ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ

2016 июль-сентябрь № 3 (32)

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 539.2+537.226

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ПОЛЯРИЗАЦИИ ДИЭЛЕКТРИКОВ СО СЛОЖНОЙ КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ

В.А. Калытка[1], З.К. Баймуханов[2], А.Д. Мехтиев[1]

[1] *Карагандинский государственный технический университет*

[2] *Казахский агротехнический университет им. С.Сейфуллина*

Методами квазиклассической кинетической теории диэлектрической релаксации исследуется механизм миграционной поляризации в диэлектриках со сложной кристаллической структурой (кристаллы с водородными связями (КВС), керамика и другие слоистые материалы) в переменном электрическом поле в области слабых полей. Кинетическое уравнение Больцмана строится в приближении интеграла столкновений для системы невзаимодействующих ионов (релаксаторов), двигающихся в поле одномерного кристаллического потенциального рельефа, возмущенного внешним (поляризующим) электрическим полем. Влияние фононной подсистемы не учитывается. Кристаллическая решетка принята идеальной – не рассматриваются рекомбинационные процессы и диссоциация носителей заряда (релаксаторов) на ловушках. Коэффициенты кинетического уравнения, равные скорости вероятности термически активируемых (классических) переходов релаксаторов через потенциальный барьер (в направлении по внешнему полю и против поля соответственно), вычисляются в линейном приближении по полю. Решение линеаризованной системы уравнений Фоккера–Планка и Пуассона строится для модели блокирующих электродов в стационарном режиме поляризации в бесконечном приближении теории возмущений и в квадратичном приближении по поляризующему полю. Построенные для стационарно периодического процесса объемно-зарядовой поляризации выражения для комплексной диэлектрической проницаемости отличаются от классического закона дисперсии Дебая. Доказывается, что отличный от нуля дипольный момент диэлектрика генерируется только на нечетных гармониках переменного поля, что может служить основой для разработки СВЧ-генераторов, работающих на утроенных частотах радиодиапазона.

Ключевые слова: твердые диэлектрики; слоистые кристаллы; кристаллы с водородными связями (КВС); миграционная поляризация; комплексная диэлектрическая проницаемость (КДП).

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-3-7-21

Введение

Диэлектрики со сложной структурой кристаллической решетки (керамика, кристаллы с водородными связями (КВС) и др.) находят широкое применение в высоковольтной и кабельной технике, лазерной технике, строительных технологиях и др. Техническая керамика применяется в промышленной электротехнике и электроэнергетике в качестве изоляционного материала и для механической фиксации токоведущих частей электрогенераторов ТЭС. КВС классифицируют, с точки зрения минералогии, как слоистые кристаллы (слоистые силикаты, кристаллогидраты и др.), а по электрофизическим свойствам, как протонные полупроводники и диэлектрики [1]. Нелинейные квантовые свойства КВС, при их объемно-зарядовой поляризации в области слабых полей, определяют эти материалы в качестве активных элементов МДП-структур и СВЧ-генераторов, топливных элементов в водородной энергетике и элементов лазеров [2, 3].

По данным экспериментов по измерению спектров диэлектрических потерь и токов термостимулированной деполяризации (ТСТД) в КВС, в диапазоне температур $T = 70\ldots450$ К, при напряженностях поляризующего поля $E_0 \approx 100\ldots1000$ кВ/м, проявляется протонная проводимость, сводящаяся к диффузионному переносу протонов по водородным связям в электрическом поле [1, 4]. Экспериментальные данные по диэлектрической релаксации и проводимости в КВС в области сверхнизких температур (4…25 К) отсутствуют [5]. Сегнетоэлектрические свойства кристаллов типа KDP, DKDP могут быть объяснены структурной перестройкой водородной подрешетки, обусловленной квантовыми переходами протонов вблизи точки фазового перехода второго рода [6].

Экспериментальные исследования диэлектрических свойств КВС начаты в работах Воробьева Г.А., Тонконогова М.П., Блистанова А.А., Поплавко Ю.М., Тимохина В.М., Миронова В.А., которыми измерены частотно-температурные спектры тангенса угла диэлектрических потерь $\mathrm{tg}\,\delta$ и диэлектрической проницаемости ε' при температурах выше 190 К и частотах $50\ldots10^7$ Гц, в кристаллах онотского талька $Mg_3(Si_4O_{10})(OH)_2$, мусковита $KAl_2(AlSi_3O_{10})(OH)_2$, в гипсе $CaSO_4\cdot0{,}5H_2O$, медном купоросе $CuSO_4\cdot2H_2O$, $CuSO_4\cdot3H_2O$, и выявлены два-три монорелаксационных частотных максимума $\mathrm{tg}\,\delta(\nu)$, обусловленных переориентацией молекул H_2O в электрическом поле и нелинейной релаксацией объемного заряда [1, 5]. При измерении температурных спектров $\mathrm{tg}\,\delta(T)$ при частоте поляризующего поля $\nu = 7\cdot10^6$ Гц в онотском тальке обнаружены 4 монорелаксационных максимума при температурах $T_{\max}$ = 160 К, 220 К, 265 К, 310 К, а в гипсе при $T_{\max}$ = 145 К, 210 К, 270 К, 320 К [1]. Толщина экспериментальных образцов, как и при измерении спектров плотности ТСТД в халькантите и флогопите, составляла d = 30 мкм [1]. Измеритель добротности ВМ-560 позволил измерить $\mathrm{tg}\,\delta \geq 3\cdot10^{-4}$, а электрическую емкость до долей пикофарады. Ошибка при измерении $\mathrm{tg}\,\delta$ в этом диапазоне довольно значительна (при $\mathrm{tg}\,\delta \leq 10^{-4}$, δ = 40…50 %, при $\mathrm{tg}\,\delta \geq 10^{-3}$ δ = 6…10 %) [1]. Тем не менее, учитывая сложность измерения диэлектрических потерь в КВС, низкотемпературную ветвь (50…100 К) температурного спектра $\mathrm{tg}\,\delta(T)$ в настоящее время экспериментально выявить не удается [5].

При теоретическом описании спектров $\mathrm{tg}\,\delta(T)$ в КВС с помощью феноменологических теорий Дэвидсона–Коула, Гаврильяка–Негами, Фьюса–Кирквуда, Дебая, Аррениуса и т. д. [7, 8] молекулярный механизм релаксационных процессов при установлении инерционной поляризации (времени установления поляризации $\tau_{\mathrm{inp}} > 10^{-10}$ с) не рассматривался.

