретными состояниями***. И наоборот, если множество возможных состояний системы несчетно, то случайный процесс будет ***процессом с непрерывными состояниями***. В этом случае изменение напряжения электропитания ЭВМ в зависимости от времени t – это пример случайного процесса с непрерывными состояниями [7–12].

Таким образом, можно выделить: 1) случайные процессы с дискретными состояниями и дискретным временем, 2) процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем, 3) случайные процессы с непрерывными состояниями и дискретным временем, 4) случайные процессы с непрерывными состояниями и непрерывными временем. В качестве примера случайного процесса с дискретными состояниями и дискретным временем можно привести состояние оперативной памяти ЭВМ, где все возможные состояния оперативной памяти определены и изменения выполняются в дискретные моменты времени в соответствии с тактом работы ЭВМ. Последовательность значений температуры воздуха, измеренной дважды в сутки, – это пример случайного процесса с непрерывными состояниями и дискретным временем. Если случайная величина $X(t)$ является дискретной величиной, то одномерный закон распределения случайной величины $X(t)$ представляет собой ряд вероятностей того, что в момент времени t случайная величина $X(t)$ приняла значение x_1.

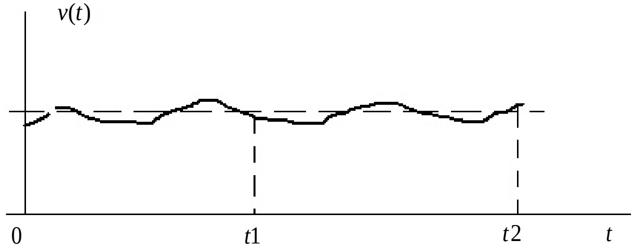

Рис. 1. Случайный процесс с непрерывным временем

На рис. 2 показана реализация дискретной случайной величины.

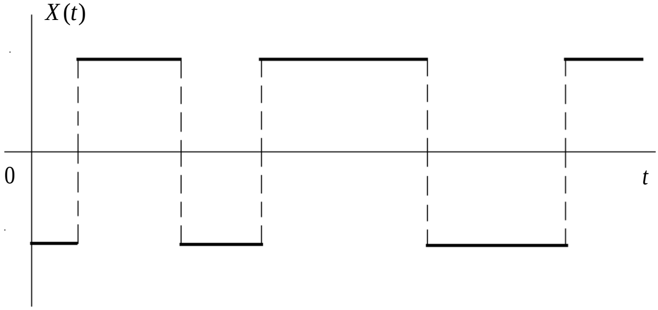

Рис. 2. Случайный процесс $X(t)$

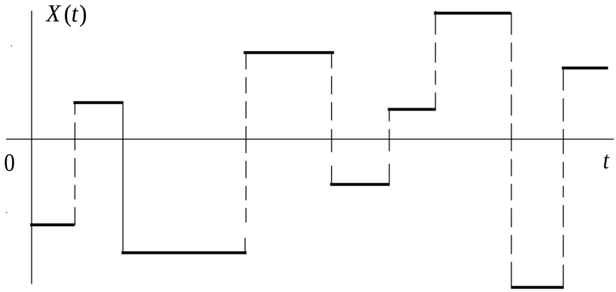

Рис. 3. Обобщенная случайная телеграфная волна

На рис. 3 представлен случайный процесс для потока событий типа «обобщенная случайная телеграфная волна». Процессы, изображенные на рис. 2 и 3, имеют различный вид, но их характеристики полностью совпадают. Таким образом, равенство математических ожиданий, дисперсий и корреляционных функций не означает равенства законов распределения этих процессов.

Спектральной плотностью стационарной случайной функции $X(t)$ называется предел отношения дисперсии, приходящейся на данный интервал частот – к длине этого интервала, когда она стремится к нулю. Спектральная плотность $S_x(w)$ и корреляционная функция связаны преобразованиями Фурье. Нормированной спектральной плотностью называется спектральная плотность, деленная на дисперсию случайной функции $X(t)$:

$$s_x(w) = S_x(w) / D_x .$$

Нормальный гауссовский процесс – это процесс, для которого все конечномерные законы распределения являются нормальными. При любых линейных преобразованиях нормального процесса он остается нормальным.

