

УДК 621.313.282.2

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО УДАРНОГО УЗЛА С УПРУГИМИ СВЯЗЯМИ****Л.А. Нейман, В.Ю. Нейман***Новосибирский государственный технический университет*

Развитие современных методов анализа и синтеза предполагает повышенный интерес к совершенствованию моделей электромеханических систем, в том числе ударного действия, наиболее полно отражающих взаимные связи параметров электрической, магнитной и механической подсистем при возбуждении периодических ударных нагрузок и взаимодействии с деформируемой средой. В качестве объекта исследований рассматривается классический вариант электромагнитного ударного привода, включающего в себя многомассовую колебательную систему с упругими связями и возбуждаемую периодическим магнитным полем катушки, получающей питание от однофазного источника напряжения промышленной частоты по однополупериодной схеме выпрямления. Разработана математическая модель динамики четырехмассовой колебательной системы электромагнитного ударного узла, учитывающая возможности в проведении всестороннего анализа электромеханических процессов. Основу математической модели составляют дифференциальные уравнения, описывающие электрическое равновесие нелинейной системы электропривода и механическое взаимодействие поступательно движущихся инерционных масс, полученные методом Лагранжа, а также массивы значений опорных точек потокосцепления и электромагнитного усилия, полученные с помощью расчета магнитного поля. Особенностью модели является возможность учета взаимосвязанных электромеханических процессов в переходных и квазиустановившихся режимах, учитывающих нелинейность магнитных характеристик двигателя, степень подвижности инерционных масс, свойства упругих связей, внешние воздействия, сопровождаемых различного рода потерями энергии в магнитной и механической системе электромагнитного ударного узла. Полученные результаты расширяют возможности динамического расчета, а также решение вопросов, связанных с анализом и синтезом электромагнитного ударного узла.

*Ключевые слова:* электромагнитный ударный узел, электромагнитный двигатель, математическая модель, механическая колебательная система, упругие связи, метод Лагранжа, потери энергии, силы трения скольжения.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-2-94-107

**Введение**

В различных областях техники широкое применение находят механизмы и устройства виброударного действия, использующие в качестве привода электромагнитный двигатель колебательного движения [1–5].

Ударный и виброударный режимы работы обеспечиваются в результате возвратно-поступательного движения ударной массы (бойка), периодически взаимодействующей с магнитным полем намагничивающей катушки и рабочим инструментом.

Тенденция преимущественного применения вариантов схем механизмов и машин с электромагнитным виброударным приводом подробно рассмотрена в работах [6, 7].

Отсутствие промежуточных механизмов для преобразования электрической энергии в поступательное движение ударной массы является одним из главных

достоинств электромагнитных ударных узлов. Однако даже в самой своей простейшей конфигурации электромагнитный ударный узел представляет собой сравнительно сложную динамическую систему с несколькими степенями подвижности исполнительных механизмов, связанных упругими связями.

Механическая колебательная система имеет в своем составе традиционные массоинерционные, упругие и диссипативные звенья, в разной степени по времени взаимодействующие или только частично вступающие в контакт между собой в процессе движения, что определенным образом связано с процессами рассеяния (поглощения) энергии как за счет собственных демпфирующих свойств упругих связей и сил сухого трения, так и за счет изменения физических свойств конструкционных материалов в процессе соударений.

Методы расчета механизмов и устройств с электромагнитным приводом довольно широко известны и вместе с тем продолжают совершенствоваться [8–12].

В особенности сложности возникают при расчетах нестационарных режимов, зависящих от скорости и частоты, свойств упругих связей механической системы, нагрева и т. д. [13–17].

Как правило, проведение расчета при оперировании большим числом взаимосвязанных факторов сопровождается значительными трудностями, связанными с необходимостью построения математической модели, наиболее точно отражающей динамическое состояние электромеханической системы ударного узла. Следует также понимать, что упрощение связей существенно ограничивает возможности динамического расчета, а полученные результаты могут отличаться от процессов в реальных технических системах, что затрудняет их дальнейшее использование даже в рамках качественного анализа.

В этой связи разработка математической модели динамики электромагнитного ударного узла, наиболее объективно отражающей взаимосвязи параметров электромеханической системы для изучения закономерностей движения ударной массы и эффективности процесса энергопреобразования при передаче энергии ударом, а также влияния внешних воздействий, связанных с условиями работы, такими как изменение параметров питающего источника, изменение скорости восстановления и величины отскока ударной массы бойка, усилия нажатия и т. д., следует считать решением актуальной задачи.

Целью настоящей работы является разработка математической модели четырехмассовой колебательной системы электромагнитного ударного узла, учитывающей возможности проведения всестороннего анализа электромеханических процессов с учетом внешних воздействий, свойств упругих связей и сил сухого трения.

### **1. Электромагнитный ударный узел с упругими связями**

Конструктивная схема электромагнитного ударного узла приведена на рис. 1. Возвратно-поступательное движение ударной массы бойка 1 возникает в результате его взаимодействия с магнитным полем катушки 2. Под действием электромагнитных сил боек 1 разгоняется и наносит удар по рабочему инструменту 3, генерируя в нем за короткий промежуток времени силовой ударный импульс. Обратный ход бойка осуществляется за счет потенциальной энергии сжатой пружины 5 и частично за счет кинетической энергии при отскоке бойка 1 от рабочего инструмента 3. Расположенные на одной оси цилиндрический боек 1, магнитопровод 4 и размещенная внутри магнитопровода катушка 2 определяют конфигурацию геометрии магнитной цепи электромагнитного двигателя.