Линейная кинетическая теория [4] исследует релаксацию только одного типа носителей заряда – протонов, двигающихся по водородным связям с различными значениями параметров U_0 (энергия активации), ν_0 (собственная частота колебаний), n_0 (равновесная концентрация) в окрестностях температур $T_{\max}$ экспериментальных максимумов $\mathrm{tg}\,\delta_{\exp}(T)$, соответствующих различным типам релаксаторов: дефекты Бьеррума (ионизационные H_3O^+, OH^- и ориентационные L-, D-дефекты); молекулы структурной и адсорбированной воды [1]. При расчете теоретических зависимостей $\mathrm{tg}\,\delta_{\mathrm{theory}}(T)$ вычисленные $\nu_{0,t}$, $n_{0,t}$ и измеренные значения $\nu_{0,e}$, $n_{0,e}$ согласуются в окрестностях температур $T_{\max}$ первых четырех максимумов $\mathrm{tg}\,\delta_{\exp}(T)$ для онотского талька и гипса. При этом значения

$\mathrm{tg}\,\delta_{\mathrm{theory}}(T_{\max})$, $U_{0,t}$ и $\mathrm{tg}\,\delta_{\exp}(T_{\max})$, $U_{0,e}$ при температурах максимумов $T_{\max}$ = 310 К (в тальке), $T_{\max}$ = 320 К (в гипсе) не согласуются, что указывает на недостаточность линейного приближения для исследования высокотемпературного максимума, связанного с нелинейной релаксацией объемного заряда [5].

В связи с этим актуально построение нелинейной кинетической теории, позволяющей исследовать молекулярный механизм релаксационной поляризации в диэлектриках (в том числе в КВС, корундо-циркониевой керамике (КЦК)) с помощью общей системы кинетических уравнений, независимо от параметров кристаллической решетки, типа и параметров дефектов структуры, в широком диапазоне температур и напряженностей поляризующего поля. При этом вычисление поляризации должно строиться с учетом нечетных по полю членов, начиная с третьего порядка теории возмущений в функциях пространственных переменных и времени $\vec{\mathrm{P}}\left(\vec{\mathrm{r}};\, t;\, \vec{\mathrm{E}};\, \vec{\mathrm{E}}^3;\, \vec{\mathrm{E}}^5;\, ...\right)$.

1. Спектры комплексной диэлектрической проницаемости

В диэлектрике, в периодическом электрическом поле $\vec{\mathrm{E}}(t) = \vec{\mathrm{E}}_0 \exp(i\omega t)$ вектор электростатической индукции $\vec{\mathrm{D}} = \varepsilon_0 \hat{\varepsilon} \vec{\mathrm{E}}(\mathrm{t})$, $\vec{\mathrm{D}} = \varepsilon_0 \vec{\mathrm{E}}(t) + \vec{\mathrm{P}}$ вычисляется с учетом комплексной диэлектрической проницаемости (КДП) $\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}' - i\,\hat{\varepsilon}''$, где $\hat{\varepsilon}' = \mathrm{Re}(\hat{\varepsilon})$, $\hat{\varepsilon}'' = \mathrm{Im}\left(\hat{\varepsilon}\right)$ – вещественная и мнимая компоненты КДП. Вектор поляризации $\vec{\mathrm{P}} = \vec{\mathrm{P}}_\infty + \vec{\mathrm{P}}_{rp}$ будем строить с учетом как безынерционной (оптической) $\vec{\mathrm{P}}_\infty = \hat{\alpha}_\infty \vec{E}$, так и инерционной (релаксационной) поляризации $\vec{\mathrm{P}}_{rp} = \hat{\alpha}_{rp} \vec{\mathrm{E}}$, где $\hat{\alpha}_\infty$, $\hat{\alpha}_{rp}$ – комплексные коэффициенты поляризации (ККП), отражающие молекулярный механизм соответственно оптической (время релаксации $\tau_{\mathrm{opt}} \le 10^{-12}$ с) и релаксационной (время релаксации $\tau_{rp} \ge 10^{-10}$ с) поляризации [9]. Основной вклад в коэффициент $\hat{\alpha}_\infty$ вносит электронная, упруго-ионная и упруго-дипольная поляризация. В диэлектриках со сложной кристаллической структурой, по результатам измерений спектров $\mathrm{tg}\,\delta(\nu)$, при постоянной температуре поляризации $T_{\mathrm{P}} \approx$ 70…1250 К и напряженности поляризующего поля $E_0 \approx$ 100…1000 кВ/м экспериментальные максимумы $(\mathrm{tg}\,\delta)_{\max}$ реализуются при частотах поля $\nu_{\max} \approx 1$ кГц…10 МГц (радиочастотный диапазон) [1], что позволяет определить диэлектрическую проницаемость в области оптических частот как $\varepsilon_\infty = 1 + \dfrac{\alpha_\infty}{\varepsilon_0}$, где $\alpha_\infty = \hat{\alpha}_\infty^{(\omega=0)}$ – вещественная величина. Тогда, КДП кристалла

$$\hat{\varepsilon}(\omega, T) = \varepsilon_\infty + \frac{\hat{\alpha}_{rp}(\omega, T)}{\varepsilon_0}. \tag{1}$$

Слоистый диэлектрик – сложная кристаллическая структура, состоящая из ионной, дипольной подсистем и молекул структурной (связанной) и встроенной (межслоевой) воды [10]. Дефекты структуры решетки также образуют отдельные подсистемы (междоузельные ионы, анионные и катионные вакансии, А-, К-диполи; диполоны (ассоциированные вакансии разных знаков) и др.) [11].

Каждая из подсистем имеет определенную пространственную структуру и описывается соответствующим потенциалом взаимодействия структурных элементов. В данной работе потенциалы взаимодействия внутри подсистем и между подсистемами рассматривать не будем, ограничиваясь молекулярными параметрами (энергия активации, частота собственных колебаний, равновесная концентрация, постоянная решетки) основных структурных элементов подсистем и дефектов структуры.

Поскольку слоистые диэлектрики характеризуются неоднородной структурой, в этих материалах под действием электрического поля происходит накопление электрического заряда на границах раздела и на поверхности электродов, что приводит к формированию, в пространстве между электродами пространственно неоднородно распределенного заряда, что и определяет релаксационную поляризацию как миграционную. В КВС, в области слабых полей, при температурах T = 70…450 К, по данным экспериментов [11], основной вклад в поляризацию вносят термически активируемые (область высоких температур T >100 К) [1, 4] и квантовые (область низких температур T = 70…100 К) [2, 3] переходы протонов по водородным связям, со смещением протона относительно положения равновесия на большие расстояния, в направлении силовых линий электрического поля – протонно-релаксационная поляризация.

