

УДК 621.3.049.779

**ВЛИЯНИЕ КРАЕВЫХ ЭФФЕКТОВ
НА ФУНКЦИОНИРОВАНИЕ МЭМС****В.П. Драгунов, В.Ю. Доржиев***Новосибирский государственный технический университет*

При разработке и создании электростатических МЭМС возникает необходимость в определении электрической емкости и электростатических сил, действующих между различными частями конструкции. Эти параметры могут быть рассчитаны с использованием различных подходов. Наиболее распространенным является подход, в рамках которого не учитываются краевые эффекты, однако он приводит к большим погрешностям в случае, когда межэлектродные расстояния соизмеримы с линейными размерами самих электродов. Использование САПР, основанных на методах конечных или граничных элементов, позволяет получить более точные оценки, однако требует большого количества времени и мощной вычислительной техники, а также затрудняет дальнейшие процессы оптимизации и проектирования. На начальных этапах проектирования МЭМС требуются быстрые и наглядные методы расчета электростатических взаимодействий. Поэтому большой интерес представляет поиск аналитических выражений, позволяющих вычислять емкости и силы с достаточной для практических применений точностью. В данной работе представлены результаты экспериментальных и теоретических исследований электростатических взаимодействий в МЭМС с плоскопараллельными электродами. В 2D-приближении рассчитаны зависимости емкости и электростатической силы от величины межэлектродного зазора с учетом их конечных размеров и перераспределения зарядов. Проводится сравнение экспериментальных и теоретических результатов. Приводятся аппроксимационные формулы для расчета емкости и силы с учетом краевых эффектов. Оценены пределы применимости формул, учитывающих краевые эффекты в 2D-приближении.

Ключевые слова: МЭМС, электрическая емкость, краевые эффекты, метод площадок, метод граничных элементов, аппроксимационные формулы.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-1-48-61

Введение

Современный период развития полупроводниковой электроники неразрывно связан с микроэлектромеханическими системами (МЭМС). Основные области их применения: автомобильная промышленность; аэрокосмическая, вычислительная, медицинская и бытовая техника; средства обеспечения безопасности; индустриальные системы и телекоммуникации.

При разработке электростатических МЭМС возникает необходимость в определении электрической емкости и электростатических сил, действующих между различными частями конструкции.

Эти параметры могут быть рассчитаны с использованием различных подходов. Наиболее распространенным является подход, в рамках которого не учитываются краевые эффекты. На основе такого подхода получена, например, формула для оценки емкости идеального плоского конденсатора (ИПК), которая, однако, приводит к большим погрешностям в случае, когда межэлектродные расстояния соизмеримы с линейными размерами самих электродов. Для некоторых простейших случаев в литературе встречаются аналитические выражения для расчета емкостей и электростатических сил с учетом краевых эффектов [1–7]. Однако эти выражения имеют достаточно ограниченный (часто неопределенный) интервал при-

менности. Использование САПР, основанных на методах конечных (МКЭ) или граничных элементов (МГЭ) (ANSYS, CoventorWare, ELCUT, FastCap и др.), позволяет получить более точные оценки, однако требует большого количества времени и мощной вычислительной техники, а также затрудняет дальнейшие процессы оптимизации и проектирования МЭМС с одновременным учетом электрических и механических взаимодействий. Расчет же с использованием табличных данных [8] не обладает достаточной гибкостью, которая необходима на начальных этапах проектирования, кроме того, как правило, интервал применимости этих данных существенно ограничен.

На начальных этапах проектирования МЭМС требуются быстрые и наглядные методы расчета электростатических взаимодействий. Поэтому большой интерес представляет поиск аналитических выражений, позволяющих вычислять емкости и силы с достаточной для практических применений точностью. По мере уточнения моделей, используемых для анализа МЭМС, уточняются и модели, используемые для учета электростатических взаимодействий [3–7, 9–13].

В данной работе проводится экспериментальное и теоретическое исследование влияния краевых эффектов, связанных с конечными размерами электродов, на функционирование МЭМС с плоскопараллельной двухэлектродной структурой.

1. Методика эксперимента

На рис. 1 приведено схематическое изображение двухэлектродного плоскопараллельного конденсатора, используемого в работе для моделирования и измерения зависимости емкости системы от величины межэлектродного зазора.

В качестве объекта исследования использовалась модель МЭМС, представляющая собой два плоских параллельных проводящих электрода, в расчетах принималось, что электроды имеют длину a и ширину b , а межэлектродный зазор равен d (рис. 1). Межэлектродный зазор был заполнен воздухом. В эксперименте электроды закреплялись на диэлектрических подложках, которые в свою очередь монтировались на штативах измерительного прибора ИЗА-2, что позволяло устанавливать межэлектродный зазор с точностью 0,5 мкм.

Для измерения емкости использовался цифровой RLC измеритель Е7-22, позволяющий измерять емкости от 0,1 пФ до 20 мФ с погрешностью $\pm 0,7\%$. Паразитная емкость составляла от 1,5 до 4,2 пФ и в дальнейшем вычиталась из экспериментальных зависимостей.

