№ 1 (50)

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 004.023

ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРИМЕНЕНИЕ ВОРОНЬЕГО АЛГОРИТМА ПОИСКА ДЛЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ПОКРЫТИЯ

Г.Н. Тырин, В.Д. Фроловский

Новосибирский государственный технический университет

Задача геометрического покрытия является частным случаем задачи оптимального проектирования и принадлежит к классу задач «раскроя и упаковки». Задача заключается в том, что требуется расположить некоторые геометрические объекты на покрываемой поверхности таким образом, чтобы вся поверхность была покрыта целиком. Сложность рассматриваемых задач обусловлена их принадлежностью к классу NP-трудных задач, что исключает возможность их решения точными методами и требует построения приближенных оптимизационных методов и алгоритмов. В данной статье рассматривается задача геометрического покрытия области кругами из заданного набора радиусов. Для решения задачи геометрического покрытия используется метод покрытия гексагональной сеткой с оптимизацией метаэвристическим алгоритмом. В качестве такого алгоритма выступает вороний алгоритм поиска, который является относительно новым метаэвристическим алгоритмом, основанным на интеллектуальном поведении ворон в стае. Вороний алгоритм поиска включает в себя два регулирующих параметра: вероятность осведомленности и длина полета. Для исследования метода решения и проверки эффективности была смоделирована задача на основе реального проекта систем автоматического полива, а также приведены результаты экспериментов с различными значениями регулирующих параметров.

Ключевые слова: задача оптимизации, геометрическое покрытие, гексагональная сетка, метаэвристический алгоритм, вороний алгоритм поиска.

DOI: 10.17212/1727-2769-2021-1-54-61

Введение

Задача геометрического покрытия относится к классу задач «раскроя и упаковки». Научное начало исследованию данной проблематики было заложено Л.В. Канторовичем, В. А. Залгаллером, работа которых была опубликована в 1951 году и переиздана в 2012 [1]. Развитие методов раскроя-упаковки получило в работах И.В. Романовского, Э.А. Мухачевой, Ю.Г. Стояна и других. Актуальность задачи геометрического покрытия обусловлена ее принадлежностью к классу NР-трудных задач с дискретно-непрерывной структурой. Область применения описанной задачи велика и включает системы безопасности, противопожарные системы, агротехнические системы полива, воздушное и космическое наблюдение, химию, разработку компьютерных игр и прочие. Все известные точные методы для решения подобных задач имеют экспоненциальную вычислительную сложность. В результате возникает проблема разработки приближенных и эвристических методов, позволяющих находить субоптимальные решения. Метаэвристические алгоритмы объединяют один или более эвристических методов и основаны на поисковой стратегии высокого уровня. Использование метаэвристических алгоритмов является эффективным решением данной проблемы [2, 3].

На сегодняшний день задача геометрического покрытия все еще остается малоизученной. С каждым годом интерес к данной задаче возрастает с появлением новых алгоритмов, призванных эффективно решать данный класс задач и находить оптимальное решение с минимальными временными затратами.

1. Постановка задачи исследования

Рассматривается задача геометрического покрытия, математическая постановка которой формулируется следующим образом. Дана область A ширины W и длины L. На области A определено множество точек $P = \{P_1, P_2, ..., P_n\}$, где n – количество точек, $P_i = \left\langle p_x^i, p_y^i \right\rangle$, i = 1, ..., n, p_x^i и p_y^i – координаты точки. Множество точек P формирует на области A запретные участки. Требуется покрыть область $A \setminus P$ наименьшим числом кругов из заданного множества радиусов $\{n_1, ..., r_n\}$. Решение будет являться допустимым, если вся область $A \setminus P$ покрыта кругами, центры кругов располагаются внутри области A, но ни один центр круга не располагается внутри множества точек P.

2. Методы решения

Для решения задачи покрытия используется метод покрытия гексагональной сеткой с оптимизацией метаэвристическим алгоритмом. Вычисление решения происходит в три шага.

- 1. Построение гексагональной сетки кругами с максимальным радиусом из множества $\{\eta_1, ..., r_n\}$ без учета запретных участков множества P.
- 2. Определение и удаление кругов, если координаты центра круга находятся в запретных участках множества P.
- 3. Покрытие случайным образом оставшихся участков области A кругами с радиусами из множества $\{\eta_1, ..., r_n\}$, использование подходящих кругов в порядке убывания их радиусов и нахождение оптимального варианта покрытия при помощи метаэвристики.