2. БЕЛЫЙ ШУМ

Во многих практически важных случаях математическое ожидание и корреляционная функция полностью определяют закон распределения случайной функции. Случайная функция с некоррелированными значениями в общем случае не может быть полностью охарактеризована никаким конечномерным законом распределения.

Важным свойством случайного процесса является его стационарность. Говорят, что случайный процесс является ***стационарным в узком смысле***, если его все конечномерные распределения не меняются при сдвиге по времени. Случайный процесс, для которого при сдвиге по времени не меняются математическое ожидание, дисперсия, корреляционная функция, является ***стационарным процессом в широком смысле***. Понятие «стационарность» означает неизменность какого-либо свойства по времени. Случайный процесс называют эргодическим в строгом смысле, если все его характеристики могут быть получены по одной его бесконечно длинной реализации. В случае, если можно получить только некоторые характеристики процесса, данный процесс будет эргодическим только относительно этих характеристик.

Будем называть ***белым шумом*** любую случайную функцию с некоррелированными значениями, имеющую бесконечную дисперсию и конечную дисперсию интеграла от нее по любой конечной области изменения аргумента. Или, иначе, белый шум – это случайная функция с математическим ожиданием, равным нулю, и корреляционной функцией, которая содержит δ-функцию разности аргументов:

$$m_x(t) \equiv 0\,,\ K_x(t,t') = G(t)\delta(t-t')\,.$$

Множитель $G(t)$ характеризует ***интенсивность белого шума***. Стационарным белым шумом называется белый шум с постоянной интенсивностью $G(t) = G = \text{const}$ [4–12].

Корреляционная функция стационарного белого шума имеет вид

$$k_x(\tau) = G\delta(\tau)\,,$$

при этом его спектральная плотность постоянна и равна

$$S_x(w) = G/2\pi\,.$$

Дисперсия стационарного белого шума $D_x = G\delta(0)$, т. е. бесконечна.

Белый шум – это случайный процесс, стационарный в широком смысле, значения которого в различные моменты времени некоррелированы. Как правило, математическое ожидание и корреляционная функция полностью определяют закон распределения случайной функции.

Интеграл от случайной функции с некоррелированными (в частном случае независимыми) значениями представляет собой случайную функцию с некоррелированными (соответственно, независимыми) приращениями на неперекрывающихся областях изменения аргумента. Интеграл от случайной функции с некоррелированными значениями имеет конечную дисперсию только в том случае, если дисперсия этой случайной функции бесконечна.

3. ПРИМЕРЫ

Пример 1. В качестве примера белого шума можно рассматривать флуктуации напряжения на входе рассматриваемой цепи при произвольной зависимости средней плотности импульсов от времени $\mu(t)$. Для определения математического ожидания и корреляционной функции флуктуации напряжения на входе цепи с электронной лампой получим

$$m_x(t) = a_1\mu(t)\ ,$$

$$K_x(t,t') = a_2\mu(t)\delta(t-t')\ .$$

В данном случае центрированная случайная функция на входе цепи представляет собой белый шум с переменной интенсивностью $a_2\mu(t)$.

Таким образом, центрированная случайная функция X на выходе RC-цепочки стремится в пределе к белому шуму, если постоянная времени T стремится к нулю [4–6, 9, 10].

Вообще белый шум можно получить предельным переходом из любой случайной функции X, корреляционная функция которой убывает достаточно быстро с увеличением модуля разности $t-t'$.

Полагая

$$K_x(t,t') = De^{-\alpha|t-t'|}, \tag{1}$$

$D = k\alpha,$ и переходя к пределу при $\alpha \to \infty$, получим белый шум как непрерывную бесконечно плотную последовательность бесконечно малых импульсов. Интенсивность каждого импульса бесконечно мала, так как она измеряется произведением средней длительности импульса $1/\alpha$ на его среднюю силу $\sqrt{D} = \sqrt{k\alpha}$.

Можно сказать, что понятию белого шума соответствуют различные физические и математические модели.