В общем, при математическом описании кинетики релаксационной поляризации принимаем в качестве релаксаторов (основных носителей заряда) наиболее подвижные частицы, при заданных параметрах кристаллической решетки и внешнего поля (частота, амплитуда напряжения, волновой вектор). Как правило, в области слабых полей в диэлектриках релаксаторами являются ионы обоих знаков заряда и молекулы воды. Кристаллическую решетку принимаем идеальной, т. е. пренебрегаем как диссоциацией релаксаторов, так и их рекомбинацией на ловушках. Аналитический вид невозмущенного кристаллического потенциального поля определяется механизмом взаимодействия релаксаторов с фоновым силовым полем, образованным слабо подвижными частицами (тяжелыми ионами, молекулами, полярными группами, кластерами и др.). Расчет компонент ККП $\hat{\alpha}'_{rp}(\omega,T)=\mathrm{Re}\left(\frac{\left\langle \vec{\mathrm{P}}^{(\omega)}_{rp}(\vec{\mathrm{r}};t)\right\rangle}{\vec{\mathrm{E}}}\right)$, $\hat{\alpha}''_{rp}(\omega,T)=\mathrm{Im}\left(\frac{\left\langle \vec{\mathrm{P}}^{(\omega)}_{rp}(\vec{\mathrm{r}};t)\right\rangle}{\vec{\mathrm{E}}}\right)$ сводится к усреднению вектора поляризации $\vec{\mathrm{P}}^{(\omega)}(\vec{\mathrm{r}};t)$ по пространственным переменным $\vec{\mathrm{r}}$, с помощью неравновесной функции распределения релаксаторов, вычисляемой из решения кинетического уравнения Больцмана, в приближении интеграла столкновений [12],

$$\frac{\partial f^{(\omega)}(\vec{\mathrm{r}};t)}{\partial t}=\mathrm{St}\left(f^{(\omega)}(\vec{\mathrm{r}};t)\right). \tag{2}$$

Уравнение (2) описывает релаксацию системы при ее слабых отклонениях от состояния равновесия, когда $f^{(\omega)}(\vec{\mathrm{r}};t)\approx f^{(0)}(\vec{\mathrm{r}})+\delta f^{(\omega)}(\vec{\mathrm{r}};t)$, где $\delta f^{(\omega)}(\vec{\mathrm{r}};t)<<f^{(0)}(\vec{\mathrm{r}})$ есть малая поправка к равновесной функции распределения $f^{(0)}(\vec{\mathrm{r}})$. Принимаем концентрацию релаксаторов $n^{(\omega)}(\vec{\mathrm{r}};t)=Nf^{(\omega)}(\vec{\mathrm{r}};t)\approx n^{(0)}(\vec{\mathrm{r}})+$ $+\delta n^{(\omega)}(\vec{\mathrm{r}};t)$ [9, 11], где $\delta n(\vec{\mathrm{r}};t)=n(\vec{\mathrm{r}};t)-n_0(\vec{\mathrm{r}})$ есть концентрация избыточная в сравнении с $n_0(\vec{\mathrm{r}})$; $N=\int\limits_V n_0(\vec{\mathrm{r}})dV$ – полное количество данного сорта релаксаторов в системе.

Поскольку в слоистых диэлектриках релаксационное движение ионов в электрическом поле протекает в направлении кристаллической оси (перпендикулярно плоскостям спайности), ограничимся моделью одномерного потенциального рельефа. Очевидно, что вероятность перехода катионов по полю выше, чем против поля, а для анионов наоборот. Из условия переходов катионов между соседними состояниями равновесия (потенциальными ямами) номера $i-1$, i, $i+1$, на основании (2) имеем систему кинетических уравнений (применимых также при описании релаксации анионов) [1]

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = A^{(-)}_{i-1,i} n_{i-1} - \left(A^{(+)}_{i,,i-1} + A^{(-)}_{i,,i+1} \right) n_i + A^{(+)}_{i+1,i} n_{i+1}, \tag{3}$$

где n_i – концентрация ионов в i-м состоянии; $A^{(\pm)}_{i,j} = \frac{\nu_0}{2} \exp\left[-\frac{U_0 \pm \left| \Delta U_{i,j} \right|}{k_\text{B} T} \right]$ – вероятность перехода иона, в единицу времени, из состояния i в j по полю $A^{(-)}_{i,j}$, или против поля $A^{(+)}_{i,j}$; ν_0 – собственная частота колебаний иона в невозмущенной i-й потенциальной яме; $\Delta U_{i,j}$ – обусловленное внешним полем приращение высоты потенциального барьера U_0 при переходе иона из состояния i в j, вычисляется для сравнительно невысоких частот поля (1 кГц…10 МГц), когда процессами запаздывания можно пренебречь,

$$\left| \Delta U_{i,j} \right| = \begin{cases} q \left| \varphi(x_i, t) - \varphi\left(x_i + \frac{a}{2}, t \right) \right|, & i < j \\ q \left| \varphi\left(x_i - \frac{a}{2}, t \right) - \varphi(x_i, t) \right|, & i > j \end{cases}, \tag{4}$$

где q – заряд иона; φ – потенциал электрического поля; a – параметр решетки. Принимая напряженность электрического поля в области i-й потенциальной ямы $E(x_i; t) = -\left.\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right|_{x=x_i}$ слабо изменяющейся функцией координаты $E(x_i;\, t) \approx E_i(t)$, вычисляем, приближенно поправку $\left| \Delta U_{i,j} \right| = \left| q \int_{x_i}^{x_j} E(x;\, t) dx \right| \approx\ \approx \frac{q E_i a}{2}$. В области слабых полей $\frac{\left| \Delta U_{i,j} \right|}{k_B T} << 1$, вычисляя скорость вероятности переходов ионов, в линейном приближении $A^{(\pm)}_{i,j} \approx \frac{\nu_0}{2} \exp\left[-\frac{U_0}{k_B T} \right] \left(1 \mp \frac{q E_i a}{2 k_B T} \right)$, обозначая кинетические коэффициенты $a_0 = \frac{\nu_0}{2} \exp\left[-\frac{U_0}{k_B T} \right]$, $b_0 = \frac{1}{k_B T} a_0$, получаем

$$A^{(\mp)}_{i,i\pm 1} = a_0 \pm \frac{q a b_0}{2} E_i\,;\ A^{(\pm)}_{i\pm 1,i} = A_0 \mp \frac{q a b_0}{2} E_{i\pm 1}\,. \tag{5}$$

Подстановка выражений (5) в (3) дает

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = a_0(n_{i-1} + n_{i+1} - 2n_i) + \frac{b_0 q a}{2}\left(n_{i-1}E_{i-1} - n_{i+1}E_{i+1}\right). \qquad (6)$$

Представляя напряженность электрического поля и концентрацию ионов в состояниях $(i-1)$ и $(i+1)$ приближенно $E_{i\pm1} \approx E_i \pm a\left.\frac{\partial E}{\partial x}\right|_{x=x_i}$, $n_{i\pm1} \approx n_i \pm a\left.\frac{\partial n}{\partial x}\right|_{x=x_i} + \left.\frac{a^2}{2}\frac{\partial^2 n}{\partial x^2}\right|_{x=x_i}$, на основании (6), после замены переменной $\Delta n = n(x, t) - n_0$, где $n_0 -$ равновесная концентрация ионов, принимая в данной модели величиной постоянной во всем температурном диапазоне, с учетом уравнения Пуассона (вытекающего из уравнения Даламбера, при малых значениях волнового вектора)

$$\frac{\partial E(x, t)}{\partial x} = \frac{q}{\varepsilon_0\varepsilon_\infty}\Delta n(x, t), \qquad (7)$$

получаем нелинейное дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial(\Delta n)}{\partial t} = D\frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2} - \mu\frac{\partial(\Delta n E)}{\partial x} - \frac{q n_0 \mu}{\varepsilon_0\varepsilon_\infty}\Delta n - \frac{\mu q a^2}{2\varepsilon_0\varepsilon_\infty}\Delta n\frac{\partial^2(\Delta n)}{\partial x^2}. \qquad (8)$$

