ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ
2019 июль–сентябрь № 3 (44)
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 621.396.96: 519.6

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ МАСКИРОВКИ И ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ РАССЕИВАТЕЛЕЙ С УЧЕТОМ СМЕНЫ ПОЛЯРИЗАЦИИ ЗОНДИРУЮЩЕГО СИГНАЛА

М.С. Соппа
Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)

В статье исследуются свойства рассеивателей с импедансной поверхностью при смене направления линейной поляризации падающей электромагнитной волны. Установлено, что между решениями обратных задач синтеза импедансных покрытий при различных поляризациях существует функциональная связь, позволяющая перейти к интегрооператорному уравнению для определения покрытия, двойственного к исходному. Оно отличается тем, что если одновременно поменять покрытия и поляризацию падающей волны, то диаграмма рассеяния (ДР) не изменится. Это позволяет синтезировать кроссполяризационное маскировочное покрытие, при котором ДР не меняется при смене поляризации на поперечную. Предложен подход к построению рассеивателей, обладающих свойством кроссполяризационной эквивалентности. Преимуществом предложенных алгоритмов синтеза распределений поверхностного импеданса является то, что они не требуют применения процедур регуляризации. Исследована постановка оптимизационной задачи, которая обеспечивает получение покрытий в классах функций, имеющих минимальную норму.

Ключевые слова: интегральное уравнение, электромагнитное рассеяние, импедансное покрытие, маскировка, эквивалентные рассеиватели, линейная поляризация, метод граничных элементов.

DOI: 10.17212/1727-2769-2019-3-7-17

Введение

Важным разделом современной математической физики является теория дифракции электромагнитных волн, применяемая к задачам вычислительной диагностики и локационным задачам. Все большее значение здесь приобретают исследования обратных задач, связанных в том числе с понятием эквивалентных [1], невидимых [2] рассеивателей, с разработкой средств маскировки материальных объектов [3, 4], включающих синтез специальных поверхностных покрытий [5, 6]. В данной работе представлены подходы, позволяющие решать задачи определения поверхностного импеданса для маскировки рассеивателя с учетом смены поляризации падающей волны. Диаграмма рассеяния, соответствующая такому покрытию, не меняется при смене поляризации зондирующего сигнала на поперечную. Предложены алгоритмы синтеза двойственных покрытий цилиндрических объектов, обеспечивающих эквивалентные характеристики рассеяния при различных поляризациях падающей волны. Сформулирована и решена задача в оптимизационной постановке, которая позволяет получить пару двойственных покрытий, имеющих минимальную норму.

1. Постановка задачи

Рассматривается дифракция плоской электромагнитной волны на цилиндрической импедансной поверхности S. Волна имеет линейную поляризацию, когда

© 2019 М.С. Соппа

либо вектор $\vec{E}$ (E-поляризация), либо вектор $\vec{H}$ (H-поляризация) параллелен оси OZ – образующей поверхности S. Данная терминология используется, в частности, в монографии [7]. В области D, внешней для S, ненулевой компонентой поля является в случае E-поляризации $u = E_z(x, y)$, а при H-поляризации соответственно $u = H_z(x, y)$.

Для функции u выполняется уравнение Гельмгольца:

$$u_{xx} + u_{yy} + k^2 u = 0, \quad (x, y) \in D, \tag{1}$$

с граничным условием [8]

$$u - \frac{W}{ikW_0} u_{0n} = 0, \quad (x, y) \in S, \tag{2}$$

при E-поляризации и

$$u_n - ik\frac{W}{W_0} u_0 = 0, \quad (x, y) \in S, \tag{3}$$

при H-поляризации. Здесь $k = \omega / c = 2\pi / \lambda$, λ – длина волны; ω – круговая частота излучения; c – скорость распространения электромагнитной волны в вакууме; W – импеданс поверхности, описывающий процессы, возникающие в поверхностном слое проводника при взаимодействии с ним электромагнитного поля; $W_0 = 120\,\pi = \sqrt{\mu / \varepsilon}$ – волновое сопротивление свободного пространства; $(\cdot)_n$ – дифференцирование по внешней нормали к контуру; u_0 – решение в случае идеально проводящей поверхности S ($W = 0$).

Кроме того, для рассеянного поля на бесконечности требуется выполнение асимптотического условия излучения

$$\lim_{R\to\infty} \sqrt{R}\left({\partial u^s}/{\partial R} - iku^s \right) = 0, \tag{4}$$

$u^s = u - u_1$, где u_1 – известное поле падающей волны.