Также в решении используется регулируемый коэффициент пересечений кругов coef, где с помощью расстояния между центрами кругов и их радиусами определяется степень их пересечения. Допустимое расстояние между кругами определяется неравенством (1)

$$\sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2} \le \frac{(R_1 + R_2)}{coef},\tag{1}$$

где X, Y – координаты кругов; R – их радиусы.

В экспериментах значение коэффициента пересечений равно 1,7. Данное значение было подобрано таким образом, чтобы соблюсти баланс между числом используемых кругов в покрытии и общей занимаемой площадью покрытия.

Поскольку задача геометрического покрытия является *NP*-трудной задачей, для нахождения оптимального решения могут использоваться метаэвристические алгоритмы. Одним из таких алгоритмов является crow search algorithm (CSA), который был первоначально предложен Askarzadeh [4]. Далее в статье будет использоваться русский вариант названия «вороний алгоритм поиска». Вороний алгоритм поиска (ВАП) имитирует социальный интеллект стаи ворон и их процесс сбора пищи и в конечном итоге может использоваться как альтернативный метод для решения сложных инженерных задач оптимизации. Это относительно новый и малоизученный метаэвристический алгоритм, который имеет некоторую схожесть с методом роя частиц (МРЧ), но при этом обладает некоторыми преимуществами по сравнению с остальными метаэвристическими алгоритмами.

В природе вороны имеют тенденцию проникать в пищевые запасы других видов, включая других ворон в стае. Фактически, каждая ворона пытается скрыть свою избыточную пищу в укрытии, чтобы достать спрятанную пищу при необходимости. Другие члены стаи, у которых есть свои собственные места для хране-

ния пищи, пытаются следить друг за другом, чтобы найти чужие укрытия и разграбить запасы. Тем не менее если ворона почувствует, что ее преследуют другие члены стаи, чтобы сбросить слежку и обмануть грабителя, она маневрирует своим путем в ложное укрытие [5]. Из этого следуют основные принципы ВАП, в которых каждая ворона исследует пространство решений для укрытий с лучшими продовольственными ресурсами, т. е. глобальные оптимумы с точки зрения оптимизации. Таким образом, движение каждой вороны представлено двумя основными особенностями.

- 1. Обнаружение мест укрытия других членов стаи.
- 2. Защита своих собственных укрытий.

Так как любой эффективный алгоритм оптимизации должен быть совместим с произвольными размерами и каждый произвольный размер представляет собой переменную решения, для пространства поиска предполагается d-мерная среда. Первоначально предполагается, что N ворон занимают позицию в d-мерном пространстве случайным образом. Положение вороны i на итерации t в пространстве поиска представлено x_i^t , которое фактически является допустимым массивом переменных решения. Кроме того, каждая ворона может запоминать местоположение наиболее подходящего места укрытия. На итерации t позиция укрытия вороны i представлена m_i^t , являющейся наилучшей позицией, которую пока заметила ворона.

В стандартном ВАП стая ворон распространяется и ведет поиск по всему пространству решений для поиска идеальных мест укрытия. Также эффективный метаэвристический алгоритм должен обеспечивать хороший баланс между диверсификацией и интенсификацией. В ВАП интенсификация и диверсификация в основном контролируются двумя параметрами: длина полета fl и вероятность осведомленности AP. Уменьшая вероятность осведомленности, вероятность обнаружения мест укрытия членами вороньей стаи будет увеличиваться. В результате ВАП имеет тенденцию фокусировать поиск по окрестностям укрытий. Таким образом, можно предположить, что меньшие значения AP будут усиливать аспект интенсификации. С другой стороны, увеличивая AP, стая ворон, скорее всего, будет искать пространство для принятия решений случайным образом, поскольку такое действие уменьшит вероятность обнаружения настоящих укрытий со стороны грабителей. В результате большее значение AP усилило бы аспект диверсификации.

Для эффективной реализации метаэвристического алгоритма также необходимо правильно настроить параметры алгоритма. Однако установка параметров — это трудоемкий процесс. Таким образом, алгоритмы с ограниченным числом параметров легче реализовать в различных задачах оптимизации. Вышеупомянутое относится к одному из основных преимуществ ВАП по сравнению со многими традиционными метаэвристическими алгоритмами. Для ВАП требуется только два основных параметра, требующих настройки: длина полета и вероятность осведомленности. После настройки параметров также устанавливаются размер стаи N и максимальное количество итераций T.