В (8) приняты обозначения: $D = a_0 a^2$ – коэффициент диффузии; $\mu = q a^2 b_0$ – коэффициент подвижности. Выполняя в (8) замену переменных $\xi = \frac{x}{a}$, $\tau = a_0 t$, $\rho = n - n_0$, $z = \frac{E}{E_0}$, где E_0 – напряженность однородного стационарного электрического поля и вводя обозначения $\eta = \frac{\mu q}{2\varepsilon_0\varepsilon_\infty a_0}$, $\theta = \frac{q n_0 \mu}{\varepsilon_0\varepsilon_\infty a_0} = 2\eta n_0$, $\gamma = \frac{\mu a E_0}{D}$, получаем уравнение

$$\frac{\partial\rho}{\partial\tau} = \frac{\partial^2\rho}{\partial\xi^2} - \gamma\frac{\partial(\rho z)}{\partial\xi} - \theta\rho - \eta\rho\frac{\partial^2\rho}{\partial\xi^2}. \qquad (9)$$

В области слабых полей $\gamma = \frac{\mu a E_0}{D} \approx \frac{q a E_0}{k_B T} << 1$ решение уравнения (9), совместно с (7), может строиться методами теории возмущений в виде степенных рядов

$$\rho(\xi;\tau) = \sum_{k=1}^{+\infty}\gamma^k\rho_k(\xi;\tau),\ z(\xi;\tau) = \sum_{k=0}^{+\infty}\gamma^k z_k(\xi;\tau). \qquad (10)$$

Очевидно, что выражение $\gamma^2\eta\rho_1\frac{\partial^2\rho_1}{\partial\xi^2}$ появляется в (9) только во втором приближении теории возмущений, что позволяет линеаризовать (9) и перейти к уравнению типа Фоккера–Планка

$$\frac{\partial\rho}{\partial\tau}=\frac{\partial^2\rho}{\partial\xi^2}-\gamma\frac{\partial(\rho z)}{\partial\xi}-\theta\rho\,. \tag{11}$$

В начальный момент времени $\rho(\xi;0)=0$. Из уравнения неразрывности тока

$$\frac{\partial n}{\partial t}=D\frac{\partial^2 n}{\partial x^2}-\mu\frac{\partial(n\cdot E)}{\partial x}\Leftrightarrow q\frac{\partial n}{\partial t}+\frac{\partial \vec{j}_x}{\partial x}=0\,, \tag{12}$$

при блокирующих электродах $\vec{j}_x(0;\,t)=\vec{j}_x(d;\,t)=0$ имеем

$$\left.\frac{\partial\rho}{\partial\xi}\right|_{\xi=\left[0;\frac{d}{a}\right]}=\left[\gamma(n_0+\rho)z\right]\Big|_{\xi=\left[0;\frac{d}{a}\right]}. \tag{13}$$

На основании (7), используя граничное условие $\int\limits_0^d E(x,t)dx=V_0\exp(i\omega t)$, где V_0, ω – соответственно амплитуда и частота ЭДС [1], имеем

$$\frac{\partial z}{\partial\xi}=\varphi\rho\,,\quad \int\limits_0^{d/a} z d\xi=\frac{d}{a}\exp\left(\frac{i\omega}{a_0}\tau\right), \tag{14}$$

где $\varphi=\dfrac{aq}{\varepsilon_0\varepsilon_\infty E_0}$. Вычисляем «нулевое» безразмерное поле в виде $z_0(\xi;\tau)=\exp\left(\dfrac{i\omega}{a_0}\tau\right)$. В последующих приближениях $(k\geq 1)$: $\int\limits_0^{d/a} z_k(\xi;\,\tau)d\xi=0$.

Подставляя ряды (10) в (11), (13), (14) в асимптотическом пределе, вычисляем плотность пространственного распределения объемного заряда в первых трех приближениях теории возмущений $k=1,2,3$:

$$\rho_1(\xi;\,\tau)=\frac{2aN_0}{d}\sum_{k=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n\left(1-(-1)^n\right)}{\dfrac{1}{\tau_n}+i\dfrac{\omega}{a_0}}\cos\left(\frac{\pi na}{d}\xi\right)\times\exp\left(\frac{i\omega\tau}{a_0}\right); \tag{15}$$

$$\rho_2(\xi;\,\tau)=\frac{4a^4qN_0^2}{d^3\varepsilon_0\varepsilon_\infty E_0}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{s=1}^{\infty}\left(\frac{(-1)^s(1-(-1)^s)^2(1-(-1)^n)}{\dfrac{\pi^2s^2a^2}{d^2}\left(\dfrac{1}{\tau_s}+i\dfrac{\omega}{a_0}\right)\left(\dfrac{1}{\tau_n}+i\dfrac{\omega}{a_0}\right)}\right)\cos\left(\frac{\pi na}{d}\xi\right)\times$$

$$\times\exp\left(\frac{i\omega\tau}{a_0}\right)+\frac{4a^2N_0}{d^2}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{s=1}^{\infty}\left(\frac{(-1)^s(1-(-1)^s)(1+(-1)^n)}{\left(\dfrac{1}{\tau_s}+i\dfrac{\omega}{a_0}\right)\left(\dfrac{1}{\tau_n}+2i\dfrac{\omega}{a_0}\right)}\right)\times$$

$$\times\frac{n^2}{s^2-n^2}\cos\left(\frac{\pi na}{d}\xi\right)\exp\left(2i\frac{\omega}{a_0}\tau\right); \tag{16}$$

$$\rho_3(\xi,\tau)=\frac{8a^7q^2N_0^3}{d^5\varepsilon_0^2\varepsilon_\infty^2E_0^2}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{s=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\times$$

$$\times\left(\frac{(-1)^s(1-(-1)^s)^2\left(1-(-1)^m\right)^2\left(1-(-1)^n\right)\cos\left(\frac{\pi na}{d}\xi\right)}{\frac{\pi^2s^2a^2}{d^2}\frac{\pi^2m^2a^2}{d^2}\left(\frac{1}{\tau_s}+i\frac{\omega}{a_0}\right)\left(\frac{1}{\tau_m}+i\frac{\omega}{a_0}\right)\times\left(\frac{1}{\tau_n}+i\frac{\omega}{a_0}\right)}\right)\times$$

$$\times\exp\left(\frac{i\omega\tau}{a_0}\right)+\frac{8a^5qN_0^2}{d^4\varepsilon_0\varepsilon_\infty E_0}\sum_{s=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\times$$

$$\times\left(\frac{(-1)^s\left(1-(-1)^s\right)^2\left(1-(-1)^m\right)\left(1+(-1)^n\right)\cos\left(\frac{\pi na}{d}\xi\right)}{\frac{\pi^2s^2a^2}{d^2}\left(\frac{1}{\tau_s}+i\frac{\omega}{a_0}\right)\left(\frac{1}{\tau_m}+i\frac{\omega}{a_0}\right)\left(\frac{1}{\tau_n}+2\frac{i\omega}{a_0}\right)}\right)\times$$

$$\times\frac{n^2}{m^2-n^2}\exp\left(2\frac{i\omega}{a_0}\tau\right)-\frac{8a^5qN_0^2}{d^4\varepsilon_0\varepsilon_\infty E_0}\sum_{s=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\times$$