Согласно постановке обратной задачи, требуется найти комплекснозначную функцию W, задающую распределение поверхностного импеданса и обеспечивающую приближение с достаточной точностью диаграммы рассеяния τ к заданным в m точках дальней зоны значениям рассеянного поля τ_g:

$$J = \sum_{i=1}^{m} \left| \tau(x_i, y_i) - \tau_g(x_i, y_i) \right|^2 \to \min, \tag{5}$$

здесь $\tau = \gamma u^s$, $\gamma = \sqrt{R}e^{-ikR}$, $R^2 = x_i^2 + y_i^2 \to \infty$.

2. Переход к интегральным уравнениям

Используя фундаментальное решение $g(M, P) = (i\pi / 2) H_0^{(1)}(kr_{MP})$, где $H_0^{(1)}$ – функция Ханкеля нулевого порядка первого рода, перейдем от исходной дифференциальной краевой обратной задачи к интегральным уравнениям [9]:

$$\gamma \int_S (gv - g_n w) dS = 2\pi\tau_g(M), \quad M \in S_R, \tag{6}$$

$$\pi w - \int_S (gv - g_n w)dS = 2\pi t(P), \quad P \in S, \tag{7}$$

где S_R – окружность достаточно большого радиуса. При разных поляризациях мы приходим к одной и той же системе интегральных уравнений (6, 7), но для разных комплексов функций (v, w):

$$\begin{cases} v = u_{nE}, \quad w = u_{0nE} W_E / (ikW_0) \\ t = u_{1E} \end{cases} \quad \text{при } E\text{-поляризации}, \tag{8.1}$$

$$\begin{cases} v = u_{0H} ikW_H / W_0, \quad w = u_H \\ t = u_{1H} \end{cases} \quad \text{при } H\text{-поляризации}. \tag{8.2}$$

Сюда входят, кроме неизвестного импеданса, также решения прямых задач u_{nE} и u_H. Уравнение (7) перепишем в виде

$$Pw - Qv = 2\pi t, \tag{9}$$

где через P и Q обозначены операторы

$$P\sigma = \pi\sigma + \int_S g_n \sigma dS, \quad Q\sigma = \int_S g\sigma dS.$$

Из (9) получим представление для w:

$$w = P^{-1}(Qv + 2\pi t), \tag{10}$$

которое при подстановке в (6) приводит к получению интегрооператорного уравнения для функции v:

$$\gamma \int_S (g - g_n P^{-1} Q) v dS = 2\pi\tau_g + 2\pi\gamma \int_S g_n P^{-1} t dS. \tag{11}$$

Таким образом, исходная обратная задача (1–5) сведена к решению уравнения (11). В работах [9, 10] предложены и апробированы эффективные алгоритмы его регуляризации и численного решения методом граничных элементов.

Перейдем к построению специальных классов обратных задач синтеза рассеивателей, решение которых не потребует привлечения аппарата регуляризации (описанного, например, в [11]). Из соотношений двойственности (8.1) для функции w следует равенство

$$w = u_{0nE} W_E / (ikW_0).$$

Кроме того, для w имеется представление (10), благодаря чему, с использованием (8.2) для v, получаем

$$u_{0nE} W_E / (ikW_0) = P^{-1} Q u_{0H} ikW_H / W_0 + 2\pi P^{-1} t. \tag{12}$$

Через u_{0nE} и u_{0H} обозначены решения прямых задач в случае идеально проводящей поверхности соответственно при E-поляризованной и H-поляризованной падающей волне. Имеют место соотношения

$$2\pi P^{-1} t = u_{0H}, \quad 2\pi Q^{-1} t = -u_{0nE}. \tag{13}$$

В результате уравнение (12) может быть записано в виде:

$$W_E = (iku_{0H}W_0 - k^2P^{-1}Qu_{0H}W_H)/u_{0nE}\,. \tag{14}$$

Таким образом, установлено наличие функциональной связи между W_E и W_H – решениями задач синтеза поверхностного импеданса при E- и H-поляризациях.