2. Методика расчета

Для расчета зависимостей емкости от величины межэлектродного зазора использовались два метода: метод площадок (МП) [8, 11–13] и метод граничных элементов (МГЭ). При этом в рамках МП решалась система интегральных уравнений, связывающих потенциалы и плотность распределения зарядов по электродам. Численное решение такой задачи сводилось к отысканию вектора Q линейных зарядов, сосредоточенных в узлах дискретной сетки, при заданных значениях потенциалов электродов [11–12]. Компоненты же вектора Q находились из решения системы уравнений:

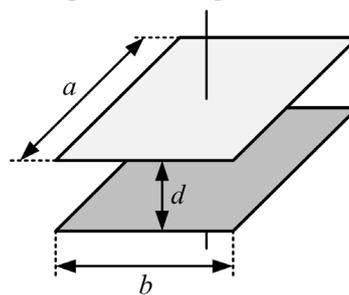


Рис. 1 – Модель МЭМС

Fig. 1 – MEMS model

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=0}^{2n-1} G_{i,j} Q_j &= \varphi_i \\ \sum_{j=0}^{2n-1} Q_j &= 0 \end{aligned} \right\}, i = 0, 1, \dots, 2n-1, \quad (1)$$

где φ_i – вектор узловых потенциалов, определяемый известными потенциалами электродов, n – число узлов дискретной сетки каждого электрода, $G_{i,j}$ – коэффициенты влияния.

Решив систему (1) относительно Q_j (полагая, что потенциал неподвижного электрода $\varphi_2 = 0$, а потенциал подвижного – $\varphi_1 = 1$), искомую емкость между электродами находили из соотношения

$$C = \sum_{j=0}^{n-1} Q_j.$$

Для расчета зависимости емкости от величины межэлектродного зазора с достаточной для практических применений точностью проводились специальные исследования. Точность расчетов по МП в первую очередь зависит от числа разбиений n , которая возрастает с его увеличением. На рис. 2 приведена зависимость нормированной емкости C^* от n при различных соотношениях геометрических размеров электродов конденсатора: 1 – $a:b:d = 2:1:2$, 2 – $a:b:d = 1:1:1$, 3 – $a:b:d = 2:1:1$, 4 – $a:b:d = 200:100:1$. Значения емкости нормировались на емкость, рассчитываемую по формуле идеального плоского конденсатора (ИПК)

$$C_1 = \varepsilon_0 \varepsilon ab/d, \quad (2)$$

где ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды между электродами, ε_0 – электрическая постоянная.

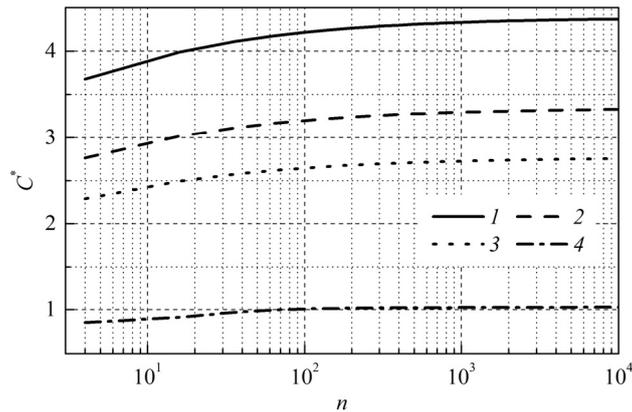


Рис. 2 – Зависимость нормированной емкости от числа разбиений при различных соотношениях геометрических размеров конденсатора

Fig. 2 – Dependence of normalized capacitance on number of partitions at different ratios of geometrical dimensions of the capacitor

Как видно из рис. 2, при $n > 1000$ зависимости выходят на насыщение, и емкость практически перестает меняться. Согласно расчетам, в самом худшем случае для достижения погрешности расчетов не более 1 % достаточно 1000 площадок. Поэтому далее расчеты проводились при $n = 1600$.

Для верификации результатов, полученных в рамках МП, применялся МГЭ (программный пакет FastCap), где использовались четырехузловые прямоугольные элементы, число разбиений по длине электрода составляло 100, по ширине – 60, а по толщине – 5.

3. Результаты расчетов и эксперимента

На рис. 3 представлены зависимости емкости от отношения величины межэлектродного зазора d к ширине электрода b при $a/b = 3.7$. Белыми маркерами обозначены экспериментальные результаты, сплошной серой линией – расчеты в рамках МП, черной пунктирной линией – расчеты в рамках МГЭ, черными маркерами – расчеты в рамках МКЭ (литературные данные, ANSYS [5]), сплошной черной линией – расчеты по формуле ИПК.

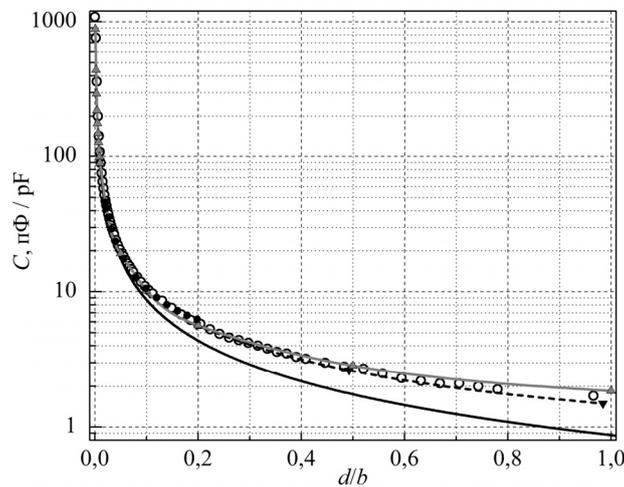


Рис. 3 – Зависимости емкости от нормированной величины межэлектродного зазора

Fig. 3 – Dependences of capacitance on normalized value of inter-electrode gap

Из рис. 3 видно, что зависимость емкости, рассчитанная с использованием формулы ИПК (сплошная черная линия), с увеличением межэлектродного зазора все больше расходится с экспериментом, что связано с проявлением краевых эффектов, не учитываемых моделью ИПК. Оценки показывают, что лишь для $d/b < 0,02$ и $d/b < 0,05$ значения емкостей могут быть найдены по формуле ИПК с погрешностью менее 5 и 10 % соответственно. С ростом отношения d/b погрешность расчетов с использованием формулы ИПК неуклонно растет, и при $d/b = 1$ различие с экспериментом составляет уже около 90 %, т. е. в данном случае для вычисления емкости формулу ИПК использовать нельзя.