$$\times\left(\frac{(-1)^s(-1)^m\left(1-(-1)^s\right)\left(1-(-1)^m\right)^2\left(1+(-1)^n\right)\cos\left(\frac{\pi na}{d}\xi\right)}{\frac{\pi^2m^2a^2}{d^2}\left(\frac{1}{\tau_s}+i\frac{\omega}{a_0}\right)\left(\frac{1}{\tau_m}+i\frac{\omega}{a_0}\right)\left(\frac{1}{\tau_n}+2\frac{i\omega}{a_0}\right)}\right)\times$$

$$\times\frac{n^2\exp\left(2\frac{i\omega}{a_0}\tau\right)}{s^2-n^2}-\frac{8a^4qN_0^2}{d^3\varepsilon_0\varepsilon_\infty E_0}\sum_{s=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\times$$

$$\times\left(\frac{(-1)^s(-1)^m\left(1-(-1)^s\right)\left(1-(-1)^m\right)}{\frac{\pi ma}{d}\left(\frac{1}{\tau_s}+i\frac{\omega}{a_0}\right)\left(\frac{1}{\tau_m}+i\frac{\omega}{a_0}\right)\left(\frac{1}{\tau_n}+2\frac{i\omega}{a_0}\right)}\right)\frac{\pi n}{4}\times$$

$$\times\left\{\delta(n-m-s)+\delta(n-m+s)-\delta(n+m-s)\right\}\times\cos\left(\frac{\pi na}{d}\xi\right)\exp\left(2\frac{i\omega}{a_0}\tau\right)+\frac{8a^3N_0}{d^3}\times$$

$$\times\sum_{s=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{(-1)^s\left(1-(-1)^s\right)\left(1+(-1)^m\right)\left(1-(-1)^n\right)}{\left(\frac{1}{\tau_s}+i\frac{\omega}{a_0}\right)\left(\frac{1}{\tau_m}+2i\frac{\omega}{a_0}\right)\left(\frac{1}{\tau_n}+3i\frac{\omega}{a_0}\right)}\right)\times$$

$$\times\frac{n^2m^2}{(m^2-n^2)(s^2-m^2)}\cos\left(\frac{\pi na}{d}\xi\right)\exp\left(3i\frac{\omega}{a_0}\tau\right). \qquad (17)$$

В (15)–(17) τ_n, τ_m, τ_s – соответственно безразмерное время релаксации для релаксационных мод номера *n*, *m*, *s*. Размерное время релаксации для *n*-й релаксационной моды вычисляется из выражения $T_n = \dfrac{\tau_n}{a_0}$ и равно $T_n = \dfrac{T_{nD} T_M}{T_{nD} + T_M}$. $T_{nD} = \dfrac{T_D}{n^2}$ – диффузионное время релаксации для *n*-й, а $T_D = \dfrac{d^2}{\pi^2 D}$ – для первой релаксационной моды. Максвелловское время релаксации от номера моды не зависит, $T_M = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty}{q n_0 \mu}$. Для релаксационных мод номера *m*, *s* пишем выражения T_s, T_m. В (17) четвертое слагаемое можно интерпретировать как нелинейное взаимодействие двух релаксационных мод, причем члены с δ-символами Кронекера описывают процессы рождения $\delta(m+s-n)$ и уничтожения $\delta(m+n-s)$, $\delta(m-s-n)$ *n*-релаксационных мод.

Вычисления в следующих приближениях теории возмущений (*k* = 4,5 и т. д.) из сравнения с (15)–(17) позволяют записать рекуррентное выражение

$$\rho_{k1}^{(\omega)}(\xi,\tau) = -\frac{4aN_0}{d}\frac{8^{k-1}a^{k-1}q^{k-1}N_0^{k-1}}{\pi^{2(k-1)}\varepsilon_0^{k-1}\varepsilon_\infty^{k-1}E_0^{k-1}}\times$$

$$\times\sum_{n_1=1}^{\infty}\sum_{n_2=1}^{\infty}\dots\sum_{n_k=1}^{\infty}\left(\frac{\sin^2\left(\dfrac{\pi n_1}{2}\right)\sin^2\left(\dfrac{\pi n_2}{2}\right)\cdot\ldots\cdot\sin^2\left(\dfrac{\pi n_k}{2}\right)}{n_1^2\cdot n_2^2\cdot\ldots\cdot n_k^2\left(\dfrac{1}{\tau_{n_1}}+i\dfrac{\omega}{a_0}\right)\left(\dfrac{1}{\tau_{n_1}}+i\dfrac{\omega}{a_0}\right)\cdot\ldots\cdot\left(\dfrac{1}{\tau_{n_k}}+i\dfrac{\omega}{a_0}\right)}\right)\times$$

$$\times\cos\left(\frac{\pi n a}{d}\xi\right)\exp\left(\frac{i\omega\tau}{a_0}\right); \qquad (18)$$

$$\rho_{k2}^{(2\omega)}(\xi,\tau) = \frac{16(k-1)a^2N_0^2}{d^2}\frac{8^{k-2}a^{k-2}q^{k-2}N_0^{k-2}}{\pi^{2(k-2)}\varepsilon_0^{k-2}\varepsilon_\infty^{k-2}E_0^{k-2}}\times$$

$$\times\sum_{n_1=1}^{\infty}\sum_{n_2=1}^{\infty}\dots\sum_{n_k=1}^{\infty}\left(\frac{\begin{array}{c} n_k^2\cos^2\left(\dfrac{\pi n_k}{2}\right)\sin^2\left(\dfrac{\pi n_{k-1}}{2}\right)\sin^2\times \\ \times\left(\dfrac{\pi n_{k-2}}{2}\right)\cdot\ldots\cdot\sin^2\left(\dfrac{\pi n_2}{2}\right)\sin^2\left(\dfrac{\pi n_1}{2}\right)\end{array}}{\begin{array}{c} n_1^2\cdot n_2^2\cdot\ldots\cdot n_{k-2}^2\left(n_k^2-n_{k-1}^2\right)\left(\dfrac{1}{\tau_{n_{k-1}}}+i\dfrac{\omega}{a_0}\right)\times \\ \times\left(\dfrac{1}{\tau_{n_{k-2}}}+i\dfrac{\omega}{a_0}\right)\cdot\ldots\cdot\left(\dfrac{1}{\tau_{n_2}}+i\dfrac{\omega}{a_0}\right)\left(\dfrac{1}{\tau_{n_1}}+i\dfrac{\omega}{a_0}\right)\end{array}}\right)\times$$

$$\times\cos\left(\frac{\pi n_k a}{d}\xi\right)\frac{\exp\left(2\dfrac{i\omega}{a_0}\tau\right)}{\dfrac{1}{\tau_{n_k}}+2\dfrac{i\omega}{a_0}}. \qquad (19)$$