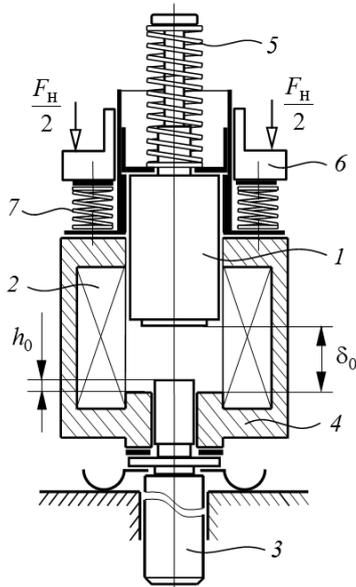


Рис. 1 – Конструктивная схема электромагнитного ударного узла  
Fig. 1 – The design concept of the electromagnetic impact unit

Для гашения имеющихся место вибраций между корпусом 6 и ударным узлом применяется виброизолирующее устройство в виде одной или нескольких цилиндрических пружин 7 заданной жесткости. Усилие нажатия  $F_H$  обеспечивает устойчивую связь ударного узла с рабочим инструментом при возбуждении периодических ударных нагрузок и взаимодействии с деформируемой средой.

Следует указать, что движение ударной массы бойка и рабочего инструмента в направляющих, а также имеющая место вибрация ударного узла относительно корпуса вызывают дополнительные потери энергии вследствие возникающих сил трения, препятствующих их движению.

Катушка получает питание от однофазного источника напряжения промышленной частоты по однополупериодной схеме выпрямления.

Полный рабочий цикл ударного узла осуществляется за время одного периода напряжения, что при частоте  $f = 50$  Гц обеспечивает синхронную частоту ударов бойка  $n_{уд}$  и длительность времени рабочего цикла  $t_{ц}$ :

$$n_{уд} = \frac{60 f}{2p} = 3000 \text{ уд/мин}; \quad t_{ц} = \frac{2p}{f} = 0,02 \text{ с},$$

где  $2p = 1$  – число периодов напряжения в течение времени рабочего цикла.

## 2. Методы решения

Механическая и магнитная подсистемы электромагнитного ударного узла связаны зависимостью электромагнитного усилия  $f_{эм} = f(i, x_1)$  от величины протекающего тока  $i$  в катушке и координаты положения ударной массы бойка  $x_1$ , а связь магнитной и электрической подсистемы – зависимостью величины потокоцепления  $\psi = f(i, x_1)$  и в общем случае описывается уравнением электрического равновесия системы

$$u(t) = ir + \frac{d\psi(i, x_1)}{dt}, \quad (1)$$

где  $u(t)$  – напряжение на обмотке катушки;  $r$  – активное сопротивление обмотки катушки.

Рассматривая движение взаимодействующих инерционных масс относительно выбранной системы координат, можно видеть, что система имеет четыре степени свободы. С учетом установленных связей системы и действующих в системе обобщенных сил, соответствующим потенциальной энергии, энергии рассеяния и внешним воздействиям, на рис. 2 рассмотрена расчетная динамическая модель электромеханической ударной системы (рис. 1).

В качестве обобщенных координат принимаем линейные перемещения центра масс: перемещение бойка  $x_1$  массой  $m_1$ ; перемещение рабочего инструмента  $x_2$  массой  $m_2$ ; перемещение электромагнитного двигателя  $x_3$  массой  $m_3$  и перемещение сборного корпуса  $x_4$  массой  $m_4$ .

Принимая положение устойчивого равновесия за начало отсчета обобщенной координаты и за нулевой уровень потенциальной энергии, рассмотрим малые колебания динамической системы относительно положения ее статического равновесия. Колебания системы в пространстве будут описываться зависимостью обобщенных координат  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  и  $x_4$  от времени, отсчитываемых от положения равновесия.

Уравнения движения механической системы получим на основании уравнений Лагранжа второго рода [18].

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_i} = - \frac{\partial \Pi}{\partial x_i} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{x}_i} + Q_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2)$$

где  $T$  – кинетическая энергия системы;  $\Pi$  – потенциальная энергия системы;  $\Phi$  – диссипативная функция системы (функция Рэля);  $Q_i$  – обобщенная сила внешних воздействий системы, соответствующая  $i$ -й обобщенной координате;  $x_i$  – обобщенные координаты;  $\dot{x}_i$  – обобщенные скорости;  $N$  – число степеней свободы механической системы.

Рассматривая движения масс  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  и  $m_4$  относительно обобщенных координат, последовательно определим величины, входящие в (2):

- кинетическая энергия механической системы для поступательно движущихся масс

$$T = \frac{m_1 \dot{x}_1^2}{2} + \frac{m_2 \dot{x}_2^2}{2} + \frac{m_3 \dot{x}_3^2}{2} + \frac{m_4 \dot{x}_4^2}{2}; \quad (3)$$

- потенциальная энергия упругих связей механической системы

$$\Pi = \frac{k_1 (x_1 - x_3)^2}{2} + \frac{k_2 x_2^2}{2} + \frac{k_3 (x_3 - x_2)^2}{2} + \frac{k_0 (x_4 - x_3)^2}{2}, \quad (4)$$

где  $k_1, k_2, k_3, k_0$ , – коэффициенты жесткости упругих связей;

- диссипативная функция (функция Рэля)

$$\Phi = \frac{b_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_3)^2}{2} + \frac{b_2 \dot{x}_2^2}{2} + \frac{b_3 (\dot{x}_3 - \dot{x}_2)^2}{2} + \frac{b_0 (\dot{x}_4 - \dot{x}_3)^2}{2}, \quad (5)$$

где  $b_1, b_2, b_3, b_0$ , – коэффициенты вязкого трения упругих связей;