Пример 2. Найти математическое ожидание и корреляционную функцию производной случайной функции с независимыми приращениями. Так как математическое ожидание рассматриваемой случайной функции $X(t)$ тождественно равно нулю, то и математическое ожидание производной $X'(t)$ тождественно равно нулю.

Найдем взаимную корреляционную функцию случайной функции X и ее производной X':

$$K_{xy_1}(t,t') = \frac{\partial K_x(t,t')}{\partial t'} = \begin{cases} 0 & (t < t'), \\ 1 & (t > t'). \end{cases} \tag{2}$$

Эта формула показывает, что случайная функция X некоррелирована со значениями своей производной при последующих значениях аргумента. Этот результат можно было заранее предвидеть, зная, что приращения случайной функции X на неперекрывающихся интервалах независимы. Так как правая часть формулы (2) представляет собой единичную ступенчатую функцию разности $t-t'$, то, дифференцируя формулу (2) по t, получаем, что корреляционная функция производной X' есть δ-функция:

$$K_{y_1}(t,t') = \frac{\partial^2 K_x(t,t')}{\partial t \partial t'} = \delta(t-t').$$

Таким образом, производная случайной функции с независимыми приращениями представляет собой белый шум.

Для того чтобы интеграл от случайной функции с некоррелированными значениями имел отличную от тождественного нуля корреляционную функцию, необходимо, чтобы корреляционная функция этой случайной функции обращалась при $t'=t$ в бесконечность как δ-функция разности $t-t'$, т. е. чтобы эта случайная функция была белым шумом [2–6].

Пример 3. Случайная функция X связана с белым шумом V, имеющим единичную интенсивность X, линейным дифференциальным уравнением

$$a_1(t)X' + a_0(t)X = V \tag{3}$$

и равна нулю при $t = t_0$. Найти математическое ожидание и корреляционную функцию случайной функции X.

Случайную функцию, корреляционная функция которой определяется формулой (1), можно рассматривать как результат прохождения белого шума через линейную систему, поведение которой описывается линейным дифференциальным уравнением первого порядка с постоянными коэффициентами.

Легко видеть, что любую случайную функцию, корреляционная функция которой выражается формулой вида

$$K_x(t,t') = \begin{cases} q_1(t')q_2(t) & (t<t'), \\ q_1(t)q_2(t') & (t>t'), \end{cases} \tag{4}$$

можно представить как случайную функцию, связанную с некоторым белым шумом линейным дифференциальным уравнением (3) [4–6, 9, 10].

Можно выразить произвольную случайную функцию через более простую случайную функцию – белый шум. Таким образом, можно представить случайную функцию X в виде

$$X(t) = m_x(t) + \int\limits_{\Lambda} V(\lambda)\, x(t,\lambda)\, d\lambda, \tag{5}$$

где $V(\lambda)$ – белый шум параметра λ, а $x(t,\lambda)$ – некоторая (неслучайная) функция аргумента t и параметра λ.

Выразив случайную функцию X интегральным каноническим представлением (5), можно вычислить ее корреляционную функцию. В результате получим

$$K_x(t,t') = \int_{\Lambda} G(\lambda)\, x(t,\lambda)\, \overline{x(t',\lambda)}\, d\lambda\,, \tag{6}$$

где $G(\lambda)$ – интенсивность белого шума $V(\lambda)$. Всякое представление корреляционной функции в виде интеграла (6) мы будем называть интегральным каноническим представлением корреляционной функции. Отсюда видно, что интегральному каноническому представлению (5) случайной функции X соответствует интегральное каноническое представление (6) ее корреляционной функции [4–11].

Пример 4. Найти каноническое разложение белого шума с постоянной интенсивностью, равной k, в интервале $a < t < a + T$.