Далее, в бесконечном приближении теории возмущений $(k \to \infty)$ на частотах поля $\omega, 2\omega$ имеем

$$\rho^{(\omega)}(x,t) = -\frac{4aN_0\gamma}{d\left(1-\dfrac{8aqN_0\Lambda\gamma}{\pi^2\varepsilon_0\varepsilon_\infty E_0}\right)}\sum_{n=1}^{+\infty}\left[\frac{\sin^2\left(\dfrac{\pi n}{2}\right)}{\dfrac{1}{\tau_n}+i\dfrac{\omega}{a_0}}\right]\cos\left(\frac{\pi nx}{d}\right)\exp(i\omega t); \tag{20}$$

$$\rho^{(2\omega)}(x,t) = \frac{16a^2N_0\gamma^2}{d^2\left(1-\dfrac{8aqN_0\Lambda\gamma}{\pi^2\varepsilon_0\varepsilon_\infty E_0}\right)^2}\times$$

$$\times\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{s=1}^{\infty}\left(\frac{n^2\cos^2\left(\dfrac{\pi n}{2}\right)\sin^2\left(\dfrac{\pi s}{2}\right)\cos\left(\dfrac{\pi nx}{d}\right)}{\left(n^2-s^2\right)\left(\dfrac{1}{\tau_s}+i\dfrac{\omega}{a_0}\right)\left(\dfrac{1}{\tau_n}+2\dfrac{i\omega}{a_0}\right)}\right)\exp(2i\omega t). \tag{21}$$

В (20), (21) принято обозначение $\Lambda = \sum_{s=1}^{\infty}\dfrac{\sin^2\left(\dfrac{\pi s}{2}\right)}{s^2\left(\dfrac{1}{\tau_s}+i\dfrac{\omega}{a_0}\right)}$. Поскольку $\gamma = \dfrac{\mu a E_0}{D}$, зависимость $\rho^{(\omega)}(x,t)$, $\rho^{(2\omega)}(x,t)$ от напряженности поляризующего поля соответственно линейная и квадратичная.

Суммарная поляризация $P_{rp} = P(x,t) = qx\rho(x,t)$ при частотах переменного поля $\omega, 2\omega$, $P^{(\omega;\,2\omega)}(x,t) = P^{(\omega)}(x,t) + P^{(2\omega)}(x,t)$, усредненная по толщине кристалла $P(t) = \dfrac{q}{d}\int_0^d x\rho(x,t)\,dx$, с учетом (21), (22) $P(t) = P^{(\omega)}(t) = \left\langle P^{(\omega)}(x,t)\right\rangle$ генерируется только на основной частоте ω

$$P^{(\omega)}(t) = \frac{8aqN_0\gamma}{\pi^2\left(1-\dfrac{8aqN_0\Lambda\gamma}{\pi^2\varepsilon_0\varepsilon_\infty E_0}\right)}\sum_{n=1}^{+\infty}\left[\frac{\sin^2\left(\dfrac{\pi n}{2}\right)}{n^2\left(\dfrac{1}{\tau_n}+i\dfrac{\omega}{a_0}\right)}\right]\exp(i\omega t), \tag{22}$$

а на четной частоте 2ω поляризация равна нулю: $P^{(2\omega)}(t) = \left\langle P^{(2\omega)}(x,t)\right\rangle = 0$, т. е. $\left\langle P^{(\omega;2\omega)}(x,t)\right\rangle = P^{(\omega)}(t)$. Согласно $P^{(\omega)}(t) = \hat{\alpha}_{rp}^{(\omega)}E(t)$, в силу (1), вычисляем ККП и КДП:

$$\hat{\alpha}_{rp}^{(\omega)} = \varepsilon_0\varepsilon_\infty\frac{\Gamma_1^{(\omega)} - i\Gamma_2^{(\omega)}}{1-\Gamma_1^{(\omega)} + i\Gamma_2^{(\omega)}},\quad \hat{\varepsilon}^{(\omega)} = \frac{\varepsilon_\infty}{1-\Gamma_1^{(\omega)} + i\Gamma_2^{(\omega)}}. \tag{23}$$

В (23) приняты обозначения:

$$\Gamma_1^{(\omega)} = \frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{\frac{T_n}{T_M}\left(1-(-1)^n\right)}{n^2\left(1+\omega^2 T_n^2\right)}\right];\ \Gamma_2^{(\omega)} = \frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{\frac{\omega T_n^2}{T_M}\left(1-(-1)^n\right)}{n^2\left(1+\omega^2 T_n^2\right)}\right]. \tag{24}$$

Выражения (23) и (24) отличаются от классического закона Дебая [9]. Отделяя в (23) вещественную и мнимую компоненты КДП, имеем

$$\begin{gathered}\left[\hat{\varepsilon}^{(\omega)}\right]' = \mathrm{Re}\left[\hat{\varepsilon}^{(\omega)}\right] = \varepsilon_\infty \frac{1-\Gamma_1^{(\omega)}}{\left(1-\Gamma_1^{(\omega)}\right)^2+\left(\Gamma_2^{(\omega)}\right)^2};\\ \left[\hat{\varepsilon}^{(\omega)}\right]'' = \mathrm{Im}\left[\hat{\varepsilon}^{(\omega)}\right] = \varepsilon_\infty \frac{\Gamma_2^{(\omega)}}{\left(1-\Gamma_1^{(\omega)}\right)^2+\left(\Gamma_2^{(\omega)}\right)^2}.\end{gathered} \tag{25}$$

Формулы (25) позволяют рассчитать частотно-температурные спектры КДП в бесконечном приближении теории возмущений и в линейном приближении по полю.

2. Влияние нелинейных эффектов на комплексную диэлектрическую проницаемость

В выражении (17) слагаемое

$$\rho_{33}^{(3\omega)}(x,\,t) = -\frac{64a^3N_0}{d^3}\sum_{s=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\times$$

$$\times\left(\frac{m^2n^2\sin^2\left(\frac{\pi s}{2}\right)\cos^2\left(\frac{\pi m}{2}\right)\sin^2\left(\frac{\pi n}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi n x}{d}\right)\exp\left(3i\omega t\right)}{\left(\frac{1}{\tau_s}+i\frac{\omega}{a_0}\right)\left(\frac{1}{\tau_m}+2i\frac{\omega}{a_0}\right)\left(\frac{1}{\tau_n}+3i\frac{\omega}{a_0}\right)(m^2-n^2)(s^2-m^2)}\right) \tag{26}$$

дает в третьем приближении теории возмущений $k = 3$ ненулевой вклад в поляризацию,

$$\gamma^3 P_{33}^{(3\omega)}(t) = \frac{128\mu^3 a^6 q N_0 E_0^3}{\pi^2 d^2 D^3}\sum_{s=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\times$$

$$\times\left(\frac{m^2\sin^2\left(\frac{\pi s}{2}\right)\cos^2\left(\frac{\pi m}{2}\right)\sin^2\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{\left(\frac{1}{\tau_s}+i\frac{\omega}{a_0}\right)\left(\frac{1}{\tau_m}+2i\frac{\omega}{a_0}\right)\left(\frac{1}{\tau_n}+3i\frac{\omega}{a_0}\right)(m^2-n^2)(s^2-m^2)}\right)\times$$

$$\times\cos\left(\frac{\pi n x}{d}\right)\exp(3i\omega t). \tag{27}$$

Очевидно, что дальнейшее вычисление функций $\gamma^4 P_{43}^{(3\omega)}(t)$, $\gamma^5 P_{53}^{(3\omega)}(t)$, $\gamma^k P_{k3}^{(3\omega)}(t)$ и т. д. позволит рассчитать поляризацию на первых двух нечетных частотах ω, 3ω:

$$P^{(\omega;3\omega)}(t) = \hat{\alpha}^{(\omega)} E(t) + \hat{\alpha}^{(3\omega)} E^3(t) . \qquad (28)$$