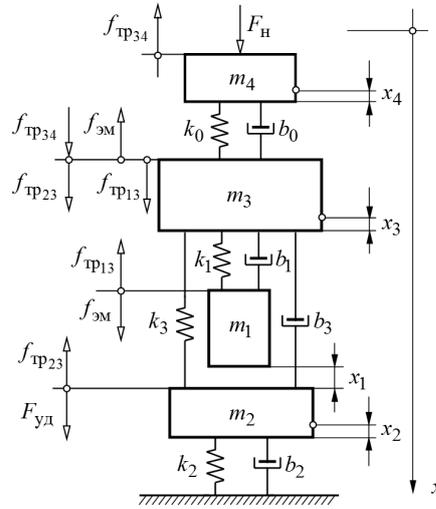


Рис. 2 – Расчетная динамическая модель многомассовой электромеханической системы  
Fig. 2 – Calculated dynamic model multimass electromechanical system

- обобщенные силы внешних воздействий и сил трения

$$Q_{x_1} = f_{\text{эм}}(i, x_1) - f_{\text{тр}13} \operatorname{sign} \dot{x}_1; \quad Q_{x_2} = -f_{\text{тр}23} \operatorname{sign} \dot{x}_2;$$

$$Q_{x_3} = (f_{\text{тр}13} + f_{\text{тр}23} + f_{\text{тр}34}) \operatorname{sign} \dot{x}_3 - f_{\text{эм}}(i, x_1); \quad Q_{x_4} = -f_{\text{тр}34} \operatorname{sign} \dot{x}_4 + F_{\text{н}},$$

где  $f_{\text{эм}}(i, x_1)$  – вынуждающая электромагнитная сила;  $f_{\text{тр}13}, f_{\text{тр}23}, f_{\text{тр}34}$  – силы сухого трения скольжения;  $F_{\text{н}}$  – постоянная величина усилия нажатия.

Выполнив согласно (2) операции дифференцирования по выбранным обобщенным координатам, скоростям и времени выражений кинетической (3), потенциальной (4) энергий и функции Рэля (5), а также учитывая выражения для обобщенных сил, сил трения скольжения и уравнения электрического равновесия (1), получим систему уравнений динамического состояния электромеханической системы (рис. 2) без учета ударного взаимодействия:

$$\left\{ \begin{array}{l} u(t) = i r + \frac{d\psi(i, x_1)}{dt}; \\ m_1 \frac{dx_1^2}{dt^2} + b_1 \left( \frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_3}{dt} \right) + k_1 (x_1 - x_3) = f_{\text{эм}}(i, x_1) - f_{\text{тр}13} \operatorname{sign} \frac{dx_1}{dt}; \\ m_2 \frac{dx_2^2}{dt^2} + b_2 \frac{dx_2}{dt} - b_3 \left( \frac{dx_3}{dt} - \frac{dx_2}{dt} \right) + k_2 x_2 - k_3 (x_3 - x_2) = -f_{\text{тр}23} \operatorname{sign} \frac{dx_2}{dt}; \\ m_3 \frac{dx_3^2}{dt^2} - b_1 \left( \frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_3}{dt} \right) + b_3 \left( \frac{dx_3}{dt} - \frac{dx_2}{dt} \right) - b_0 \left( \frac{dx_4}{dt} - \frac{dx_3}{dt} \right) - k_1 (x_1 - x_3) + \\ + k_3 (x_3 - x_2) - k_0 (x_4 - x_3) = -f_{\text{эм}}(i, x_1) + (f_{\text{тр}13} + f_{\text{тр}23} + f_{\text{тр}34}) \operatorname{sign} \frac{dx_3}{dt}; \\ m_4 \frac{dx_4^2}{dt^2} + b_0 \left( \frac{dx_4}{dt} - \frac{dx_3}{dt} \right) + k_0 (x_4 - x_3) = -f_{\text{тр}34} \operatorname{sign} \frac{dx_4}{dt} + F_{\text{н}}. \end{array} \right. \quad (6)$$

Отметим, что под действием внешней периодической силы  $f_{\text{эм}}(i, x_1)$  в механической системе возникают сложные колебания, являющиеся результатом наложения вынужденных и свободных колебаний системы. На участке рабочего хода движение бойка осуществляется в магнитном поле катушки за время  $t_p$ , равное длительности протекания тока  $i(t)$  в цепи.

$$i(t) \approx \begin{cases} i(t), & \text{при } n t_{\text{ц}} \leq t \leq n t_{\text{ц}} + t_p, \\ 0, & \text{при } n t_{\text{ц}} + t_p \leq t \leq (n+1) t_{\text{ц}}, \quad n = 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (7)$$

где  $n$  – число полных циклов;  $t_{\text{ц}}$  – длительность времени рабочего цикла;  $t_p$  – длительность времени рабочего хода, равная по времени протекающему в цепи току.

Движение бойка осуществляется в квазиустановившемся режиме работы, а наличие ограничителей движения ударной массы не позволяет бойку выходить за установленные пределы  $0 \leq x \leq \delta_0 - h_0$ :

$$x_1(t) \approx \begin{cases} \delta_0 - h_0 = \max, & \text{при } t = n t_{\text{ц}} + t_{\text{р}}, \\ 0, & \text{при } t = n t_{\text{ц}}, n = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (8)$$

где  $h_0$  – величина выхода рабочего инструмента (нижний ограничитель);  $\delta_0$  – начальный рабочий воздушный зазор (верхний ограничитель).

Это означает, что на участке рабочего хода боек проходит свой путь  $x_1 = \delta_0 - h_0$  за время  $t_{\text{р}}$ , равное времени протекания тока в цепи. При этом величина рабочего воздушного зазора  $\delta(t) = \delta_0 - x_1(t)$ .

Необходимо также учесть, что при частично упругом ударе не вся кинетическая энергия бойка переходит рабочему инструменту. Часть этой энергии возвращается обратно в колебательную систему в период холостого хода бойка и частично расходуется на деформацию и нагревание тел при ударе и зависит от свойств среды, параметров ударной системы и параметров импульса сил, воздействующих на среду [19].