3. Кроссполяризационные маскировочные покрытия

Ставится задача синтеза покрытия, при котором зондирующие сигналы разных поляризаций создают одинаковые отраженные поля. Потребуем, чтобы входящие в (14) функции были связаны равенством $W_E = W_H = W^m = W(s)$, где s – дуговая координата контура. Тогда из уравнения (14) следует, что функция $W(s)$ должна удовлетворять соотношению

$$(u_{0En} + k^2P^{-1}Qu_{0H})W = iku_{0H}W_0\,. \tag{15}$$

Метод граничных элементов позволяет свести его к системе линейных алгебраических уравнений

$$A\mathbf{W} = \mathbf{f}\,, \tag{16}$$

матрица $A = E(\mathbf{u}_{0En}) + k^2\mathbf{P}^{-1}\mathbf{Q}E(\mathbf{u}_{0H})$ имеет порядок $N \times N$ (N – число панелей, аппроксимирующих поверхность S). Через $\mathbf{W}$, $\mathbf{u}_{0En}$, $\mathbf{u}_{0H}$, $\mathbf{P}$, $\mathbf{Q}$ обозначены дискретные аналоги соответствующих функций и операторов, $\mathbf{f} = ikW_0\mathbf{u}_{0H}$, а $E(\mathbf{u}_{0En})$, $E(\mathbf{u}_{0H})$ являются диагональными матрицами, имеющими в качестве диагоналей соответствующие векторы. Решение уравнения (16) комплекснозначным методом исключения Гаусса с выбором ведущего элемента позволяет определить маскировочный поверхностный импеданс.

4. Синтез эквивалентных рассеивателей (с учетом смены поляризации)

Пусть имеется рассеиватель, обладающий некоторой диаграммой рассеяния при исходной поляризации падающей волны и начальном распределении импеданса W_1. Задача состоит в нахождении двойственного покрытия W_2, при котором данный рассеиватель создает такую же диаграмму рассеяния при облучении электромагнитной волной с поперечной поляризацией.

В случае, когда исходной является H-поляризация, функции W_1 и W_2 связаны между собой уравнением (14)

$$W_2 = (iku_{0H}W_0 - k^2P^{-1}Qu_{0H}W_1)/u_{0nE}\,. \tag{17}$$

Найденное отсюда двойственное распределение импеданса $W_E^d = W_2$ обеспечивает при облучении E-поляризованной волной диаграмму рассеяния, совпадающую с диаграммой рассеяния, которую создает этот же рассеиватель с поверхностным импедансом $W_H^d = W_1$ при облучении H-поляризованной волной.

Частным случаем при этом является возможность реализовать маскировку под кроссполяризационную диаграмму рассеяния идеально проводящего рассеивателя $(W_H = 0)$. Тогда из (17) следует:

$$W_E^* = W_2 = iku_{0H} W_0 / u_{0nE} . \tag{18}$$

В ситуации, когда исходной является E- поляризация, аналогом уравнения (18) является функциональная зависимость

$$W_1 = (u_{0nE} W_0 / (ik) - Q^{-1} P u_{0nE} W_2 / k^2) / u_{0H} . \tag{19}$$

При выводе (19) используются соотношения (13).

Нетрудно получить, что $W_E^* \cdot W_H^* = W_0^2$, где W_H^* определяется из (19) при $W_2 = 0$.

Если обозначить правую часть (19) через $F(W_2)$, то можно построить двухпараметрический класс кроссполяризационно эквивалентных покрытий, введя функциональную связь вида $W_1 = F(aW_2 + b)$.

5. Задача оптимизации синтезированного импеданса

Физическая реализация построенных решений может сталкиваться со значительными техническими трудностями. Одним из путей их преодоления является нахождение решений в классах функций, имеющих минимальную норму. Предлагаемый нами подход позволяет сформулировать постановку соответствующей оптимизационной задачи.

При построении синтезируемого покрытия будем считать искомым вещественный вектор

$$Z = (\operatorname{Re} W_{11}, .., \operatorname{Re} W_{1N}, \operatorname{Im} W_{11}, .., \operatorname{Im} W_{1N}, \operatorname{Re} W_{21}, .., \operatorname{Re} W_{2N}, \operatorname{Im} W_{21}, .., \operatorname{Im} W_{2N}),$$

имеющий $4N$ компонент $Z = (Z_1, ..., Z_{4N})$. Таким образом, в уравнении (19) как W_2, так и W_1 считаются варьируемыми. Поставим задачу минимизации нормы вектора Z при дополнительном условии в виде соотношения (19). Для ее решения составим функцию Лагранжа

$$L(Z_1, ..., Z_{4N}, \lambda_1, ..., \lambda_{2N}) = \sum_{i=1}^{4N} Z_i^2 +$$

$$+ \sum_{j=1}^{N} \lambda_j \operatorname{Re}\left(\mathbf{W}_1 - \mathbf{F}(\mathbf{W}_2)\right)_j + \sum_{j=1}^{N} \lambda_{j+N} \operatorname{Im}\left(\mathbf{W}_1 - \mathbf{F}(\mathbf{W}_2)\right)_j . \tag{20}$$