На рис. 4 представлены зависимости емкости от отношения ширины электрода b к величине межэлектродного зазора d для двухэлектродной системы

с $a/b=1$. Белыми маркерами обозначены экспериментальные результаты, сплошной линией – расчеты в рамках МП, черными маркерами – табличные данные из [8]. Согласно рис. 4 зависимость, рассчитанная в рамках МП, в диапазоне $0,4 \leq b/d \leq 100$ расходитсся с экспериментом не более чем на 12 %, что может быть связано с вкладом паразитной емкости при проведении эксперимента и вполне приемлемо для практических применений.

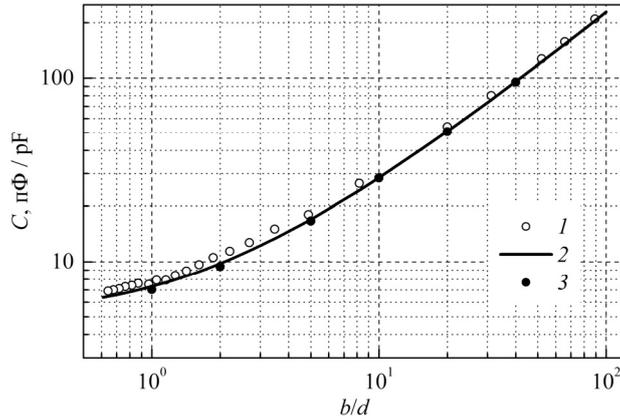


Рис. 4 – Зависимости емкости от нормированной величины межэлектродного зазора:

1 – эксперимент; 2 – расчеты в рамках МП; 3 – данные из [8]

Fig. 4 – Dependences of capacitance on normalized value of inter-electrode gap:

1 – experiment; 2 – calculations by area method; 3 – data from [8]

Согласно рис. 3 и 4 зависимости, рассчитанные в рамках МП и МГЭ, в диапазоне $0 < d/b < 1$ расходятся с экспериментом не более чем на 11 и 13 % соответственно, что вполне приемлемо для практических применений. Результаты расчетов в рамках МП сравнивались также с табличными данными из [8], при этом расхождение составляло не более 5 %. Таким образом, оба метода расчета МП и МГЭ оказались близкими по точности, однако расчеты МГЭ в программном пакете FastCap затрудняют дальнейшие процессы оптимизации и проектирования МЭМС с учетом взаимосвязи электрических и механических составляющих сил. В связи с этим использование МП на этапе предварительного проектирования представляется более удобным. Поскольку расчеты емкости с использованием МП обладают достаточной точностью, то дальнейший анализ проводился на его основе.

4. Результаты расчетов и эксперимента

Как отмечалось выше, при проектировании МЭМС наиболее удобным является использование аналитических выражений. При этом, несмотря на то что, как показано выше, при $d/b > 0,05$ оценки, полученные с использованием модели ИПК, будут иметь погрешность более 10 %, для расчета зависимости емкости и электростатических взаимодействий от величины межэлектродного зазора в настоящее время наибольшее распространение получила модель ИПК.

На рис. 5 представлены зависимости нормированной емкости от отношения b/d при нескольких значениях отношения a/b . Кривые 1–3 рассчитаны в рамках МП, кривая 4 – расчет по формуле (2). Видно, что отклонение зависимости

рассчитанной по формуле ИПК, т. е. без учета краевых эффектов, от кривых, рассчитанных в рамках МП, заметно практически во всем диапазоне b/d , причем величина отклонения зависит от соотношения геометрических размеров электродов a/b .

Анализ погрешности в оценке емкости по формуле ИПК при различных соотношениях размеров сторон электродов показывает, что наибольшая погрешность наблюдается при $a/b = 1$, т. е. в случае, когда электроды имеют квадратную форму, это объясняется наиболее сильным проявлением краевых эффектов. Для данного случая при $b/d < 4$ отличие от вычислений в рамках МП превышает 40 %, что неприемлемо даже для оценочных расчетов. При $b/d > 12$ отличие составит уже менее 20 %, что для оценочных расчетов может быть уже приемлемым.