Первый шаг — разместить случайным образом N ворон в d-мерном пространстве решений. Оптимизация достигается путем поиска оптимального значения начального положения (x, y) для построения. Пространство решений ВАП пред-

ставляет собой квадрат со стороной $\frac{r_{\max}}{2}$, где r_{\max} — максимальный радиус круга из множества $\{\eta_1,\dots,r_n\}$.

Так как вороны не имеют опыта на начальной итерации, предполагается, что они спрятали свои запасы в своих начальных положениях. После первого шага алгоритм перемещает каждую ворону, к примеру ворону i, следующим образом:

ворона i возьмет на себя роль грабителя для случайно выбранного члена стаи, вороны j. Используя уравнение (2) вычисляется новое положение вороны i.

$$x_i^{(t+1)} = \begin{cases} (x_i^t + r_i \cdot fl_i^t \cdot \left(m_j^t - x_i^t\right), \text{ если } r_j \ge AP_i^t, \\ \text{иначе, движение в случайную позицию,} \end{cases}$$
 (2)

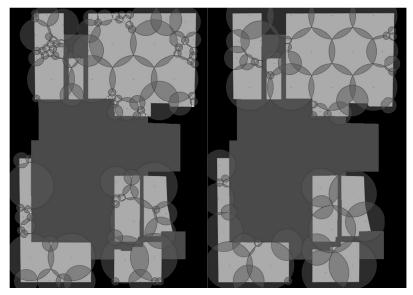
где AP_i^t — вероятность осведомленности; fl_i^t — длина полета; r_i , r_j — случайные числа в диапазоне [0,1]; m_j^t — локально лучшее решение j-й вороны.

Чтобы избежать невозможных решений, в стандартном ВАП предлагается проверить возможность нового местоположения в пространстве принятия решений. Если в последнем процессе создается невозможное место, ворона должна оставаться неподвижной. Альтернативой такой процедуре является выполнение функции штрафа за невозможные решения. В любом случае ворона обновляет свое локальное решение по уравнению (3):

$$m_i^{(t+1)} = \begin{cases} x_i^t, \text{ если } f\left(x_i^t\right) \text{ лучше, чем } f\left(m_i^t\right), \\ m_i^t, \text{ иначе.} \end{cases}$$
 (3)

Эти шаги повторяются до тех пор, пока не будет выполнен критерий завершения. В этот момент наилучшее положение, полученное членами стаи, указывается как оптимальное решение.

Для исследования метода и проверки эффективности была смоделирована задача на основе реального проекта систем автоматического полива Артек [6]. Основным критерием эффективности алгоритма служит результирующее число кругов. Так же, как дополнительный критерий, рассматривается их общая площадь на покрываемой области А. Критерием останова алгоритма для ВАП служит достижение заданного максимального числа итераций. На рис. 1 показан пример решения задачи до и после оптимизации алгоритмом ВАП.



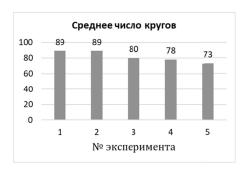
 $Puc.\ 1$ – Пример решения до и после оптимизации с использованием ВАП $Fig.\ 1$ – An example of solution before and after optimization

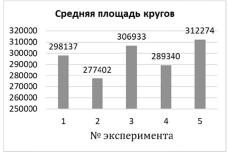
В экспериментах, каждый из которых проводился по пять раз для получения средних результатов, использовался метод покрытия гексагональной сеткой с последующим покрытием пустых участков.

Для покрытия области использовалось множество кругов с радиусами $\{10, 20, 30, 40, 50, 60\}$. Значение коэффициента пересечений coef = 1, 7. В табл. 1 и на рис. 2 представлены результаты покрытия без оптимизации ВАП.

Таблица 1 / Table 1
Результаты решения задачи без оптимизации ВАП
Results of solving the problem without CSA optimization

Номер эксперимента	Количество кругов	Площадь кругов	
1	89	298137	
2	89	277402	
3	80	306933	
4	78	289340	
5	73	312274	
Среднее	81,8	296817,2	





 $Puc.\ 2$ — Результаты решения задачи без оптимизации ВАП

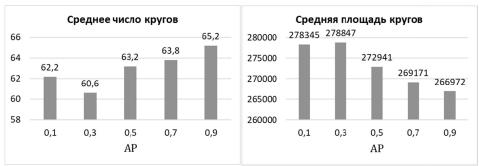
Fig. 2 – Results of solving the problem without CSA optimization

Дальнейшие эксперименты выполнялись с оптимизацией алгоритмом ВАП. Размер стаи для ВАП равен 10, а число итераций 20.