При этом КПП и КДП определяются в квадратичном приближении по полю:

$$\hat{\alpha}^{(\omega;3\omega)} = \hat{\alpha}^{(\omega)} + \hat{\alpha}^{(3\omega)} E^2(t) ,\ \hat{\varepsilon}^{(\omega;3\omega)} = \hat{\varepsilon}^{(\omega)} + \hat{\varepsilon}^{(3\omega)} E^2(t) . \qquad (29)$$

В рамках данной работы ограничение линейным приближением по полю при определении релаксационной поляризации (22) также обосновано тем, что диэлектрические потери в диэлектриках измеряются в основном при настройке электротехнических схем на основную частоту ω.

Выводы

1. Разработан механизм формирования объемно-зарядовой поляризации, заключающийся в возбуждении под действием внешнего переменного электрического поля релаксационных мод.

2. Показано, что линеаризация нелинейной системы уравнений Фоккера–Планка и Пуассона возможна только при временах, значительно превосходящих максимальное время релаксации моды с наибольшей длиной волны, равной удвоенной толщине диэлектрика. В этом случае процесс можно считать стационарно периодическим.

3. Получены выражения для распределения объемного заряда на кратных частотных гармониках. Доказано, что отличный от нуля дипольный момент имеют только нечетные частотные гармоники и, следовательно, только они могут быть сгенерированы во внешней цепи при релаксации объемного заряда в переменном электрическом поле. Это явление может служить основой создания генераторов СВЧ путем утроения частот радиодиапазона.

4. Для стационарно периодического процесса объемно-зарядовой поляризации получено выражение для комплексной диэлектрической проницаемости (КДП), отличающееся от выражения Дебая.

5. Разработаны теоретические основы методики прогнозирования качества электрической изоляции и проектирование активных элементов микроэлектроники, оптоэлектроники и лазерной техники.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Тонконогов М.П.** Диэлектрическая спектроскопия кристаллов с водородными связями. Протонная релаксация // УФН. – 1998. – Т. 168, № 1. – С. 29–54.
2. Квантовые эффекты при термодеполяризации в сложных кристаллах с водородными связями / М.П. Тонконогов, Т.А. Кукетаев, К.К. Фазылов, В.А. Калытка // Известия вузов. Физика. – 2004. – Т. 47, № 6. – С. 8–15.
3. **Анненков Ю.М., Калытка В.А., Коровкин М.В.** Квантовые эффекты при миграционной поляризации в нанометровых слоях протонных полупроводников и диэлектриков при сверхнизких температурах // Известия вузов. Физика. – 2015. – Т. 58, № 1. – С. 31–37.
4. Теория электретного состояния в кристаллах с водородными связями / М.П. Тонконогов, Т.А. Кукетаев, Ж.Т. Исмаилов, К.К. Фазылов // Известия вузов. Физика. – 1998. – Т. 41, № 6. – С. 77–82.

5. Размерные эффекты в слоях нанометровой крупности при установлении поляризации в кристаллах с водородными связями / М.П. Тонконогов, Т.А. Кукетаев, К.К. Фазылов, В.А. Калытка // Известия вузов. Физика. – 2005. – Т. 48, № 11. – С. 6–15.
6. **Левин А.А., Долин С.П., Зайцев А.Р.** Распределение заряда, поляризация и свойства сегнетоэлектриков типа КН2Р04 (КДР) // Химическая физика. – 1996. – Т. 15, № 8. – С. 84–92.
7. **Young G., Salomon R.E.** Dielectric behavior of ice with HCl impurity // The Journal of Chemical Physics. – 1968. – Vol. 48, iss. 4. – P. 1635–1644.
8. **Cole R.H., Worz O.** Dielectric properties of Ice I // Physics of Ice: Proceedings of the International Symposium on Physics of Ice, Munich, Germany, 9–14 September 1968. – New York: Plenum Press, 1969. – P. 546–554.
9. **Новиков Г.Ф.** Явления переноса, электропроводность в диэлектриках: учебное пособие к курсу лекций. – Воронеж; Черноголовка: [б. и.], 2000. – 203 с.
10. **Потапов А.А., Мецик М.С.** Диэлектрическая поляризация. – Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1986. – 263 с.
11. **Тимохин В.М., Тонконогов М.П., Миронов В.А.** Типы и параметры релаксаторов в кристаллогидратах // Известия вузов. Физика. – 1990. – Т. 33, № 11. – С. 82–87.
12. **Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.** Физическая кинетика. – М.: Наука, 1979. – 528 с.

NON-LIEAR EFFECTS UNDER POLARIZATION OF DIELECTRICS WITH A COMPOUND CRYSTALLINE STRUCTURE

Kalytka V.A.[1], Baimukhanov Z.K.[2], Mekhtiev A.D.[1]
[1] *Karaganda State Technical University, Karaganda, Kazakhstan*
[2] *Kazakh Agrotechnical University named after S. Seyfullin, Astana, Kazakhstan*

The molecular mechanism of migratory (interlayer) polarization in dielectrics with a compound crystalline structure (hydrogen bonded crystals (HBC) and other layered materials) in an alternating electric field in the limits of low fields is investigated with the help of methods of the kinetic theory of dielectric relaxation. The Boltzmann kinetic equation is constructed in the collision integral approximation for the ensemble of non - interacting particles (ions) moving in the one-dimensional crystalline potential image with the parabolic shape barriers disturbed by an external (polarizing) electric field. According to this model ions under polarization move along the electric field lines parallel to the crystal axis. Influence of a phonon subsystem on relaxation processes is not accounted for. The recombination and dissociation of ions are not studied. Coefficients of the kinetic equation are calculated in the linear polarizing field approximation with respect to only thermally activated (classical) transitions of particles through a potential barrier. The non-linear kinetic phenomena during interlayer polarization in HBCs are researched based on the Boltzmann statistics for the subsystem of ions distributed by the levels of non-disturbed quasi-continuous spectra. A linearized system of Fokker-Plank and Poisson equations is solved for the model of blocking electrodes in the stationary polarization mode in the endless approximation of the perturbation theory and in the quadratic approximation of the polarizing field. Expressions built for the stationary periodic process of volume-charge polarization for complex dielectric permittivity differ from the classical Debye dispersion equation. It is proved that a non-zero dielectric dipole moment is generated in an alternating electrical field only on the odd harmonic that can serve as a basis for the development of super-high-frequency generators (SHFG) working at triple frequencies

Keywords: Solid dielectrics; layered crystals; hydrogen bonded crystals (HBC); migratory polarization; complex dielectric permittivity (CDP).
DOI: 10.17212/1727-2769-2016-3-7-21