При составлении модели предполагалось, что сопротивление среды, оказываемое перемещению инструмента, зависит от жесткости и демпфирующих свойств введенных упругих связей, а эффективность передачи энергии в эту среду зависит только от параметров элементов ударной системы. Разделяя процесс прямого центрального удара двух тел на две стадии, можно получить скорости центра масс бойка и рабочего инструмента после частично упругого удара [18]:

$$\begin{cases} \bar{v}_1 = \bar{v} + k_{\text{в}}(\bar{v} - \bar{v}_1), \\ \bar{v}_2 = \bar{v} + k_{\text{в}}(\bar{v} - \bar{v}_2), \end{cases} \quad (9)$$

где  $v_1, v_2$  – скорости центра масс бойка и рабочего инструмента до удара;  $\bar{v}_1, \bar{v}_2$  – скорости центра масс бойка и рабочего инструмента по окончании удара;  $\bar{v}$  – скорость центра масс абсолютно неупругого удара;  $k_{\text{в}}$  – коэффициент восстановления скорости.

Скорость центра масс в абсолютно неупругом ударе

$$\bar{v} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}. \quad (10)$$

Полагая, что в колебательной системе на момент удара скорость рабочего инструмента  $v_2 \approx 0$ , то скорость центра масс тел после окончания удара, принимая во внимание (9) и (10),

$$\begin{cases} \bar{v}_1 = v_1 \frac{m_2}{m_1 + m_2} \left( \frac{m_1}{m_2} - k_{\text{в}} \right), \\ \bar{v}_2 = v_1 \frac{m_1}{m_1 + m_2} (1 + k_{\text{в}}). \end{cases} \quad (11)$$

Направление движения бойка при ударе изменяется на противоположное:  $\bar{v}_1 \leq 0$ . Коэффициент отскока бойка, зависящий от параметров ударной системы, учитывая знак скорости,

$$k_{от} = \frac{-\bar{v}_1}{v_1} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \left( k_B - \frac{m_1}{m_2} \right). \quad (12)$$

Влияние параметров ударной системы с потерями кинетической энергии на деформацию в виде зависимости  $k_{от} = f(m_1/m_2, k_B)$  рассмотрено на диаграмме, приведенной на рис. 3, отражающей относительную величину скорости бойка после удара (скорости отскока) по отношению к скорости бойка перед ударом.

Кинетическая энергия, возвращаемая в механическую систему при отскоке бойка,

$$T_1 = \frac{m_1 \bar{v}_1^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} \left[ \frac{m_2}{m_1 + m_2} \left( k_B - \frac{m_1}{m_2} \right) \right]^2.$$

Полезная работа, совершаемая электромагнитным двигателем, имеет импульсный характер и может быть оценена как кинетическая энергия бойка, переходящая рабочему инструменту при ударе,

$$T_2 = \frac{m_2 \bar{v}_2^2}{2} = \frac{m_2 v_2^2}{2} \left[ \frac{m_1}{m_1 + m_2} (1 + k_B) \right]^2.$$

Потери кинетической энергии при ударе составят

$$\Delta T = T - T_1 - T_2 = \frac{m_1 v_1^2}{2} \left[ 1 - k_{от}^2 - \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} (1 + k_B)^2 \right],$$

где  $T = \frac{m_1 v_1^2}{2}$  – кинетическая энергия бойка перед ударом.

Коэффициент эффективности передачи энергии удара при учете потерь кинетической энергии на деформацию тел

$$k_{эф} = \frac{T - T_1}{T} = 1 - \left[ \frac{m_2}{m_1 + m_2} \left( k_B - \frac{m_1}{m_2} \right) \right]^2.$$

Зависимость  $k_{эф} = f(m_1/m_2, k_B)$ , отражающая относительную величину энергии, переданной в деформируемую среду по отношению к полной кинетической энергии бойка за время рабочего цикла, приведена на диаграмме рис. 4.

Окончательный процесс движения электромеханической системы следует рассмат-

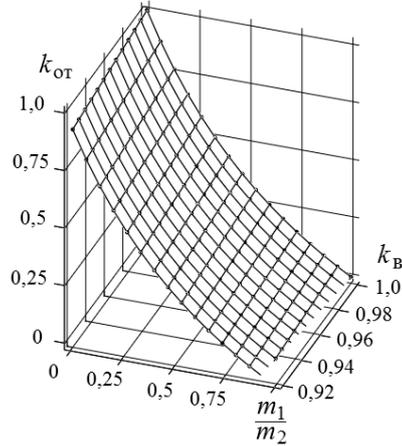


Рис. 3 – Зависимость коэффициента отскока  $k_{от} = f(m_1/m_2, k_B)$

Fig. 3 – The dependence of the coefficient of rebound  $k_{reb} = f(m_1/m_2, k_{res})$

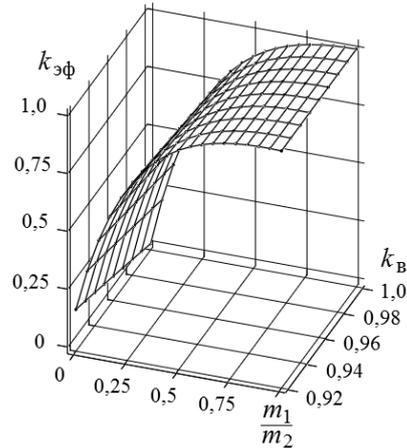


Рис. 4 – Зависимость коэффициента эффективности  $k_{эф} = f(m_1/m_2, k_B)$

Fig. 4 – Dependence of the efficiency factor  $k_{ef} = f(m_1/m_2, k_{res})$

ривать как результат наложения вынужденных, свободных колебаний и периодических ударных импульсов сил, обусловленных потерями энергии.