Через $\mathbf{F}(\mathbf{W}_2)$ обозначен комплекснозначный дискретный аналог оператора, соответствующего правой части (19). Запишем условие минимума функции L.

$$\frac{\partial L}{\partial Z_i} = 0, \quad i = 1, ..., 4N, \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda_j} = 0, \quad j = 1, ..., 2N . \tag{21}$$

Система (21) состоит из $6N$ линейных алгебраических уравнений.

Вычислительную процедуру решения системы можно упростить, существенно понизив ее порядок. Для этого используется специальный вид уравнения (19). Представим вектор Z в виде $Z = (Y_1, Y_2)$, где

$$Y_1 = (\mathrm{Re}W_{11},\ ...,\ \mathrm{Re}W_{1N},\ \mathrm{Im}W_{11},\ ...,\ \mathrm{Im}W_{1N})\ ,$$

$$Y_2 = (\mathrm{Re}W_{21},\ ...,\ \mathrm{Re}W_{2N},\ \mathrm{Im}W_{21},\ ...,\ \mathrm{Im}W_{2N})\ .$$

Тогда (19) в результате дискретизации может быть записано в матричной форме:

$$Y_1 = BY_2 + h\ .$$

Здесь $B = \begin{pmatrix} \mathrm{Re}\,\mathbf{B}_1 & -\mathrm{Im}\,\mathbf{B}_1 \\ \mathrm{Im}\,\mathbf{B}_1 & \mathrm{Re}\,\mathbf{B}_1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B}_1$ – матрица порядка N, являющаяся дискретным аналогом комплекснозначного оператора $-Q^{-1}Pu_{0nE}/(ku_{0H})$, $h = (\mathrm{Re}\,\mathbf{h}_1, \mathrm{Im}\,\mathbf{h}_1)$, где $\mathbf{h}_1$ – дискретный аналог функции $u_{0nE}W_0/(iku_{0H})$.

С учетом этого функция Лагранжа (20) принимает следующий вид:

$$L = \sum_{i=1}^{2N} Y_{1i}^2 + \sum_{i=1}^{2N} Y_{2i}^2 + \sum_{i=1}^{2N} \lambda_i (Y_{1i} - (BY_2)_i - h_i)\ .$$

Система (21) позволяет исключить множители Лагранжа $\lambda_i = 2(BY_2)_i - 2h_i$, $i = 1,\ ...,\ 2N$, и перейти к уравнению

$$(E + B^t B)Y_2 = -B^t h\ . \tag{22}$$

Вещественная симметричная матрица в левой части (22) имеет порядок $2N$. Набор компонент Y_1 затем может быть найден благодаря соотношениям:

$$\frac{\partial}{\partial \lambda_i} L = Y_{1i} - (BY_2)_i - h_i = 0, \quad i = 1,\ ...,\ 2N. \tag{23}$$

6. Результаты вычислительного эксперимента

1. Синтез кроссполяризационного маскировочного покрытия. В качестве примера рассматривается дифракция электромагнитной волны на цилиндрическом рассеивателе кругового поперечного сечения с диаметром $d = \lambda/\pi$. Искомое распределение поверхностного импеданса находится с помощью интегрооператорного уравнения (15). Реализация его численного решения выполняется по методу граничных элементов и сводится к системе линейных алгебраических уравнений (16) с подстановкой дискретных аналогов операторов P и Q решений прямых задач для идеально проводящей поверхности данной формы при E- и H-поляризациях падающей волны.

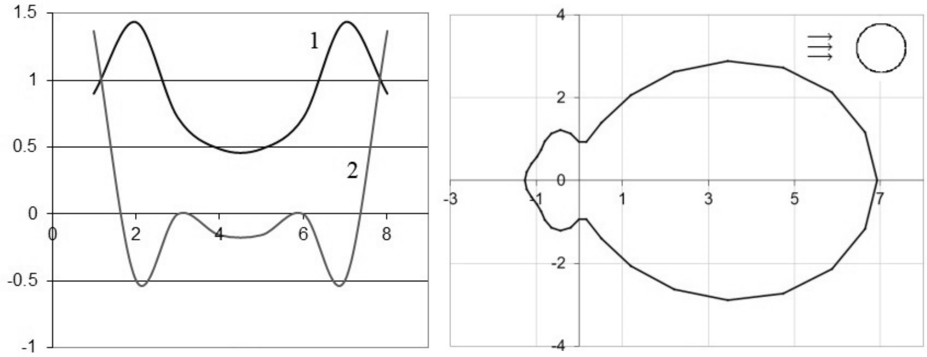
Графики полученных в расчетах реальной (линия 1) и мнимой (линия 2) частей нормированного импеданса $\overline{W}^m = W_H^m / W_0$ приведены на рис. 1, *а*.