REFERENCES

1. Tonkonogov M.P. Dielektricheskaya spektroskopiya kristallov s vodorodnymi svyazyami. Protonnaya relaksatsiya [Dielectric spectroscopy of crystals with hydrogen bonds. Proton relaxation]. *Uspekhi fizicheskikh nauk – Physics-Uspekhi*, 1998, vol. 168, no. 1, pp. 29–54. (In Russian)

2. Tonkonogov M.P., Kuketayev T.A., Fazylov K.K., Kalytka V.A. Quantum effects under thermostimulated depolarization in compound hydrogen-bonded crystals. *Russian Physics Journal*, 2004, vol. 47, no. 6, pp. 583–590. Translated from *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Fizika*, 2004, vol. 47, no. 6, pp. 8–15.
3. Annenkov Yu.M., Kalytka V.A., Korovkin M.V. Quantum effects under migratory polarization in nanometer layers of proton semiconductors and dielectrics at ultralow temperatures. *Russian Physics Journal*, 2015, vol. 58, no. 1, pp. 35–41. Translated from *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Fizika*, 2015, vol. 58, no. 1, pp. 31–37.
4. Tonkonogov M.P., Kuketayev T.A., Ismailov Zh.T., Fazylov K.K. Teoriya elektretnogo sostoyaniya v kristallakh s vodorodnymi svyazyami [Theory of the electret state in crystals with hydrogen bonds]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Fizika – Russian Physics Journal*, 1998, vol. 41, no. 6, pp. 77–82. (In Russian)
5. Tonkonogov M.P., Kuketayev T.A., Fazylov K.K., Kalytka V.A. Dimensional effects in nanosized layers under establishing polarization in hydrogen-bonded crystals. *Russian Physics Journal*, 2005, vol. 48, no. 11, pp. 1110–1121. Translated from *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Fizika*, vol. 48, no. 11, pp. 6–15.
6. Levin A.A., Dolin S.P., Zaitsev A.P. Raspredelenie zaryada, polyarizatsiya i svoistva segnetoelektrikov tipa KN2R04 (KDR) [Charge distribution, polarization, and properties of KH2PO4(KDP) type ferroelectrics]. *Khimicheskaya fizika – Chemical Physics Reports*, 1996, vol. 15, no. 8, pp. 84–92. (In Russian)
7. Young G., Salomon R.E. Dielectric behavior of ice with HCl impurity. *The Journal of Chemical Physics*, 1968, vol. 48, no. 4, pp. 1635–1644.
8. Cole R.H., Worz O. Dielectric properties of Ice I. *Physics of Ice: Proceedings of the International Symposium on Physics of Ice*, Munich, Germany, 9–14 September 1968. New York, Plenum Press, 1969, pp. 546–554.
9. Novikov G.F. *Yavleniya perenosa, elektroprovodnost' v dielektrikakh* [The phenomena of transfer, conductivity are in dielectrics]. Voronezh, 2000. 203 p.
10. Potapov A.A., Metsik M.S. *Dielektricheskaya polyarizatsiya* [Dielectric polarization]. Irkutsk, Irkutsk State University Publ., 1986. 263 p.
11. Timokhin V.M., Tonkonogov M.P., Mironov V.A. Tipy i parametry relaksatorov v kristallogidratakh [Relaxer types and parameters in crystal hydrates]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Fizika – Soviet Physics Journal*, 1990, vol. 33, no. 11, pp. 82–87. (In Russian)
12. Lifshits E.M., Pitaevskii L.P. *Fizicheskaya kinetika* [Physical kinetics]. Moscow, Nauka Publ., 1979. 528 p.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Калытка Валерий Александрович – родился в 1976 году, канд. физ.-мат. наук, доктор PhD (по направлению «Физика»), доцент кафедры «Энергетические системы» Карагандинского государственного технического университета. Область научных интересов: теоретическая и математическая физика; физика твердого тела; диэлектрическая спектроскопия; физика конденсированного состояния. Опубликовано более 110 научных трудов. (Адрес: 100000, Казахстан, г.Караганда, пр. Бульвар Мира, 56. E-mail: kalytka@mail.ru).

Kalytka Valeriy Alexandrovich (was born in 1976 year) – Candidate of Sciences (Phys.& Math.), Doctor of Philosophy (in Phys.), associate professor at «Power engineering systems» department in Karaganda state technical university (KSTU). His scientific investigate (research) interests are currently focused on theoretical and mathematical physics, Solid state physics, dielectric spectroscopy and Physics of condensed media. He is the author (and coauthor) of more than 110 scientific proceedings. (Address: 56, Bulvar Mira Av., Karaganda, 100000, Kazakhstan. E-mail: kalytka@mail.ru).

Баймуханов Зейн Кайрбекович – родился в 1974 году, канд. физ.-мат. наук, зав. кафедрой «Информационные системы» Казахского агротехнического университета (КазАТУ) им. С. Сейфуллина. Область научных интересов: экспериментальная физика; математическое моделирование физического эксперимента; физика конденсированного состояния. Опубликовано более 50 научных трудов. (Адрес: 010002, Казахстан, г. Астана, ул. Победы, 62. E-mail: zein.77@mail.ru).

Baimukhanov Zein Kairbekovich (was born in 1974 year) **–** Candidate of Sciences (Phys. & Math.), chief at «Information systems» department in Kazakhstan agrotechnical university of S. Seifullin. His scientific investigate (research) interests are currently focused on experimental physics, mathematical modeling of physical experiment and Physics of condensed media. He is the author (and coauthor) of more than 50 scientific proceedings. (Address: 62, Pobeda St., Astana, 010002, Kazakhstan. E-mail: kalytka@mail.ru).

Мехтиев Али Джаванширович – родился в 1972 г., канд. техн. наук, зав. кафедрой «Энергетические системы» Карагандинского государственного технического университета. Область научных интересов: радиотехника и приборостроение, технологии и системы связи, теплоэнергетика и электроэнергетика. Адрес: 100000, Казахстан, г. Караганда, пр. Бульвар Мира, 56. E-mail: barton.kz@mail.ru).

Mekhtiev Ali Dzhavanshirovich – (was born in 1972 year) – Candidate of Technical Sciences, chief at «Power engineering systems» department in Karaganda state technical university (KSTU). His scientific investigate (research) interests are currently focused on radio electronics engineering and device construction, technologies and communication system chair, heart and power engineering. He is the author (and coauthor) more than 200 scientific proceedings. (Address: 56, Bulvar Mira Av., Karaganda, 100000, Kazakhstan. E-mail: barton.kz@mail.ru).

-Статья поступила 12 июля 2016 г.
Received July 12, 2016

To Reference:

Kalytka V.A., Baimukhanov Z.K., Mekhtiev A.D. Nelineinye effekty pri polyarizatsii dielektrikov so slozhnoi kristallicheskoi strukturoi [Non-linear effects under polarization of dielectrics with compound crystalline structure]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2016, no. 3 (32), pp. 7–21. doi: 10.17212/1727-2769-2016-3-7-21