Принимая последнее во внимание, выражения (7), (8), (11), (12) совместно с уравнениями (6) позволяют реализовать математическую модель динамического состояния многомассовой электромеханической системы с электромагнитным возбуждением (см. рис. 1) в виде следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} u(t) = ir + \frac{d\psi(i, x_1)}{dt}; \\ m_1 \frac{dx_1^2}{dt^2} = \begin{cases} \tilde{\lambda}_1 + f_{\text{ЭМ}}(i, x_1) - f_{\text{ТР13}} \operatorname{sign} \frac{dx_1}{dt} & \text{при } nt_{\text{ц}} \leq t \leq nt_{\text{ц}} + t_{\text{п}}; \\ \frac{m_1 \bar{v}_1}{t_{\text{п}}} + \tilde{\lambda}_1 - f_{\text{ТР13}} \operatorname{sign} \frac{dx_1}{dt} & \text{при } nt_{\text{ц}} + t_{\text{п}} \leq t \leq (n+1)t_{\text{ц}}; \end{cases} \\ m_2 \frac{dx_2^2}{dt^2} = \frac{m_2 \bar{v}_2}{t_{\text{п}}} + \tilde{\lambda}_2 - f_{\text{ТР23}} \operatorname{sign} \frac{dx_2}{dt}; \\ m_3 \frac{dx_3^2}{dt^2} = \tilde{\lambda}_3 + (f_{\text{ТР13}} + f_{\text{ТР23}} + f_{\text{ТР34}}) \operatorname{sign} \frac{dx_3}{dt} - f_{\text{ЭМ}}(i, x_1); \\ m_4 \frac{dx_4^2}{dt^2} = \tilde{\lambda}_4 + F_{\text{н}} - f_{\text{ТР34}} \operatorname{sign} \frac{dx_4}{dt}, \end{array} \right. \quad (13)$$

$$\text{где } \tilde{\lambda}_1 = -b_1 \left( \frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_3}{dt} \right) - k_1(x_1 - x_3);$$

$$\tilde{\lambda}_2 = -b_2 \frac{dx_2}{dt} + b_3 \left( \frac{dx_3}{dt} - \frac{dx_2}{dt} \right) - k_2 x_2 + k_3(x_3 - x_2);$$

$$\tilde{\lambda}_3 = b_1 \left( \frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_3}{dt} \right) - b_3 \left( \frac{dx_3}{dt} - \frac{dx_2}{dt} \right) + b_0 \left( \frac{dx_4}{dt} - \frac{dx_3}{dt} \right) + k_1(x_1 - x_3) -$$

$$-k_3(x_3 - x_2) + k_0(x_4 - x_3); \quad \tilde{\lambda}_4 = -b_0 \left( \frac{dx_4}{dt} - \frac{dx_3}{dt} \right) - k_0(x_4 - x_3).$$

Полученная система дифференциальных уравнений (13) динамического состояния электромагнитного ударного узла (см. рис. 1) позволяет производить всесторонний анализ периодических электромеханических процессов при учете нелинейности цепи двигателя, влияния параметров механической колебательной системы и внешних воздействий, сопровождаемых различного рода потерями энергии.

Для реализации математической модели динамики электромагнитного ударного узла можно воспользоваться одним из подходов, рассмотренных в [15, 20].

На первом этапе расчета с помощью решения полевой задачи определяются значения потокоцепления  $\psi(i, x_1)$  и электромагнитного усилия  $f_{\text{ЭМ}}(i, x_1)$  в зависимости от тока  $i$  и обобщенной координаты  $x_1$  положения бойка в установленных пределах (5), (6), которые затем представляются в виде массива опорных точек статических параметров [21].

На втором этапе полученные массивы значений статических параметров  $\psi(i, x_1)$  и  $f_{\text{ЭМ}}(i, x_1)$  используются при расчете динамики электромагнитного ударного узла.

Для решения полевой задачи можно рекомендовать стандартные программы конечноэлементного моделирования магнитного поля, такие как FEMM, ELCUT или ANSYS [22–24]. Для решения динамической части задачи целесообразно воспользоваться аппаратом структурного моделирования в среде Matlab Simulink [25].

### Заключение

Разработана математическая модель динамики четырехмассовой колебательной системы электромагнитного ударного узла, наиболее полно отражающая взаимосвязи параметров электрической, магнитной и механической подсистем при возбуждении периодических ударных нагрузок и взаимодействии с деформируемой средой.

Несмотря на отсутствие промежуточных механизмов и кажущуюся простоту решения в вопросе преобразования электрической энергии в кинетическую энергию поступательно движущейся массы бойка, показано, что с точки зрения описания электромеханических процессов электромагнитный ударный узел даже в самом простейшем варианте представляет собой сравнительно сложную и многофакторную динамическую систему с большим набором связанных переменных.

Особенностью модели является возможность учета совокупности взаимосвязанных электромеханических процессов в переходных и квазиустановившихся режимах, учитывающих нелинейность магнитных характеристик двигателя, степень подвижности инерционных масс, свойства упругих связей, внешние воздействия, определяемые условиями работы и сопровождаемые различного рода потерями энергии, что, следовательно, позволяет более точно определять основные характеристики системы, варьируя значительным набором входных параметров и производить исследования рабочих режимов с большим без ограничения набором выходных переменных или их расчетных интегральных показателей: энергии удара, КПД, действующего значения тока, мощности и т. д.

Полученные результаты являются хорошим основанием в проведении дальнейших исследований, которые при реализации математической модели средствами структурного моделирования в среде Matlab Simulink позволяют обеспечить более широкие возможности динамического расчета и, следовательно, качественного решения вопросов, связанных с анализом и синтезом электромагнитного ударного узла.