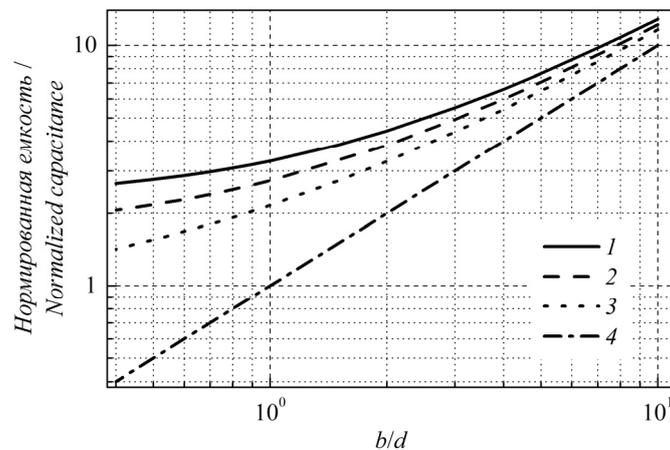


Рис. 5 – Зависимости нормированной емкости от отношения b/d :
 1 – расчет по МП при $a/b = 1$; 2 – расчет по МП при $a/b = 2$;
 3 – расчет по МП при $a/b = 20$; 4 – расчет по формуле ИПК

Fig. 5 – Dependences of normalized capacitance on b/d ratio:

1 – calculations by area method at $a/b = 1$; 2 – calculations by area method at $a/b = 2$; 3 – calculations by area method at $a/b = 20$; 4 – calculation using simple formula

В литературе приводятся аналитические выражения для вычисления емкости с учетом краевых эффектов в двух направлениях (по длине и ширине – 2D-приближение). Используя метод конформных преобразований, Х.Б. Пальмер [1] представил приближенную формулу для оценки емкости плоскопараллельного конденсатора в виде

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon a b}{d} \left[1 + \frac{d}{\pi b} + \frac{d}{\pi b} \ln \left(\frac{2\pi b}{d} \right) \right] \left[1 + \frac{d}{\pi a} + \frac{d}{\pi a} \ln \left(\frac{2\pi a}{d} \right) \right]. \quad (3)$$

Для оценки погрешности расчетов с использованием формулы Пальмера на рис. 6 представлены зависимости нормированной емкости $C_2/(\varepsilon_0 \varepsilon a)$ от отношения b/d , рассчитанные по формуле (3) (кривая 2) и в рамках МП (кривая 1).

Видно, что значения емкости, рассчитанные по формуле Пальмера, имеют некоторое расхождение со значениями, полученными в рамках МП. Оценки погрешности расчетов по формуле (3) показывают, что емкости, рассчитанные с

использованием (3) в интервале $0,4 \leq b/d \leq 10$, могут отличаться от рассчитанных в рамках МП на 11 %. При $b/d > 10$ отличие становится менее 6 %.

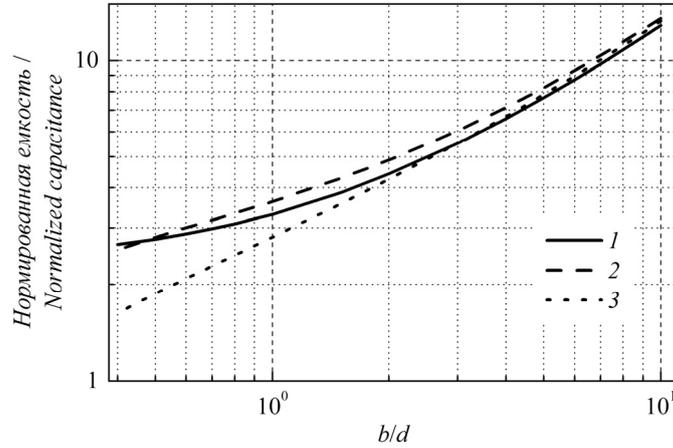


Рис. 6 – Зависимости нормированной емкости от отношения b/d при $a/b = 1$:

1 – расчет по МП; 2 – расчет по формуле (3); 3 – расчет по формуле (4)

Fig. 6 – Dependences of normalized capacitance on b/d ratio at $a/b = 1$:

1 – calculations by area method; 2 – calculation using (3); 3 – calculation using (4)

В [7] приведена еще одна формула для оценки емкости в 2D-приближении, которая имеет вид

$$C_3 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon a b}{d} \left[1 + \frac{d}{\pi b} + \frac{d}{\pi b} \ln \left(\frac{2\pi b}{d} \right) + \frac{d}{\pi a} + \frac{d}{\pi a} \ln \left(\frac{2\pi a}{d} \right) \right]. \quad (4)$$

Для оценки погрешности сравним зависимость нормированной емкости $C_3/(\varepsilon_0 \varepsilon a)$ от отношения b/d , рассчитанную по формуле (4), с аналогичными расчетами в рамках МП (рис. 6, кривая 3). Видно, что при малых значениях b/d расчеты по формуле (4) и расчеты в рамках метода площадок начинают сильно различаться. Величина отклонения значений емкости, рассчитанных по формуле (4) от значений, полученных в рамках МП, при $b/d < 0,8$ превышает 20 %, тем не менее при $b/d > 2$ отличие становится менее 4 %.

На основании проведенного анализа нами была получена аппроксимационная формула для оценки емкости в 2D-приближении

$$C_4 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon a b}{d} \left[1 + \frac{d}{\pi b} + \frac{d}{\pi b} \ln \left(2\pi \left(\frac{b}{d} + \frac{3}{4} \frac{b+a}{a} \right) \right) + \frac{d}{\pi a} + \frac{d}{\pi a} \ln \left(2\pi \left(\frac{a}{d} + \frac{3}{4} \frac{a+b}{b} \right) \right) \right]. \quad (5)$$

На рис. 7 приведена зависимость погрешности расчетов δ величины емкости по формуле (5) от b/d для различных соотношений a/b . Из рисунка видно, что

максимальная погрешность расчетов емкости с использованием (5) наблюдается при $a/b=1$, при этом в диапазоне $0,4 \leq b/d \leq 10$ погрешность не превышает 5%, а при $b/d > 10$ она продолжает уменьшаться. В случае, же когда $a \gg b$ при $b/d \geq 0,4$, погрешность составляет менее 2%.