Соответствующая найденному распределению импеданса диаграмма рассеяния представлена на рис. 1, *б*. Расчеты по алгоритму решения прямой задачи показывают, что она практически не меняется при смене поляризации зондирующего сигнала.

2. Синтез покрытий, обеспечивающих кроссполяризационную эквивалентность рассеивателей. Цилиндрический рассеиватель кругового поперечного сечения с комплекснозначным распределением поверхностного импеданса, удовлетворяющим соотношению

$$W_E^d = -kW_0(0{,}1 + 0{,}1i)\ , \tag{24}$$

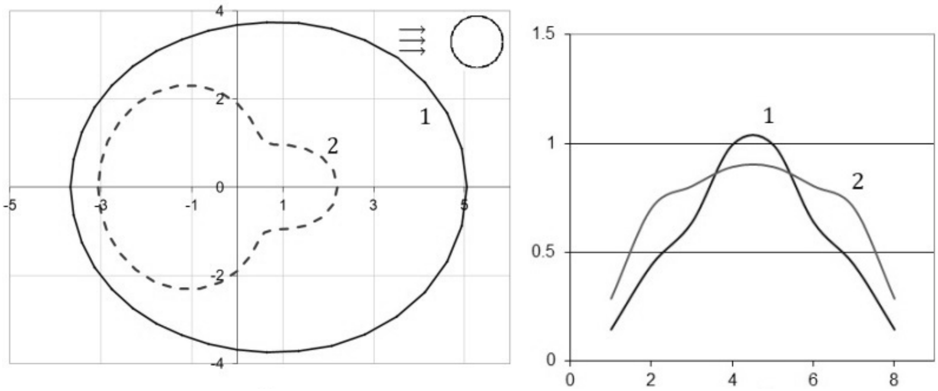
при облучении E-поляризованной электромагнитной волной, имеет диаграмму рассеяния, показанную на рис. 2, *а* сплошной линией *1*.



а *б*

Рис. 1 – Распределение $\mathrm{Re}\bar{W}^m$ – линия *1*, $\mathrm{Im}\bar{W}^m$ – линия *2* (*а*); диаграмма рассеяния (*б*)

Fig. 1 – Distribution $\mathrm{Re}\bar{W}^m$ is line 1, $\mathrm{Im}\bar{W}^m$ is line 2 (*a*); *b* – Scattering diagram



а *б*

Рис. 2 – Диаграммы рассеяния (*а*); распределение $\mathrm{Re}\bar{W}^d$ – линия *1*, $\mathrm{Im}\bar{W}^d$ – линия *2* (*б*)

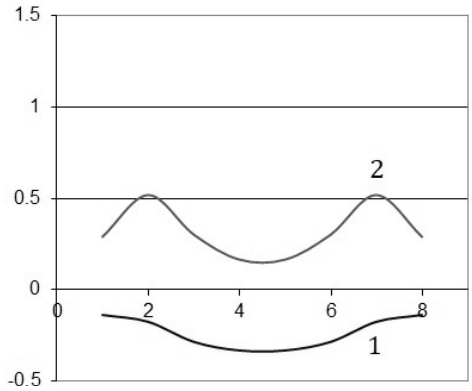
Fig. 2 – Scattering diagrams (*a*); Distribution $\mathrm{Re}\bar{W}^d$ is line *1*, $\mathrm{Im}\bar{W}^d$ is line *2* (*b*)

Ставится задача синтезировать двойственное импедансное покрытие для рассеивателя данной формы, такое, чтобы при локации H- поляризованной волной он имел индикатрису, представленную на рис. 2, *а* линией *1*.