### ЛИТЕРАТУРА

1. **Ивашин В.В., Кудинов А.К., Певчев В.П.** Электромагнитные приводы для импульсных и виброимпульсных технологий // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. – 2012. – № 1. – С. 72–75.
2. **Усанов К.М., Угаров Г.Г., Мошкин В.И.** Линейный импульсный электромагнитный привод машин с автономным питанием. – Курган: Изд-во Курган. гос. ун-та, 2006. – 284 с.
3. **Нейман Л.А., Нейман В.Ю.** Низкочастотные ударные электромагнитные машины и технологии // Актуальные проблемы в машиностроении. – 2014. – № 1. – С. 256–259.
4. **Нейман Л.А., Нейман В.Ю.** Исследование двухкатушечной синхронной электромагнитной машины с инерционным реверсом бойка // Современные проблемы теории машин. – 2014. – № 2. – С. 109–110.
5. Прессовое оборудование с линейным электромагнитным приводом для механизации технологических процессов ударной сборки и штамповки мелких изделий / В.А. Аксютин, Л.А. Нейман, В.Ю. Нейман, А.А. Скотников // Актуальные проблемы в машиностроении. – 2015. – № 2. – С. 220–224.

6. **Нейман В.Ю.** К вопросу о рационализации рабочих процессов и выбора конструктивных схем электромагнитных ударных машин // Автоматизированные электромеханические системы: коллективная монография / Новосибирский государственный технический университет; под ред. В.Н. Аносова. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2004. – С. 155–169.
7. **Нейман В.Ю., Скотников А.А., Нейман Л.А.** Структурный анализ синхронных электромагнитных машин ударного действия // Автоматизированные электромеханические системы: сборник научных трудов / под общ. ред. В.Н. Аносова. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2011. – С. 106–120.
8. **Ряшенцев Н.П., Тимошенко Е.М., Фролов А.В.** Теория, расчет и конструирование электромагнитных машин ударного действия. – Новосибирск: Наука, 1970. – 260 с.
9. **Мошкин В.И.** Сравнение магнитных циклов импульсного линейного электромагнитного двигателя с учетом мощности потерь в его обмотке // Известия Томского политехнического университета. – 2012. – Т. 321, № 4. – С. 93–96.
10. Оптимизация геометрии линейных электромагнитных двигателей с использованием конечноэлементного моделирования магнитного поля / Ю.Г. Соловейчик, В.Ю. Нейман, М.Г. Персова, М.Э. Рояк, Ю.Б. Смирнова, Р.В. Петров // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. – 2005. – № 2. – С. 24–28.
11. **Нейман Л.А., Нейман В.Ю.** Повышение точности аналитического расчета радиальных сил одностороннего магнитного притяжения некоаксиальных элементов магнитопровода // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. – 2015. – № 1 (58). – С. 246–256.
12. **Нейман Л.А., Нейман В.Ю.** Применение метода проводимостей для учета силы одностороннего магнитного притяжения асимметричного электромагнита // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2015. – № 2 (97). – С. 214–218.
13. **Усанов К.М., Каргин В.А., Волгин А.В.** Оценка эффективности энергопреобразований в электромагнитной ударной машине с упругим возвратным элементом // Труды Кубанского государственного аграрного университета. – 2008. – № 1. – С. 86–87.
14. **Татевосян А.А., Татевосян А.С.** Расчет оптимальных параметров электромагнитного привода колебательного движения // Известия Томского политехнического университета. – 2014. – Т. 325, № 4. – С. 121–132.
15. **Нейман Л.А., Нейман В.Ю.** Динамическая модель электромагнитного привода колебательного движения для систем генерирования низкочастотных вибраций // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2015. – № 3 (28). – С. 75–87.
16. **Исмагилов Ф.Р., Саттаров Р.Р., Гумерова М.Б.** Математическое моделирование динамических режимов электромагнитных демпфирующих элементов // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. – 2010. – Т. 14, № 5 (40). – С. 86–90.
17. **Саттаров Р.Р., Исмагилов Ф.Р.** Периодические режимы в электромагнитных вибрационных преобразователях // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. – 2010. – Т. 14. – № 1 (36). – С. 50–55.
18. **Добронравов В.В., Никитин Н.Н.** Курс теоретической механики. – М.: Высшая школа, 1983. – 576 с.
19. **Манжосов В.К., Лукутина Н.О., Невенчанная Т.О.** Динамика и синтез электромагнитных генераторов силовых импульсов. – Фрунзе: Илим, 1985. – 119 с.
20. Расчет динамики включения электромагнита постоянного тока / Ю.А. Бахвалов, Б.Н. Лобов, Г.В. Могилевский, А.Г. Никитенко // Электротехника. – 1982. – № 1. – С. 48–51.
21. **Нейман Л.А., Шабанов А.С., Нейман В.Ю.** Решение задачи учета нелинейных свойств динамической модели электромагнитного привода // Теория и практика современной науки: материалы XIX международной научно-практической конференции. – М., 2015. – С. 58–63.
22. **Буль О.Б.** Методы расчета магнитных систем электрических аппаратов: магнитные цепи, поля и программа FEMM: учебное пособие. – М.: Академия, 2005. – 336 с.

23. Андреева Е.Г., Семина И.А., Татевосян А.В. Исследование поля магнитной системы открытого типа с помощью программного пакета ANSYS // Динамика систем, механизмов и машин. – 2014. – № 1. – С. 173–175.
24. Татевосян А.С., Татевосян А.А. Расчет электрических и магнитных полей методом конечных элементов с применением комплекса программ ELCUT: учебное пособие. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2015. – 96 с.
25. Черных И.В. Моделирование электротехнических устройств в MATLAB, SimPowerSystems и Simulink. – М.: ДМК Пресс; СПб.: Питер, 2008. – 288 с.