В табл. 2 и на рис. 3 представлены результаты работы алгоритма при различных значениях коэффициента AP. Для эксперимента значение длины полета fl=1,2.

 ${\it Taблицa~2/Table~2}$ Результаты решения задачи при различных значениях $\it AP$ Results of solving the problem with different values of $\it AP$

AP	Число кругов (K_1)	Улучшение (K_1)	Площадь (K_2)	Улучшение (К2)
0,1	62,2	23,96 %	278345	6,22 %
0,3	60,6	25,92 %	278847	6,05 %
0,5	63,2	22,74 %	272941	8,04 %
0,7	63,8	22,00 %	269171	9,31 %
0,9	65,2	20,29 %	266972	10,06 %



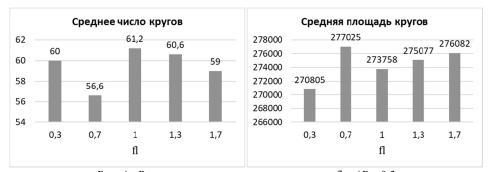
Puc. 3 – Результаты при различных значениях *AP* и fl = 1,2

Fig. 3 – Results with different values of AP μ fl = 1,2

В табл. 3 и на рис. 4 представлены результаты работы алгоритма при различных значениях коэффициента fl. Значение AP было взято за 0,3 как лучшее значение по числу кругов из предыдущего эксперимента. По критериям K_1 и K_2 произведено сравнение со средними результатами экспериментов без оптимизации ВАП (табл. 1).

 $Taблица\ 3\ /\ Table\ 3$ Результаты решения задачи при различных значениях fl и AP=0,3 Results of solving the problem with different values of fl and AP=0,3

fl	Число кругов (K_1)	Улучшение (K_1)	Площадь K_2	Улучшение (К2)
0,3	60	26,65 %	270805	8,76 %
0,7	56,6	30,81 %	277025	6,67 %
1	61,2	25,18 %	273758	7,77 %
1,3	60,6	25,92 %	275077	7,32 %
1,7	59	27,87 %	276082	6,99 %



 $Puc.\ 4$ — Результаты при различных значениях fl и AP=0.3

Fig. 4 – Results with different values of fl and AP = 0.3

Заключение

Для исследования ВАП смоделирована задача на основе реального проекта систем автоматического полива Артек. При решении задачи использовался метод покрытия гексагональной сеткой. Сначала эксперименты были проведены без оптимизации, после чего с оптимизацией алгоритмом ВАП. Эксперименты с оптимизацией ВАП проводились при различных значениях коэффициентов AP и fl.

Проведенные исследования и результаты вычислительных экспериментов по-казали, что ВАП по числу кругов улучшил результаты по сравнению с неоптимизированным покрытием в среднем на 30.81% при AP=0.3 и fl=0.7. В остальных случаях, при различных значениях AP и fl, ВАП показывает улучшение до 27.87%. На сегодняшний день существует не так много работ с применением ВАП для решения задач геометрического покрытия, поэтому может быть целесообразным проведение дальнейших исследований эффективности алгоритма в решении задач геометрического покрытия, более детальное изучение воздействия коэффициентов AP и fl на результаты для подбора наиболее оптимальной комбинации, а также нахождение способов модификации ВАП для увеличения его эффективности, к примеру: создание гибридных алгоритмов, алгоритмов с самообучением и т. д.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. **Канторович Л.В., Заллгаллер В.А.** Рациональный раскрой промышленных материалов. Изд. 3-е, испр. и доп. СПб.: Невский диалект, 2012. 304 с.
- 2. **Фроловский В.Д., Забелин Л.Ю., Забелин С.Л.** Применение бионических моделей и методов для решения оптимизационных задач проектирования агротехнических систем полива // Вестник СибГУТИ. 2018. № 4 (44). С. 20–29.
- 3. **Телицкий С.В., Филиппова А.С.** Комплексный подход к решению задачи покрытия области заготовками неопределенных размеров // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2012. Т. 2 (145). С. 61—67.
- 4. **Askarzadeh A.** A novel metaheuristic method for solving constrained engineering optimization problems: crow search algorithm // Computers and Structures. 2016. Vol. 169. P. 1–12.
- 5. Clayton N., Emery N. Corvid cognition // Current Biology. 2005. Vol. 15 (3). P. 80–81.
- 6. Аквабаланс. Проекты 2018 года Артек (вар. 1). URL: https://www.aquabalance.ru/proekt2018-8/ (дата обращения: 26.05.2021).