В данном случае математическое ожидание случайной функции X тождественно равно нулю, а корреляционная функция определяется формулой

$$K_x(t,t') = k\delta(t - t')\,.$$

Каноническое разложение рассматриваемой случайной функции и ее корреляционной функции имеет вид

$$X(t) = \frac{1}{T}\sum_{\nu=-\infty}^{\infty} V_\nu e^{iw_\nu t}\,,$$

$$K_x(t,t') = \frac{k}{T}\sum_{\nu=-\infty}^{\infty} V_\nu e^{iw_\nu (t-t')}\,.$$

Выражение белого шума V через случайную функцию X имеет следующий вид:

$$V(\lambda) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X^0(t) e^{-i\lambda t} dt\,.$$

Пример 5. Найти корреляционную функцию стационарной случайной функции, спектральная плотность которой постоянна:

$$s_x(\omega) = s_0\,.$$

Корреляционная функция имеет вид

$$k_x(\tau) = s_0 \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega\tau} d\omega = 2\pi s_0 \delta(\tau) .$$

Таким образом, стационарная случайная функция с постоянной спектральной плотностью s_0 представляет собой белый шум, интенсивность которого постоянна и равна $2\pi s_0$. Аналогия постоянной спектральной плотности и одинаковой интенсивности всех спектральных компонент в белом свете лежит в основе термина «белый шум» [4–6, 9, 10].

Случайные функции $V_r(\omega)$ являются некоррелированными белыми шумами, и, следовательно, формула

$$X_h(t) = m_h^x + \sum_{r=1}^{n} \int_{-\infty}^{\infty} V_r(\omega) a_{rh}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \tag{7}$$

дает интегральное каноническое представление стационарной векторной случайной функции X типа

$$X_h(t) = m_h^x(t) + \sum_{\nu=1}^{N} \int_{\Lambda_\nu} V_\nu(\lambda) x_{\nu h}(t,\lambda) d\lambda$$

Формулу (7) можно написать также в виде

$$X_h(t) = m_h^x + \int_{-\infty}^{\infty} U_h(\omega) e^{i\omega t} d\omega,$$

где

$$U_h(\omega) = \sum_{r=1}^{n} a_{rh}(\omega) V_r(\omega) .$$

Случайные функции $U_h(\omega)$ представляют собой коррелированные белые шумы.

В приложениях часто приходится иметь дело с неоднородным линейным преобразованием функции, которое представляет собой сумму результата преобразования данной функции произвольным линейным оператором и некоторой определенной функции:

$$y(s) = Ax(t) = Lx(t) + \phi(s) .$$

В этой формуле через A обозначен неоднородный линейный оператор, через L – линейный оператор, а через $\phi(s)$ – определенная функция, не зависящая от функции-аргумента $x(t)$. Под динамической системой понимается всякая система, состояние которой изменяется под влиянием внешних воздействий.

4. МАРКОВСКИЙ СЛУЧАЙНЫЙ ПРОЦЕСС

Процесс с независимыми приращениями – это процесс, для которого приращения являются статистически независимыми для любых n.

Винеровский случайный процесс – это N-мерный случайный процесс с независимыми приращениями, для которого при любых $t_1 < t_2$ случайный вектор распределен по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей вида $(t_2 - t_1)s^2 I_n$, где I_n – единичная матрица порядка n. Винеровский случайный процесс является нестационарным процессом, при этом в одномерном случае его дисперсия растет линейно по времени. Винеровский случайный процесс является нормальным процессом [8–13].

Марковским случайным процессом, или случайным процессом без последствия, называется случайная функция скалярной переменной t, значения которой при значениях $t_1 < t_2 < \ldots < t_n$ переменной t при любом X образуют простую цепь Маркова. Это выражается фразой «будущее зависит от прошлого только через настоящее». Двумерный закон распределения является исчерпывающей характеристикой марковского случайного процесса.

Отметим, что винеровский процесс является марковским процессом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье сделан краткий обзор некоторых вероятностных методов, учитывающих влияние случайных помех и шумов на работу современных автоматических устройств в реальных условиях функционирования. Представленный список литературы не претендует на полноту, в него включены лишь некоторые учебники и статьи. Существующие математические модели для типичных случайных явлений позволят разработать подходящие методы решения для таких задач, как, например, задачи фильтрации, прогнозирования, управления, планирования экспериментов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Боровков А.А.* Теория вероятностей: учебное пособие для вузов. – 2-е изд., доп. – М.: Наука, 1986. – 432 с.