## A DYNAMIC MATHEMATICAL MODEL OF THE ELECTROMAGNETIC IMPACT UNIT WITH SPRING LINKAGES

**Neyman L.A., Neyman V.Yu.**

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

Mechanisms and devices with electromagnetic impact actuators are widely applied in industry in many technological and manufacturing processes. The development of modern analysis and synthesis methods opens great possibilities of improving electromagnetic impact systems. The research subject is relevant as dynamic design capabilities extend when a complex problem of the analysis and synthesis of an electromechanical oscillatory system with an electromagnetic impact actuator is solved. The research is focused on a single-inductor version of the electromagnetic impact unit containing a mechanical oscillatory system with spring linkages. Based on the research results a dynamic mathematical model of the multi-mass oscillatory system of the electromagnetic impact unit with spring linkages has been developed. This model makes it possible to design electromechanical processes in stationary and transient modes. The model is based on differential equations of the electric balance of an electric drive non-linear system and a mechanical interaction of reciprocating inertia masses. These differential equations are obtained by the Lagrange method. The model is characterized by the capability of considering interrelated electromechanical processes with respect to motor magnetic characteristics of non-linearity, an inertial mass mobility degree, spring linkage properties, external actions and power loss in the magnetic and mechanical system of the electromagnetic impact unit. The obtained results extend the capabilities of dynamic design and help to solve problems associated with the analysis and synthesis of the electromagnetic impact unit.

*Keywords:* electromagnetic impact node; electromagnetic motor; mathematical model; mechanical oscillatory system; spring linkages; Lagrange method; power loss; sliding friction force.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-2-94-107

### REFERENCES

1. Ivashin V.V., Kudinov A.K., Pevchev V.P. Elektromagnitnye privoda dlya impul'snykh i vibroimpul'snykh tekhnologii [Electromagnetic drive for pulse technology and vibroimpulsnyh]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Elektromekhanika – Russian Electromechanics*, 2012, no. 1, pp. 72–75.
2. Usanov K.M., Ugarov G.G., Moshkin V.I. *Lineinyi impul'snyi elektromagnitnyi privod mashin s avtonomnym pitaniem* [Linear pulse electromagnetic drive the machine with with autonomous-powered]. Kurgan, Kurgan State University Publ., 2006. 284 p.
3. Neyman L.A., Neyman V.Yu. Nizkochastotnye udarnye elektromagnitnye mashiny i tekhnologii [Low-frequency impact electromagnetic machines and technology]. *Aktual'nye problemy v mashinostroenii – Actual problems in machine building*, 2014, no. 1, pp. 256–259.
4. Neyman L.A., Neyman V.Yu. Issledovanie dvukhkatushechnoi sinkhronnoi elektromagnitnoi mashiny s inertsionnym reversom boika [Research two-coil synchronous electromagnetic machine with inertial reversal the firing pin]. *Sovremennye problemy teorii mashin – Modern problems of theory of machines*, 2014, no. 2, pp. 109–110.

5. Aksyutin V.A., Neyman L.A., Neyman V.Yu., Skotnikov A.A. Pressovoe oborudovanie s lineinym elektromagnitnym privodom dlya mekhanizatsii tekhnologicheskikh protsessov udarnoi sborki i shtampovki melkikh izdelii [Pressure equipment with a linear electromagnetic drive for the mechanization of technological processes shock assembly and stamping small parts]. *Aktual'nye problemy v mashinostroenii – Actual problems in machine building*, 2015, no. 2, pp. 220–224.
6. Neyman V.Yu. K voprosu o ratsionalizatsii rabochikh protsessov i vybora konstruktivnykh skhem elektromagnitnykh udarnykh mashin [On the question of the rationalization the working process and the selection of designs schemes electromagnetic percussion machines]. *Avtomatizirovannye elektromekhanicheskie sistemy* [Automated electromechanical systems]. Ed. by V.N. Anosov. Novosibirsk, NSTU Publ., 2004, pp. 155–169.
7. Neyman V.Yu., Skotnikov A.A., Neyman L.A. [Structural analysis of synchronous electromagnetic percussion machines]. *Avtomatizirovannye elektromekhanicheskie sistemy: sbornik nauchnykh trudov* [Automated electromechanical systems: collection of scientific papers]. Ed. by V.N. Anosov. Novosibirsk, NSTU Publ., 2011, pp. 106–120.
8. Ryashentsev N.P., Timoshenko E.M., Frolov A.V. *Teoriya, raschet i konstruirovaniye elektromagnitnykh mashin udarnogo deistviya* [Theory, calculation and design of electromagnetic percussion machines]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1970. 260 p.
9. Moshkin V.I. Sravnenie magnitnykh tsiklov impul'snogo lineinogo elektromagnitnogo dvigatelya s uchetom moshchnosti poter' v ego obmotke [Comparing magnetic pulse cycles linear electromagnetic motor based on the power loss in its winding]. *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta – Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2012, vol. 321, no. 4, pp. 93–96. (In Russian)
10. Soloveichik Yu.G., Neyman V.Yu., Persova M.G., Royak M.E., Smirnova Yu.B., Petrov R.V. Optimizatsiya geometrii lineinykh elektromagnitnykh dvigatelei s ispol'zovaniem konechnoelementnogo modelirovaniya magnitnogo polya [Optimization of geometry linear electromagnetic motors using finite element modeling of the magnetic field]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Elektromekhanika – Russian Electromechanics*, 2005, no. 2, pp. 24–28. (In Russian)
11. Neyman L.A., Neyman V.Yu. Povyshenie tochnosti analiticheskogo rascheta radial'nykh sil odnostoronnego magnitnogo prityazheniya nekoaksial'nykh elementov magnetoproroda [Improving the accuracy of analytical calculation unilateral radial forces of magnetic attraction coaxial magnetic elements]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2015, no. 1 (58), pp. 246–256.
12. Neyman L.A., Neyman V.Yu. Primenenie metoda provodimostei dlya ucheta sily odnostoronnego magnitnogo prityazheniya asimetrichnogo elektromagnita [Application conductivities method to account for the strength of a unilateral asymmetric magnetic attraction of the electromagnet]. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Bulletin of Irkutsk State Technical University*, 2015, no. 2 (97), pp. 214–218.
13. Usanov K.M., Kargin V.A., Volgin A.V. Otsenka effektivnosti energopreobrazovaniya v elektromagnitnoi udarnoi mashine s uprugim vozvratnym elementom [Evaluating the effectiveness of energy conversion in the electromagnetic shock machine with a resilient return element]. *Trudy Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta – Proceedings of the Kuban State Agrarian University*, 2008, no. 1, pp. 86–87.
14. Tatevosyan A.A., Tatevosyan A.S. Raschet optimal'nykh parametrov elektromagnitnogo privoda kolebatel'nogo dvizheniya [The calculation of the optimal parameters of the vibrational motion of the electromagnetic actuator]. *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta – Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2014, vol. 325, no. 4, pp. 121–132. (In Russian)
15. Neyman L.A., Neyman V.Yu. Dinamicheskaya model' elektromagnitnogo privoda kolebatel'nogo dvizheniya dlya sistem generirovaniya nizkochastotnykh vibratsii [The dynamic model of the electromagnetic actuator of the vibrational motion for systems generate high-