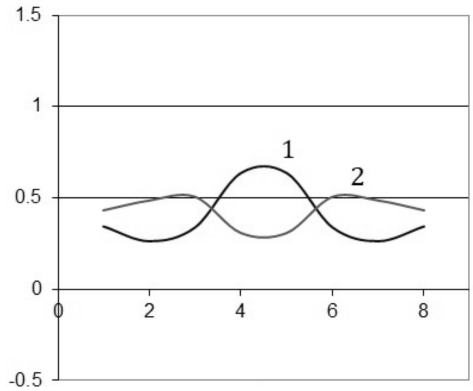
Искомое распределение импеданса $W_H^d = W_1$ находится по формуле (19), с подстановкой $W_2 = W_E^d$, соответствующей зависимости (24). Найденные в расчетах распределения вещественной (линия *1*) и мнимой (линия *2*) частей нормированного импеданса покрытия представлены на рис. 2, *б*. Диаграмма рассеяния, полученная с применением синтезированного покрытия с точностью до 1 % совпадает с показанной на рис. 2, *а* линией *1*. На этом же рисунке штриховой линии *2* соответствует исходная диаграмма рассеяния идеально проводящего объекта указанной формы при *H*- поляризации.

3. Построение двойственных покрытий минимальной нормы. Для иллюстрации применения метода управления свойствами синтезируемого покрытия рассмотрим дифракцию на рассмотренном выше цилиндрическом рассеивателе с круговым поперечным сечением.

В результате численного решения полученной системы линейных алгебраических уравнений (22) находим покрытие W_E^{opt} рассеивателя при *E*-поляризации, соответствующее вектору Y_2 – линии *1*, *2* на рис. 3, *а*. Парное маскировочное покрытие W_H^{opt}, в случае облучения *H*-поляризованной электромагнитной волной, соответствует вектору Y_1 и вычисляется с использованием соотношений (23). Оно представлено на рис. 3, *б* линиями *1*, *2*.



а



б

Рис. 3 – Распределения реальной (*1*) и мнимой (*2*) части поверхностного импеданса

Fig. 3 – Distributions of real (*1*) and imaginary (*2*) parts of surface impedance

На рис. 4 показана диаграмма рассеяния, которая является общей как для рассеивателя с покрытием W_E^{opt} при *E*-поляризации, так и при облучении *H*-поляризованной волной этого рассеивателя с покрытием W_H^{opt}.

Для обобщенной оценки нормы пары двойственных покрытий применим следующее выражение:

$$\|W\|_{(0)} = \frac{1}{W_0}\max\left(\max_{1\le i\le N}\sqrt{\operatorname{Re}W_{Hi}{}^2 + \operatorname{Im}W_{Hi}{}^2},\ \max_{1\le i\le N}\sqrt{\operatorname{Re}W_{Ei}{}^2 + \operatorname{Im}W_{Ei}{}^2}\right).$$

Анализ графиков на рис. 1–3 показывает, что обобщенная норма для кроссполяризационного маскировочного покрытия $\|W^m\|_{(0)} \approx 1{,}51$, для пары двойственных покрытий из предыдущего примера $\|W^d\|_{(0)} \approx 1{,}34$, в то время как покрытия, полученные при решении задачи оптимизации, имеют существенно меньшую обобщенную норму $\|W^{\text{opt}}\|_{(0)} \approx 0{,}71$.

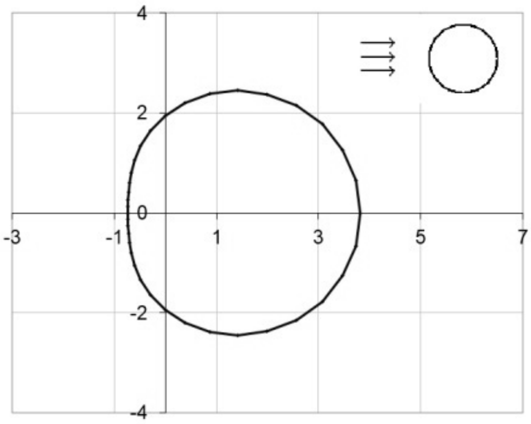


Рис. 4 – Диаграмма рассеяния для покрытия минимальной нормы

Fig. 4 – A scattering diagram to coat a minimum norm

Конструктивно-технологические аспекты реализации синтезированных покрытий выходят за рамки данной статьи, но необходимо отметить следующие соображения. Предложенный метод дает конструктивный алгоритм построения приближенных решений, которые соответствуют призматическим рассеивателям с количеством граней, равным параметру дискретизации N и с кусочно-постоянным распределением импеданса на гранях. В совокупности с возможностью минимизации норм это создает предпосылки для физичности и возможности технической реализации полученных решений.