RESEARCH AND APPLICATION OF THE CROW SEARCH ALGORITHM FOR GEOMETRIC COVERING OPTIMIZATION PROBLEMS

Tyrin G.N., Frolovsky V.D.

Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

The problem of geometric covering is a special case of the optimal design problem and belongs to the class of cutting and packing problems. The challenge is to position some geometric objects on the surface to be coated so that the entire surface is covered. The complexity of the problems under consideration is due to their belonging to the class of NP-hard problems, which excludes the possibility of solving them by exact methods and requires the development of approximate optimization methods and algorithms. This article discusses the problem of geometric covering of an area with circles from a given set of radii. To solve the problem of geometric covering, a hexagonal grid coverage method with optimization by a metaheuristic algorithm is used. The crow search algorithm is such an algorithm, which is a relatively new metaheuristic algorithm based on the intelligent behavior of crows in a flock. The crow search algorithm includes two control parameters: the awareness probability and the flight length. To study the solution method and check the efficiency, a problem was modeled on the basis of a real design of automatic irrigation systems, and the results of experiments with different values of control parameters were presented.

Keywords: optimization problem, geometric covering, hexagonal grid, metaheuristic algorithm, crow search algorithm.

DOI: 10.17212/1727-2769-2021-1-54-61

REFERENCES

- 1. Kantorovich L.V., Zallgaller V.A. Ratsional'nyi raskroi promyshlennykh materialov [Rational cutting of industrial materials]. 3rd. ed. St. Petersburg, Nevskii dialect Publ., 2012. 304 p.
- 2. Frolovsky V.D., Zabelin L.Yu., Zabelin S.L. Primenenie bionicheskikh modelei i metodov dlya resheniya optimizatsionnykh zadach proektirovaniya agrotekhnicheskikh sistem poliva [Application of bionic models and methods for solving optimization problems of designing agrotechnical irrigation systems design]. Vestnik SibGUTI, 2018, no. 4 (44), pp. 20–29.
- 3. Telitskii S.V., Filippova A.S. Kompleksnyi podkhod k resheniyu zadachi pokrytiya oblasti zagotovkami neopredelennykh razmerov [An integrated approach to solving the problem of covering an area with blanks of indefinite dimensions]. Nauchno-tekhnicheskie vedomosti Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo politekhnicheskogo universiteta. Informatika. Telekommunikatsii. Upravlenie = St. Petersburg State Polytechnic University Journal. Computer science. Telecommunications and Control Systems, 2012, vol. 2 (145), pp. 61–67.
- 4. Askarzadeh A. A novel metaheuristic method for solving constrained engineering optimization problems: Crow search algorithm. Computers & Structures, 2016, vol. 169, pp. 1–12.
- 5. Clayton N., Emery N. Corvid cognition. Current Biology, 2005, vol. 15 (3), pp. 80-81.
- 6. Aquabalance. Projects 2018 Artek (option 1). (In Russian). Available at: https://www. aquabalance.ru/proekt2018-8/ (accessed 26.05.2021).

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



Тырин Григорий Николаевич – родился в 1994 году, аспирант кафедры автоматизированных систем управления Новосибирского государственного технического университета. Опубликовано семь научных работ. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: kron3110@mail.ru).

Tyrin Grigory Nikolaevich (b. 1994), a postgraduate student at the department of automated control systems in the Novosibirsk State Technical University. He has published 7 research papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: kron3110@mail.ru).



Фроловский Владимир Дмитриевич – родился в 1952 году, д-р техн. наук, профессор кафедры автоматизированных систем управления Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: моделирование и автоматизация процессов геометрического проектирования. Опубликовано более 150 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: vdf-nstu@yandex.ru).

Frolovsky Vladimir Dmitrievich (b. 1952), Doctor of Sciences (Eng.), professor at the department of automated control systems in the Novosibirsk State Technical University. The field of his research includes modeling and automation of geometric design processes. (Address: 20, Karll Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: vdf-nstu@yandex.ru).

> Статья поступила 19 февраля 2021 г. Received 19 February 2021

To Reference:

Tyrin G.N., Frolovsky V.D. Issledovanie i primenenie voron'ego algoritma poiska dlya zadach optimizatsii geometricheskogo pokrytiya [Research and application of the crow search algorithm for geometric covering optimization problems]. Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii = Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences, 2021, no. 1 (50), pp. 54-61. DOI: 10.17212/1727-2769-2021-1-54-61.