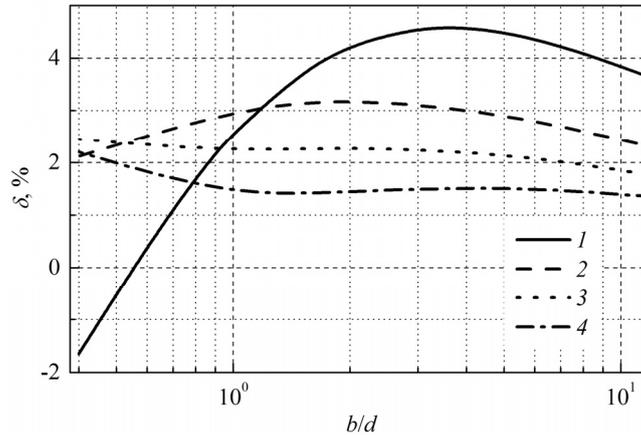


Рис. 7 – Зависимость погрешности δ расчетов с использованием формулы (5) от отношения b/d

Fig. 7 – Dependence of the error δ of calculations using (5) on b/d ratio

Для предварительных расчетов можно предложить еще три формулы разной сложности, аппроксимирующие (5) в диапазоне $b/d \geq 1$. Первая:

$$C_5 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon ab}{d} \left[1 + \theta_5 \frac{d(a+b)}{ba} \right] \quad (6)$$

при $\theta_5 = 1,24$ с погрешностью менее 7%, вторая и третья:

$$C_6 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon ab}{d} \left\{ 1 + \frac{d}{\pi b} \left[1 + \theta_6 \ln \left(2\pi \left(\frac{b}{d} + \frac{3}{4} \right) \right) \right] + \frac{d}{\pi a} \left[1 + \theta_6 \ln \left(2\pi \left(\frac{a}{d} + \frac{3}{4} \right) \right) \right] \right\}, \quad (7)$$

$$C_7 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon ab}{d} \left\{ 1 + \frac{\theta_7 d}{\pi b} \ln \left[2\pi \left(\frac{b}{d} + 2 \right) \right] + \frac{\theta_7 d}{\pi a} \ln \left[2\pi \left(\frac{a}{d} + 2 \right) \right] \right\} \quad (8)$$

при $\theta_6 = 1,082$ и $\theta_7 = 1,225$ соответственно, с погрешностью менее 3%. Отметим, что для $b/d \geq 10$ (6) аппроксимирует зависимость емкости от геометрических размеров электродов с погрешностью менее 1,5% при $\theta_5 = 1,77$, а (7) и (8) будут аппроксимировать (5) с погрешностью менее 1,5% даже для $b/d \geq 2$, соответственно при $\theta_6 = 1,05$ и $\theta_7 = 1,24$.

Учет краевых эффектов сказывается не только на оценках величины емкости, но и на оценках электростатической силы. На рис. 8 приведены зависимости нор-

мальной компоненты электростатической силы от отношения d/b , рассчитанные при постоянном заряде Q на обкладках конденсатора и $a/b = 1$. Значения силы F_y нормировались на соответствующие значения силы F_0 в точке $d/b = 10^{-3}$. Черная сплошная линия – расчет с использованием формулы

$$F_y = Q^2 / (2\varepsilon_0 \varepsilon ab),$$

полученной в рамках модели ИПК; серая сплошная линия – расчет в рамках МП; черная пунктирная линия – расчет с использованием формулы

$$F_y = \frac{\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon ab} \left[1 + \frac{1}{\pi \left(\frac{b}{d} + \frac{3}{4} \frac{b+a}{a} \right)} + \frac{1}{\pi \left(\frac{a}{d} + \frac{3}{4} \frac{b+a}{b} \right)} \right]}{\left[1 + \frac{d}{\pi b} \left(1 + \ln \left(2\pi \left(\frac{b}{d} + \frac{b+a}{4a/3} \right) \right) \right) \right] + \frac{d}{\pi a} \left(1 + \ln \left(2\pi \left(\frac{a}{d} + \frac{b+a}{4b/3} \right) \right) \right) \right]^2}, \quad (9)$$

полученной с учетом выражения (5).

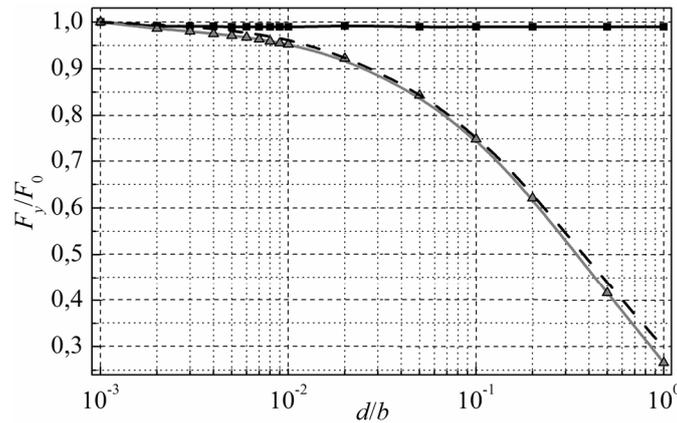


Рис. 8 – Зависимости электростатической силы от величины межэлектродного зазора при постоянном заряде на обкладках конденсатора

Fig. 8 – Dependences of electrostatic force on inter-electrode gap value at constant charge on the capacitor plates