- frequency vibration]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2015, no. 3 (28), pp. 75–87.
16. Ismagilov F.R., Sattarov R.R., Gumerova M.B. Matematicheskoe modelirovanie dinamicheskikh rezhimov elektromagnitnykh dempfirovuyushchikh elementov [Mathematical modeling of dynamic modes of electromagnetic damping elements]. *Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatsionnogo tekhnicheskogo universiteta – Bulletin of the Ufa State Aviation Technical University*, 2010, vol. 14, no. 5 (40), pp. 86–90.
  17. Sattarov R.R., Ismagilov F.R. Periodicheskie rezhimy v elektromagnitnykh vibratsionnykh preobrazovatelyakh [Periodic modes in the electromagnetic vibration converters]. *Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatsionnogo tekhnicheskogo universiteta – Bulletin of the Ufa State Aviation Technical University*, 2010, vol. 14, no. 1 (36), pp. 50–55.
  18. Dobronravov V.V., Nikitin N.N. *Kurs teoreticheskoi mekhaniki* [Course of theoretical mechanics]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1983. 576 p.
  19. Manzhosov V.K., Lukutina N.O., Nevenchannaya T.O. *Dinamika i sintez elektromagnitnykh generatorov silovykh impul'sov* [The dynamics and synthesis of electromagnetic power pulse generators]. Frunze, Ilim Publ., 1985. 119 p.
  20. Bakhvalov Yu.A., Lobov B.N., Mogilevskii G.V., Nikitenko A.G. Raschet dinamiki vklucheniya elektromagnita postoyannogo toka [Calculation inclusion DC electromagnet dynamics]. *Elektrotehnika – Russian Electrical Engineering*, 1982, no. 1, pp. 48–51. (In Russian).
  21. Neyman L.A., Shabanov A.S., Neyman V.Yu. [The solution of the problem accounting non-linear properties of the dynamic model of the electromagnetic actuator]. *Teoriya i praktika sovremennoi nauki: materialy XIX mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii* [The theory and practice of modern science: Proceedings of the XIX International Scientific and Practical Conference]. Moscow, 2015, pp. 58–63.
  22. Bul' O.B. *Metody rascheta magnitnykh sistem elektricheskikh apparatov: magnitnye tsepi, polya i programma FEMM* [Methods for calculating the magnetic systems of electric devices: magnetic circuit, field and program FEMM]. Moscow, Akademia Publ., 2005. 336 p.
  23. Andreeva E.G., Semina I.A., Tatevosyan A.A. Issledovanie polya magnitnoi sistemy otkrytogo tipa s pomoshch'yu programmnoho paketa ANSYS [Investigation of the magnetic field open-type system using ANSYS software package]. *Dinamika sistem, mekhanizmov i mashin – Dynamics of systems, mechanisms and machines*, 2014, no. 1, pp. 173–175.
  24. Tatevosyan A.S., Tatevosyan A.A. *Raschet elektricheskikh i magnitnykh polei metodom konechnykh elementov s primeneniem kompleksa programm ELCUT* [Calculation of electric and magnetic fields by finite element method using ELCUT programs in]. Omsk, OmSTU Publ., 2015. 96 p.
  25. Chernykh I.V. *Modelirovanie elektrotekhnicheskikh ustroystv v MATLAB, SimPowerSystems i Simulink* [Simulation of electrical devices in MATLAB, SimPowerSystems and Simulink]. Moscow, DMK Press Publ., St. Petersburg, Piter Publ., 2008. 288 p.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Нейман Людмила Андреевна** – родилась в 1966 году, канд. техн. наук, доцент кафедры электротехнических комплексов Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: линейные синхронные электромагнитные машины и технологии. Опубликовано более 70 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: neyman31@gmail.com).

**Neyman Lyudmila Andreevna** (b. 1966) – Candidate of Sciences (Eng.), Associate Professor, Associate Professor of Electrotechnological Units Department of the Novosibirsk State Technical University. Research interests: linear synchronous electromagnetic machine and technology. She is author of 70 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. Email: neyman31@gmail.com).



**Нейман Владимир Юрьевич** – родился в 1960 году, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой теоретических основ электротехники Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов – силовые электромагнитные импульсные системы. Автор и соавтор более 200 научных и учебно-методических работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: nv.nstu@ngs.ru).

**Neyman Vladimir Yurievich** – was (b. 1960), Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Theory of Electrical Engineering, Novosibirsk State Technical University. Research interests – power electromagnetic pulse systems. Author and co-author of over 200 scientific and educational works. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. Email: nv.nstu@ngs.ru).

*Статья поступила 26 апреля 2016 г.*

*Received April 26, 2016*

---

To Reference:

Neyman L.A., Neyman V.Y. Matematicheskaya model' dinamiki elektromagnitnogo udarnogo uzla s upru-gimi svyazyami [A dynamic mathematical model of the electromagnetic impact unit with spring linkages]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2016, no. 2 (31), pp. 94–107. doi: 10.17212/1727-2769-2016-2-94-107