2. *Прохоров Ю.В., Розанов Ю.А.* Теория вероятностей. – М.: Наука, 1967. – 496 с.

3. *Розанов Ю.А.* Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика: учебник для вузов. – М.: Наука, 1985. – 320 с.

4. *Пугачев В.С.* Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. – М.: Физматлит, 1960. – 884 с.

5. *Гихман И.И., Скороход А.В.* Теория случайных процессов. В 2 т. Т. 2. – М.: Наука, 1973. – 640 с.

6. *Карлин С.* Основы теории случайных процессов: пер. с англ. – М.: Мир, 1971. – 536 с.

7. *Тутубалин В.Н.* Теория вероятностей и случайных процессов: учебное пособие. – М.: Изд-во МГУ, 1992. – 400 с.

8. *Острем К.Ю.* Введение в стохастическую теорию управления: пер. с англ. – М.: Мир, 1973. – 320 с.

9. *Вентцель А.Д.* Курс теории случайных процессов. – 2-е изд., доп. – М.: Наука, 1996. – 399 с.

10. *Вентцель Е.С., Овчаров Л.А.* Теория случайных процессов и ее инженерные приложения: учебное пособие для втузов. – 2-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2000. – 383 с.

11. *Вентцель Е.С., Овчаров Л.А.* Прикладные задачи теории вероятностей. – М.: Радио и связь, 1983. – 416 с.

12. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей: учебник для вузов. – 5-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 1998. – 576 с.

13. *Безручко Б.П., Смирнов Д.А.* Математическое моделирование и хаотические временные ряды. – Саратов: Колледж, 2005. – 320 с.

14. *Катасонов Д.Н.* О системе мобильного мониторинга сердечной деятельности человека: получение и фильтрация сигналов ЭКГ // Сборник научных трудов НГТУ. – 2012. – № 4 (70). – С. 119–130.

15. *Рева И.Л.* Сравнительный анализ объективных методов оценки разборчивости // Сборник научных трудов НГТУ. – 2010. – № 1 (59). – С. 91–102.

16. *Авроров С.А., Хайретдинов М.С.* Распределенная обработка данных в мониторинговых системах и сетях // Научный вестник НГТУ. – 2010. – № 2 (39). – С. 3–12.

17. *Трошина Г.В.* Активная идентификация линейных динамических дискретных стационарных объектов во временной области: дис. … канд. техн. наук: 05.13.01 / Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск, 2007. – 171 с.

18. *Воевода А.А., Трошина Г.В.* Оценивание параметров моделей динамики и наблюдения для линейных стационарных дискретных систем с использованием информационной матрицы Фишера // Научный вестник НГТУ. – 2006. – № 3 (24). – С. 199–200.

19. *Трошина Г.В.* О методах оценивания вектора состояния в задачах идентификации // Сборник научных трудов НГТУ. – 2012. – № 1 (67). – С. 69–78.

20. *Воевода А.А., Трошина Г.В.* Активная идентификация линейных стационарных динамических объектов на основе информационной матрицы Фишера: установившийся режим // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2014): материалы XII международной конференции. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2014. – С. 13–16.

21. *Трошина Г.В.* Об использовании фильтра Калмана при идентификации динамических систем // Сборник научных трудов НГТУ. – 2014. – № 3 (77). – С. 37–52.

22. *Трошина Г.В.* Об активной идентификации динамических объектов // Сборник научных трудов НГТУ. – 2014. – № 4 (78). – С. 41–52.

23. *Трушин В.А., Рева И.Л., Иванов А.В.* Усовершенствование методики оценки разборчивости речи в задачах защиты информации // Ползуновский вестник. – 2012. – № 3–2. – С. 238–241.

24. *Рева И.Л., Трушин В.А., Иванов А.В.* Реализация оптимальной помехи при защите речевой информации от утечки по акустическому и виброакустическому каналам // Научный вестник НГТУ. – 2011. – № 4. – С. 140–145.