Заключение

В работе построены вычислительные алгоритмы для решения задач кроссполяризационной маскировки импедансных рассеивателей с учетом смены линейной поляризации падающей волны на поперечную. Определены функциональные связи между поверхностными распределениями импеданса при различных поляризациях, включающие операторы решения прямых задач и их обращения для случая идеальной проводимости. Реализован алгоритм синтеза маскировочного покрытия, обеспечивающего ДР, совпадающую с ДР данного объекта при облучении поперечно поляризованной волной. Предложено численное решение о построении кроссполяризационно эквивалентных рассеивателей. По заданному импедансному покрытию определяется двойственное к нему, такое, что если одновременно поменять покрытия и поляризацию падающей волны, то ДР не изменится. Рассмотрена задача минимизации норм полученных решений, что увеличивает возможность физической реализуемости таких импедансных покрытий. Проведенные вычислительные эксперименты показали эффективность предложенных подходов. Они могут быть применены для цилиндрических рассеивателей с достаточно произвольной формой поперечного сечения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Еремин Ю.А., Свешников А.Г**. О существовании эквивалентных рассеивателей в обратных задачах теории дифракции // Доклады АН СССР. – 1987. – Т. 297, № 5. – С. 1095–1099.
2. **Еремин Ю.А.** К проблеме существования невидимого рассеивателя в теории дифракции // Дифференциальные уравнения. – 1988. – Т. 24, № 4. – С. 684–687.

3. **Pendry J.B., Shurig D., Smith D.R.** Controlling electromagnetic fields // Science. – 2006. – Vol. 312. – P. 1780–1782.
4. **Дубинов А.Е., Мытарева Л.А.** Маскировка материальных тел методом волнового обтекания // Успехи физических наук. – 2010. – Т. 180, № 5. – С. 475–501.
5. **Алексеев Г.В.** Управление граничным импедансом в двумерной задаче маскировки материальных тел методом волнового обтекания // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2013. – Т. 53, № 12. – С. 2044–2061.
6. **Alekseev G.V.** Cloaking via impedance boundary condition for the 2-D Helmholtz equation // Applicable Analysis. – 2014. – Vol. 93, iss. 2. – DOI: 10.1080/00036811.2013.768340.
7. **Галишникова Т.Н., Ильинский А.С.** Численные методы в задачах дифракции. – М.: МГУ, 1987. – 208 с.
8. **Беневольский С.С., Соппа М.С.** Обратная задача электромагнитного рассеяния при заданной фазовой характеристике // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2014. – № 1 (22). – С. 7–15.
9. **Соппа М.С.** Использование соотношений двойственности для *E*- и *H*-поляризаций в обратных задачах рассеяния на импедансных поверхностях // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2004. – Т. 7, № 2. – С. 111–116.
10. **Soppa M.S.** Mathematical modeling of microwave diagnostics of impedance surfaces with an unknown phase of the reflected signal // Applied Mechanics and Technical Physics. – 2008. – Vol. 49, N 4 (290). – P. 146–151.
11. **Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.** Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1986. – 288 с.

NUMERICAL SOLUTION OF MASKING AND SKATTERER EQUIVALENCE PROBLEMS TAKING INTO ACCOUNT THE CHANGE OF POLARIZATION OF THE PROBE SIGNAL

Soppa M.S.

Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (*SibStrin*), *Novosibirsk, Russian Federation*

The article investigates the properties of scatterers with an impedance surface when the direction of linear polarization of the incident electromagnetic wave changes. It has been established that between the solutions of inverse problems of the synthesis of impedance coatings with different polarizations, there is a functional relationship that allows us to get to the integrooperator equation to determine the coating dual to the original one. It differs in the fact that if you simultaneously change the coating and the polarization of the incident wave, the scattering diagram (SD) will not change. This allows you to synthesize a cross-polarization masking coating, in which the SD does not change when polarization changes to a transverse polarization. An approach to the construction of scatterers with the property of cross-polarization equivalence is proposed. The advantage of the proposed algorithms for the synthesis of surface impedance distributions is that they do not require the use of regularization procedures. The formulation of an optimization problem that provides coatings in classes of functions with a minimum norm is studied.

Keywords: integral equation, electromagnetic scattering, linear polarization, impedance coating, masking, equivalent scatterers, boundary element method.