Видно, что значения электростатической силы, рассчитанные с использованием выражения, полученного в рамках модели ИПК, существенно отличаются от значений, рассчитанных с использованием МП и выражения (9). Если для идеального конденсатора значения нормированной силы F_y/F_0 остаются постоянными во всем интервале d/b , то значения, рассчитанные с помощью МП и формулы (9), с ростом d/b резко уменьшаются. В результате значения нормированной силы в точке $d/b = 1$, рассчитанные в приближении ИПК, отличаются от численно рассчитанных значений более чем на 270 %. В то время как значения, полученные с использованием найденного аппроксимационного выражения (9), отличаются в точке $d/b = 1$ от оценок, полученных с использованием МП, не более чем на 12 %. Отметим, что значения силы, рассчитанные в приближении ИПК, отли-

чаются от численно рассчитанных значений не более чем на 10% при $d/b \leq 0,023$ и $a/b \geq 20$.

Используя аппроксимации (6–8), можно получить соответствующие приближенные выражения для вычисления силы F_y при постоянном заряде. При этом получим

$$F5_y = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0\varepsilon ab} \frac{1}{\left(1 + \vartheta_5 d \frac{a+b}{ab}\right)^2}, \quad (10)$$

$$F6_y = \frac{\frac{Q^2}{2\varepsilon_0\varepsilon ab} \left[1 + \frac{\vartheta_6}{\pi \left(\frac{b}{d} + \frac{3}{4}\right)} + \frac{\vartheta_6}{\pi \left(\frac{a}{d} + \frac{3}{4}\right)}\right]}{\left[1 + \frac{d}{\pi b} \left(1 + \vartheta_6 \ln \left(2\pi \left(\frac{b}{d} + \frac{3}{4}\right)\right) + \frac{b}{a} + \vartheta_6 \frac{b}{a} \ln \left(2\pi \left(\frac{a}{d} + \frac{3}{4}\right)\right)\right)\right]^2}, \quad (11)$$

$$F7_y = \frac{\frac{Q^2}{2\varepsilon_0\varepsilon ab} \left[1 + \frac{\vartheta_7}{\pi \left(\frac{b}{d} + 2\right)} + \frac{\vartheta_7}{\pi \left(\frac{a}{d} + 2\right)}\right]}{\left[1 + \vartheta_7 \frac{d}{\pi b} \ln \left(2\pi \left(\frac{b}{d} + 2\right)\right) + \vartheta_7 \frac{d}{\pi a} \ln \left(2\pi \left(\frac{a}{d} + 2\right)\right)\right]^2}. \quad (12)$$

Анализ показывает, что выражение (10) аппроксимирует зависимость нормальной компоненты электростатической силы F_y от отношения b/d для $b/d \geq 1$ с погрешностью менее 15 % при $\vartheta_5 = 1,085$, а для $b/d \geq 10$ с погрешностью менее 3 % при $\vartheta_5 = 1,6$.

Выражение (11) аппроксимирует зависимость нормальной компоненты электростатической силы от отношения b/d для $b/d \geq 1$ с погрешностью менее 10 % при $\vartheta_6 = 1,19$ и с погрешностью менее 5 % для $b/d \geq 2$ при $\vartheta_6 = 1,1$.

В свою очередь выражение (12) аппроксимирует зависимость нормальной компоненты электростатической силы F_y от отношения b/d для $b/d \geq 1$ с погрешностью менее 8,5 % при $\vartheta_7 = 1,21$ и с погрешностью менее 5 % для $b/d \geq 2$ при $\vartheta_7 = 1,23$.

В случае, когда при изменении межэлектродного зазора сохраняется напряжение между обкладками конденсатора, выражение для расчета нормальной компоненты электростатической силы в приближении ИПК принимает вид

$$Fv_y = \varepsilon_0\varepsilon ab V^2 / (2d^2). \quad (13)$$

Для учета краевых эффектов, возникающих из-за конечных размеров электродов, вместо (13) для $a/b \gg 1$ в [9] предлагается использовать выражение

$$Fv_y = \frac{\varepsilon_0\varepsilon ab V^2}{2d^2} \left(1 + 0,65 \frac{d}{b}\right). \quad (14)$$

Адаптируя это выражение к 2D-случаю вместо (14) можно предложить выражение

$$Fv1_y = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon ab V^2}{2d^2} \left(1 + v_1 \frac{d}{b} \left(1 + \frac{b}{a} \right) \right). \quad (15)$$

Сопоставляя результаты расчетов по формуле (15) с результатами моделирования с использованием выражения

$$Fv0_y = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon ab V^2}{2d^2} \left(1 + \frac{1}{\pi \left(\frac{b}{d} + 0,75 \left(\frac{b}{a} + 1 \right) \right)} + \frac{1}{\pi \left(\frac{a}{d} + 0,75 \left(\frac{a}{b} + 1 \right) \right)} \right), \quad (16)$$

полученного нами на основании (5), можно показать, что выражение (15) аппроксимирует зависимость нормальной компоненты электростатической силы Fv_y от отношения b/d для $b/d \geq 1$ с погрешностью менее 3,8 % при $v_1 = 0,15$, а для $b/d \geq 2$ уже с погрешностью менее 1,7 % при $v_1 = 0,202$.

Сопоставляя же результаты расчетов по формуле (13) (приближение ИПК) с результатами моделирования с использованием выражения (16), можно показать, что выражение (13) аппроксимирует зависимость нормальной компоненты электростатической силы Fv_y от отношения b/d с погрешностью менее 20 % для $b/d \geq 1$ и с погрешностью менее 5,5 % для $b/d \geq 10$.