Рева Иван Леонидович – кандидат технических наук, декан факультета автоматики и вычислительной техники Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – защита речевой информации. Имеет более 20 публикаций. E-mail: reva@corp.nstu.ru

Трошина Галина Васильевна – кандидат технических наук, доцент кафедры вычислительной техники Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – идентификация динамических объектов. Имеет более 50 публикаций. E-mail: troshina@dean.cs.nstu.ru

White noise in the identification problem [*]

I.L. Reva[1], G.V. Troshina[2]

[1] *Novosibirsk State Technical University, 20 Karl Marks Avenue, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, candidate of Technical Sciences, dean, faculty of automation and computer engineering. E-mail: reva@corp.nstu.ru*
[2] *Novosibirsk State Technical University, 20 Karl Marks Avenue, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, candidate of Technical Sciences, associate professor of the computer engineering department. E-mail: troshina@dean.cs.nstu.ru*

The probability theory is the cornerstone of theoretical constructions when studying casual processes. The scope of stochastic processes constantly grows. It both automated control systems, and the theory of automatic control, and the automation of technological processes and productions, both computer facilities, and monitoring systems and networks, etc. In this regard there is a need of use of the corresponding probabilistic interpretation of the stochastic phenomena and processes. We will note that the theory of stochastic processes represents one of the most important parts of the probability theory. The extensive literature on stochastic processes includes not only classical textbooks and manuals, but also the considerable number of journal publications in which it is quite difficult to nonspecialists to be guided. It is advisable to cover basics of the theory of stochastic processes from the point of view of practical applications for various areas of the science and the technology. The main types of stochastic processes are given in this work, such, as, for example, processes with independent increments, Gaussian stochastic processes, martingales, stochastic processes, Wiener processes, Markov stochastic processes, processes like white noise. For discrete time the nature of the process development in some cases allows to receive, for example, the recurrence relations for probabilistic characteristics formation. Examples are given. The processes description by means of a small number of the set characteristics gives opportunity to calculate the various functionalities distributions from the process.

Keywords: Gaussian stochastic process, Markov stochastic process, white noise, Wiener process, process with independent increments, spectral density, stable process

DOI: 10.17212/2307-6879-2015-1-7-22

REFERENCES

1. Borovkov A.A. *Teoriya veroyatnostei* [Probability theory]. Moscow, Nauka Publ., 1986. 432 p.
2. Prokhorov Yu.V., Rozanov Yu.A. *Teoriya veroyatnostei* [Probability theory]. Moscow, Nauka Publ., 1967. 496 p.
3. Rozanov Yu.A. *Teoriya veroyatnostei, sluchainye protsessy i matematicheskaya statistika* [Probability theory, stochastic processes and mathematical statistics]. Moscow, Nauka Publ., 1985. 320 p.
4. Pugachev V.S. *Teoriya sluchainykh funktsii i ee primenenie k zadacham avtomaticheskogo upravleniya* [Theory stochastic functions and its application to problems of automatic control]. Moscow, Fizmatlit Publ., 1960. 884 p.

[*] *Received 20 January 2014.*

5. Gikhman I.I., Skorokhod A.V. *Teoriya sluchainykh protsessov*. V 2 t. T. 2 [Theory stochastic processes]. Moscow, Nauka Publ., 1973. 640 p.

6. Karlin S. *A first course in stochastic processes.* New York, London, Academic Press, 1968. 502 p. (Russ. ed.: Karlin S. *Osnovy teorii sluchainykh protsessov.* Translated from English. Moscow, Mir Publ., 1971. 536 p.).

7. Tutubalin V.N. *Teoriya veroyatnostei i sluchainykh protsessov* [Probability theory and stochastic processes]. Moscow, MSU Publ., 1992. 400 p.

8. Åström K.J. *Introduction to stochastic control theory*. New York, London, Academic Press, 1970. 299 p. (Russ. ed.: Ostrem K.Yu. *Введение в стохастическую теорию управления.* Translated from English. Moscow, Mir Publ., 1973. 320 p.).

9. Venttsel’ A.D. *Kurs teorii sluchainykh protsessov* [Course of the stochastic processes theory]. Moscow, Nauka Publ., 1996. 399 p.

10. Venttsel' E.S., Ovcharov L.A. *Teorii sluchainykh protsessov i ee inzhenernye prilozheniya* [Stochastic processes theory and its engineering applications]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2000. 383 p.