DOI: 10.17212/1727-2769-2019-3-7-17

REFERENCES

1. Eremin Yu.A., Sveshnikov A.G. O sushchestvovanii ekvivalentnykh rasseivatelei v obratnykh zadachakh teorii difraktsii [On the existence of equivalent scatterers in inverse problems of diffraction theory]. *Doklady Akademii nauk SSSR – Proceedings of the Academy of Sciences of the USSR*, 1987, vol. 297, no. 5, pp. 1095–1099.
2. Eremin Yu.A. K probleme sushchestvovaniya nevidimogo rasseivatelya v teorii difraktsii [On the problem of the existence of an invisible scatterer in diffraction theory]. *Differentsial'nye uravneniya – Differential Equations*, 1988, vol. 24, no. 4, pp. 684–687.
3. Pendry J.B., Shurig D., Smith D.R. Controlling electromagnetic fields. *Science*, 2006, vol. 312, pp. 1780–1782.

4. Dubinov A.E., Mytareva L.A. Maskirovka material'nykh tel metodom volnovogo obtekaniya [Invisible cloaking of material bodies using the wave flow method]. *Uspekhi fizicheskikh nauk – Physics-Uspekhi*, 2010, vol. 180, no. 5. pp. 475–501. (In Russian).
5. Alekseev G.V. Upravlenie granichnym impedansom v dvumernoi zadache maskirovki material'nykh tel metodom volnovogo obtekaniya [Control of boundary impedance in two-dimensional material-body cloaking by the wave flow method]. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki – Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2013, vol. 53, no. 12, pp. 2044–2061. (In Russian).
6. Alekseev G.V. Cloaking via impedance boundary condition for the 2-D Helmholtz equation. *Applicable Analysis*, 2014, vol. 93, iss. 2. DOI: 10.1080/00036811.2013.768340.
7. Galishnikova T.N., Il'inskii A.S. *Chislennye metody v zadachakh difraktsii* [Numerical methods in diffraction problems]. Moscow, MSU Publ., 1987. 208 p.
8. Benevol'skij S.S., Soppa M.S. Obratnaya zadacha elektromagnitnogo rasseyaniya pri zadannoi fazovoi kharakteristike [Inverse electromagnetic scattering problem with the given phase function]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2014, no. 1 (22), pp. 7–15.
9. Soppa M.S. Ispol'zovanie sootnoshenii dvoistvennosti dlya E- i H-polyarizatsii v obratnykh zadachakh rasseyaniya na impedansnykh poverkhnostyakh [The use of duality relations for *E*- and *H*-polarisations in inverse problems of scattering on impedance surfaces]. *Sibirskii zhurnal industrial'noi matematiki – Journal of Applied and Industrial Mathematics*, 2004, vol. 7, no. 2, pp. 111–116. (In Russian).
10. Soppa M.S. Mathematical modeling of microwave diagnostics of impedance surfaces with an unknown phase of the reflected signal. *Applied Mechanics and Technical Physics*, 2008, vol. 49, no. 4 (290), pp. 146–151.
11. Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Methods for solving of ill-posed problems]. Moscow, Nauka Publ., 1979. 288 p.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Соппа Михаил Сергеевич – родился в 1953 году, д-р физ.-мат. наук, профессор, чл.-корр. САН ВШ, профессор кафедры физики Новосибирского государственного архитектурно-строительного университета (Сибстрин). Область научных интересов: разработка и применение численных методов и компьютерного моделирования в прямых и обратных задачах электро- и аэродинамики. Опубликовано 104 научные работы. (Адрес: 630008, Россия, Новосибирск, ул. Ленинградская, 113. E-mail: soppa@ngs.ru).

Soppa Mikhail Sergeevich (b. 1953) – Doctor of Sciences (Phys.&Math.), professor, Corresponding Member of the Siberian Branch of the Russian Higher Education Academy of Sciences, professor at the Physics Department of the Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sib-Strin). His research interests are currently focused on numerical methods and computer simulation development and application in direct and inverse electro- and aerodynamics problems. He is the author of 104 scientific papers. (Address: 113, Leningradskaya St., Novosibirsk, 630008, Russia. E-mail: soppa@ngs.ru).

Статья поступила 03 июля 2019
Received July 03, 2019

To Reference:

Soppa M.S. Chislennoe reshenie zadach maskirovki iekvivalentnosti rasseivatelei s uchetom smeny polyarizatsii zondiruyushchego signala [Numerical solution of masking and skatterer equivalence problems taking into account the change of polarization of the probe signal]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian Higher School Academy of Sciences*, 2019, no. 3 (44), pp. 7–17. DOI: 10.17212/1727-2769-2019-3-7-17.