В ряде случаев расчеты нормальной компоненты электростатической силы при постоянном напряжении между электродами удобнее проводить с использованием выражения

$$Fv2_y = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon ab V^2}{2d^2} \left(1 + \frac{v_2}{\pi \left(\frac{b}{d} + 0,75 \right)} + \frac{v_2}{\pi \left(\frac{a}{d} + 0,75 \right)} \right). \quad (17)$$

Сопоставляя результаты расчетов по формуле (17) с результатами моделирования с использованием выражения (16), можно показать, что выражение (17) аппроксимирует зависимость нормальной компоненты электростатической силы Fv_y от отношения b/d для $b/d \geq 1$ с погрешностью менее 3 % при $v_2 = 0,8$, а для $b/d \geq 2$ с погрешностью менее 1,5 % при $v_2 = 0,86$.

Заключение

В работе представлены результаты экспериментальных и теоретических исследований электрической емкости и электростатической силы в МЭМС с плоскопараллельными электродами в 2D-приближении.

Приведены зависимости емкости от величины межэлектродного зазора, полученные экспериментально.

Рассчитаны зависимости емкости и силы от величины межэлектродного зазора с учетом их конечных размеров и перераспределения зарядов.

Показано, что при межэлектродных зазорах, соизмеримых с линейными размерами электродов, расчеты емкости и электростатической силы без учета краевых эффектов приводят к большим погрешностям и фактически могут использоваться лишь при $b/d \geq 10$.

Найдены аппроксимационные формулы для расчета емкости и силы с учетом краевых эффектов. Проведено сравнение экспериментальных и теоретических результатов и показано их хорошее совпадение.

Оценены пределы применимости формул, учитывающих краевые эффекты в 2D-приближении.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Palmer H.B.** Capacitance of a parallel-plate capacitor by the Schwartz-Christoffel transformation // *Electrical Engineering*. – 1937. – Vol. 56, iss. 3. – P. 363–368. – doi: 10.1109/EE.1937.6540485.
2. **Elliot R.S.** *Electromagnetics: history, theory, and applications*. – New York: McGraw-Hill, 1966. – 631 p.
3. **Osterberg P.M., Senturia S.D.** M-TEST: a test chip for MEMS material property measurement using electrostatically actuated test structures // *Journal of Microelectromechanical Systems*. – 1997. – Vol. 6, iss. 2. – P. 107–118. – doi: 10.1109/84.585788.
4. Mechanical design and optimization of capacitive micromachined switch / J.-M. Huang, K.M. Liew, C.H. Wong, S. Rajendran, M.J. Tan, A.Q. Liu // *Sensors and Actuators A: Physical*. – 2001. – Vol. 93, iss. 3. – P. 273–285. – doi: 10.1016/S0924-4247(01)00662-8.
5. **Leus V., Elata D.** Fringing field effect in electrostatic actuators // *Technical Report ETR*. – 2004. – Vol. 2. – P. 2–15.
6. **Драгунов В.П., Колчужин В.А., Остертак Д.И.** Влияние краевых эффектов на электрическую емкость в МЭМС // *Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации*. – 2009. – № 2 (13). – С. 97–105.
7. **Nemirovsky Y., Vochobza-Degani O.** A methodology and model for the pull-in parameters of electrostatic actuators // *Journal of Microelectromechanical Systems*. – 2001. – Vol. 10, iss. 4. – P. 601–615. – doi: 10.1109/84.967384.
8. **Иосель Ю.Я., Кочанов Э.С., Струнский М.Г.** Расчет электрической емкости. – Л.: Энергоиздат, Ленинградское отделение, 1981. – 288 с.
9. **Krylov S., Harari I., Cohen Y.** Stabilization of electrostatically actuated microstructures using parametric excitation // *Journal of Micromechanics and Microengineering*. – 2005. – Vol. 15, no. 6. – P. 1188–1204. – doi: 10.1088/0960-1317/15/6/009.
10. **Fargas-Marques A., Casals- Terré J., Shkel A.M.** Resonant pull-in condition in parallel-plate electrostatic actuators // *Journal of Microelectromechanical Systems*. – 2007. – Vol. 16, iss. 5. – P. 1044–1053. – doi: 10.1109/JMEMS.2007.900893.
11. **Драгунов В.П., Остертак Д.И.** Расчет латеральной составляющей электростатической силы в МЭМС // *Научный вестник НГТУ*. – 2009. – № 1 (34). – С. 229–232.
12. **Драгунов В. П., Остертак Д.И.** Расчет нормальной составляющей электростатической силы в МЭМС // *Сборник научных трудов НГТУ*. – 2009. – № 1 (55). – С. 40–45.
13. **Доржиев В.Ю., Драгунов В.П., Остертак Д.И.** Расчет емкости МЭМС в 2D-приближении // *Сборник научных трудов НГТУ*. – 2010. – № 4 (62). – С. 73–80.

FRINGING FIELD EFFECTS INFLUENCE ON MEMS FUNCTIONING

Dragunov V.P., Dorzhiev V.Yu.

Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

At the development and fabrication of electrostatic MEMS is necessary to estimate of capacitances and electrostatic forces between the various parts of structure. These parameters can be calculated using various approaches. The most common is an approach in which fringing field effects are not taken into account, however, it leads to large errors in the case where the inter-electrode gap is comparable with the linear dimensions of electrodes. The using of CAD based on finite or boundary elements methods provides more accurate estimations, however, it requires a large amount of time and powerful computing, as well as difficult to further process optimization and designing. At the initial stages MEMS design requires fast and visual methods for calculating electrostatic interactions. So much interest to find analytical expressions, allowing calculating the

capacitance and forces with sufficiently for practical applications precision. This paper presents the results of experimental and theoretical research of electrostatic interactions in MEMS with parallel-plate electrodes. The dependences of capacitance and electrostatic force from the inter-electrode gap with regard to their dimensions and charge redistribution in 2D-approach was calculated. A comparison of the experimental and theoretical results was carried out. We give approximation formulas for the calculation of capacitance and electrostatic forces, taking into account fringing field effects. The limits of applicability of formulas that take into account fringing field effects in 2D-approach were estimated.

Keywords: MEMS, capacitance, fringing fields, area method, boundary element method, approximation formulas.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-1-48-61

REFERENCES

1. Palmer H.B. Capacitance of a parallel-plate capacitor by the Schwartz-Christoffel transformation. *Electrical Engineering*, 1937, vol. 56, iss. 3, pp. 363–368. doi: 10.1109/EE.1937.6540485
2. Elliot R.S. *Electromagnetics: history, theory, and applications*. New York, McGraw-Hill, 1966. 631 p.
3. Osterberg P.M., Senturia S.D. M-TEST: a test chip for MEMS material property measurement using electrostatically actuated test structures. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 1997, vol. 6, iss. 2, pp. 107–118. doi: 10.1109/84.585788
4. Huang J.-M., Liew K.M., Wong C.H., Rajendran S., Tan M.J., Liu A.Q. Mechanical design and optimization of capacitive micromachined switch. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2001, vol. 93, iss. 3, pp. 273–285. doi: 0.1016/S0924-4247(01)00662-8
5. Leus V., Elata D. Fringing field effect in electrostatic actuators. *Technical Report ETR*, 2004, vol. 2, pp. 2–15.
6. Dragunov V.P., Kolchuzhin V.A., Ostertak D.I. Vliyaniye kraevykh effektov na elektricheskuyu emkost' v MEMS [Fringing field effect on electric capacitance in MEMS]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2009, no. 2 (13), pp. 97–105.
7. Nemirovsky Y., Bochobza-Degani O. A methodology and model for the pull-in parameters of electrostatic actuators. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 2001, vol. 10, iss. 4, pp. 601–615. doi: 10.1109/84.967384
8. Iossel' Yu.Ya., Kochanov E.S., Strunskii M.G. *Raschet elektricheskoi emkosti* [Electric capacitance calculation]. Leningrad, Energoizdat Publ., 1981. 288 p.
9. Krylov S., Harari I., Cohen Y. Stabilization of electrostatically actuated microstructures using parametric excitation. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 2005, vol. 15, no. 6, pp. 1188–1204. doi: 10.1088/0960-1317/15/6/009
10. Fargas-Marques A., Casals- Terré J., Shkel A.M. Resonant pull-in condition in parallel-plate electrostatic actuators. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 2007, vol. 16, iss. 5, pp. 1044–1053. doi: 10.1109/JMEMS.2007.900893
11. Dragunov V.P., Ostertak D.I. Raschet lateral'noi sostavlyayushchei elektrostatičeskoj sily v MEMS [The calculation of lateral electrostatic force component of MEMS]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2009, no. 1 (34), pp. 229–232.
12. Dragunov V.P., Ostertak D.I. Raschet normal'noi sostavlyayushchei elektrostatičeskoj sily v MEMS [Calculation of the normal component of the electrostatic force in MEMS]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2009, no. 1 (55), pp. 40–45.
13. Dorzhiev V.Yu., Dragunov V.P., Ostertak D.I. Raschet emkosti MEMS v 2D-priblizhenii [Calculation of MEMS capacity in 2D-approximation]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2010, no. 4 (62), pp. 73–80.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



Драгунов Валерий Павлович – родился в 1947 году, д-р техн. наук, доцент, профессор кафедры ППИМЭ Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: наноэлектроника, физика низкоразмерных структур, нано- и микросистемная техника. Опубликовано более 140 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. E-mail: drag@adm.nstu.ru).

Dragunov Valery Pavlovich (b. 1947) – Doctor of Science (Eng.), Assistant Professor, Professor at the Department of Semiconductor Devices and Microelectronics in the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on nanoelectronics, physics of low-dimensional structures, nano- and microsystem technology. He is the author of more than 140 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation. E-mail: drag@adm.nstu.ru).



Доржиев Виталий Юрьевич – родился в 1988 году, аспирант кафедры ППИМЭ Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: нано- и микросистемная техника. Опубликовано более 15 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. E-mail: b.dorzhiev@gmail.com, dorzhiev@corp.nstu.ru).

Dorzhiev Vitaly Yuryevich (b. 1988) – PhD student at the Department of Semiconductor Devices and Microelectronics in the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on nano- and microsystem technology. He is the author of more than 15 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation. E-mail: b.dorzhiev@gmail.com, dorzhiev@corp.nstu.ru).

*Статья поступила 05 марта 2016 г.
Received March 05, 2016*

To Reference:

Dragunov V.P., Dorzhiev V.Yu. Vliyanie kraevykh jeffektov na funkcionirovanie MJeMS [Fringing field effects influence on MEMS functioning]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2016, no. 1 (30), pp. 48–61. doi: 10.17212/1727-2769-2016-1-48-61