11. Venttsel’ E.S., Ovcharov L.A. *Prikladnye zadachi teorii veroyatnostei* [Applied problems of probability theory]. Moscow, Radio i svyaz’ Publ., 1983. 416 p.

12. Venttsel’ E.S. *Teoriya veroyatnostei* [Probability theory]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1998. 576 p.

13. Bezruchko B.P., Smirnov D.A. *Matematicheskoe modelirovanie i khaoticheskie vremennye ryady* [Mathematical modeling and chaotic time series]. Saratov, Kolledzh Publ., 2005. 320 p.

14. Katasonov D.N. O sisteme mobil’nogo monitoring serdechnoi deyatel’nosti cheloveka: poluchenie i fil’tratsiya signalov EKG [About mobile monitoring system of human heartbeat: receiving and filtering ECG signals]. *Sbornik nauchnyh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2012, no. 4 (70), pp. 119–130.

15. Reva I.L. Sravnitel’nyi analiz ob”ektivnykh metodov otsenki razborchivosti [Comparative analysis of objective methods of speech legibility evaluation]. *Sbornik nauchnyh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2010, no. 1 (59), pp. 91–102.

16. Avrorov S.A., Khairetdinov M.S. Raspredelennaya obrabotka dannykh v monitoringovykh sistemakh i setyakh [Distributed data processing in monitoring systems and monitoring networks]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science Bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2010, no. 2 (39), pp. 3–12.

17. Troshina G.V. *Aktivnaya identifikatsiya lineinykh dinamicheskikh diskretnykh statsionarnykh ob"ektov vo vremennoi oblasti.* Dis. kand. tekhn. nauk.

[Active identification of linear dynamic discrete stationary objects in a time domain. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2007. 171 p.

18. Voevoda A.A., Troshina G.V. Otsenivanie parametrov modelei dinamiki i nablyudeniya dlya lineinykh statsionarnykh diskretnykh sistem s ispol'zovaniem informatsionnoi matritsy Fishera [Parameters estimation of dynamics and supervision models for linear stationary discrete systems with use of Fischer information matrix]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science Bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2006, no. 3 (24), pp. 199–200.

19. Troshina G.V. O metodakh otsenivaniya vektora sostoyaniya v zadachakh identifikatsii [About state vector estimation methods in identification problems]. *Sbornik nauchnyh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2012, no. 1 (67), pp. 69–78.

20. Voevoda A.A., Troshina G.V. [Active identification of linear stationary dynamic objects on base of the Fisher information matrix: the steady state]. *Aktual'nye problemy elektronnogo priborostroeniya (APEP–2014): materialy XII mezhdunarodnoi konferentsii, 2–4 oktyabrya 2014 g.:* v 7 t. [12th International conference on Actual problems of electronic instrument engineering, APEIE 2014, 2–4 October 2014: in 7 vol.]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2012, vol. 7, pp. 13–16. (In Russian)

21. Troshina G.V. Ob ispol'zovanii fil'tra Kalmana pri identifikatsii dinamicheskikh sistem [About Kalman filter using for dynamic systems identification]. *Sbornik nauchnyh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2014, no. 3 (77), pp. 37–52.

22. Troshina G.V. Ob aktivnoi identifikatsii dinamicheskikh ob"ektov [About active identification of dynamic objects]. *Sbornik nauchnyh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2014, no. 4 (78), pp. 41–52.

23. Trushin V.A., Reva I.L., Ivanov A.V. Usovershenstvovanie metodiki otsenki razborchivosti rechi v zadachakh zashchity informatsii [Improvement of a methodfor legibility of speech assessment in the information security objects]. *Polzunovskii vestnik – Polzunov bulletin*, 2012, no. 3–2, pp. 238–241.

24. Reva I.L., Trushin V.A., Ivanov A.V. Realizatsiya optimal'noi pomekhi pri zashchite rechevoi informatsii ot utechki po akusticheskomu i vibroakusticheskomu kanalam [Optimum noise detection for voice data protecting from leaking through acoustic and vibroacoustic channels]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science Bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2011, no. 4 (45), pp. 140–145.