

УДК 519.254: 538.945: 53.072.8: 53.088.23

**МП ОЦЕНКА КРИТИЧЕСКОГО ТОКА КОНТАКТА
ДЖОЗЕФСОНА SIS-ТИПА****А.Г. Вострецов^{1,2}, С.Г. Филатова¹, А.Е. Колтакова¹**¹*Новосибирский государственный университет*²*Институт горного дела им. Н.А. Чинакала СО РАН*

Ключевым элементом нового направления в электронике – криогенной электронике является сверхпроводниковый контакт Джозефсона SIS-типа. Появление производств сверхпроводниковых интегральных схем обусловило необходимость создания автоматизированных систем контроля параметров элементов таких схем. В связи с этим стало актуальным решение задачи разработки эффективных алгоритмов, реализующих измерение параметров в автоматическом режиме. В настоящей работе предлагается алгоритм оценки критического тока – одного из основных параметров контакта SIS-типа. Алгоритм предусматривает возбуждение контакта Джозефсона последовательностью импульсов тока треугольной формы, измерение отсчетов тока до и после достижения критического значения в пределах каждого импульса и на основе результатов измерений вычисление оценки величины критического тока. Алгоритм синтезирован на основе метода максимального правдоподобия, ориентирован на реализацию в цифровых информационно-измерительных системах, учитывает наличие шумовой составляющей в тестовом сигнале и в первичном измерительном преобразователе цифровой системы, а также дискретный характер измерительной информации. Приводятся характеристики эффективности алгоритма (величина смещения оценки, ее среднеквадратическое отклонение (СКО) и общая погрешность оценки), полученные методом статистического моделирования на ЭВМ. Показано, что наличие аддитивного шума на выходе источника, задающего тестовый ток через контакт, является ключевым требованием для обеспечения высокой эффективности алгоритма. Исследовано влияние шумов измерителя на качество оценки критического тока. Показано, что при отношении СКО шумов источника и измерителя к величине измеряемого критического тока в диапазоне от 0,005 до 0,01 общая погрешность оценки не превышает 0,9 %.

Ключевые слова: контакт Джозефсона, критический ток, оценка параметров, аддитивный шум, оценка максимального правдоподобия.

DOI: 10.17212/1727-2769-2022-1-25-36

Введение

Потребности в новой элементной базе для создания быстродействующих электронных устройств и достижения ученых в области нанотехнологий и физики конденсированного состояния создали условия для бурного развития нового направления в электронике – криогенной электронике.

Одним из основных элементов, используемых в квантовой криогенной электронике, является контакт Джозефсона. Спектр технологий и материалов, используемых для создания контактов Джозефсона, непрерывно расширяется, появилось понятие сверхпроводниковой интегральной схемы (СПИС), возникли предприятия по производству таких схем [1]. Создание СПИС, содержащих десятки тысяч контактов Джозефсона, требует высокой повторяемости их характеристик, накла-

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ, проект № FSUN-2020-0007.

дывает новые требования к их конструкции. Составной частью контроля контактов Джозефсона в процессе производства устройств на их основе и при проведении исследований является измерение их параметров. Актуальной является проблема автоматизации таких измерений [1] и разработки соответствующих алгоритмов, которые бы позволили проводить измерение и контроль параметров контактов Джозефсона в автоматическом режиме в цифровом виде с требуемой точностью. В настоящее время публикации, посвященные разработке алгоритмов автоматического контроля параметров контактов Джозефсона, практически отсутствуют. В настоящей работе решается задача разработки алгоритма для автоматического измерения одного из основных параметров контакта Джозефсона – критического тока. Синтез алгоритма осуществлен для контакта SIS-типа (сверхпроводник-изолятор-сверхпроводник) и ориентирован на реализацию в цифровом виде.

1. Модель наблюдаемых данных

Типовая вольт-амперная характеристика (ВАХ) контакта Джозефсона SIS-типа хорошо аппроксимируется кусочно-линейной зависимостью, ее вид показан на рис. 1 [1, 2]. Представленная в таком виде ВАХ полностью определяется следующими параметрами:

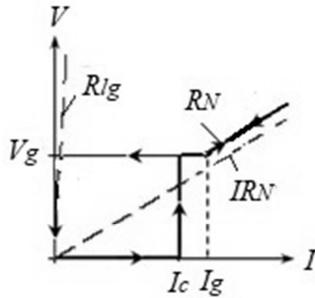


Рис. 1 – ВАХ контакта Джозефсона SIS-типа

Fig. 1 – VAC contact Josephson SIS-type

критический ток I_c – максимальное значение сверхтока при $V = 0$, щелевое напряжение V_g , ток I_g , при котором контакт переходит в нормальное состояние, нормальное сопротивление контакта R_N , сопротивление R_{lg} , характеризующее ток утечки барьерного слоя и обусловленное несовершенством материала прослойки.

Из рис. 1 видно, что для измерения критического тока необходимо пропускать через контакт Джозефсона нарастающий ток и одновременно измерять напряжение на нем. До тех пор, пока значение тока, протекающего через контакт, будет меньше критического, контакт будет находиться в сверхпроводящем состоянии, и напряжение на нем будет равным нулю. В момент, когда значение тока станет равным критическому, напряжение на контакте скачком возрастет до величины V_g . Фиксируя значение тока в этот момент, получим оценку критического тока.

Поскольку измерение тока происходит с некоторой погрешностью, для получения высокоточной оценки необходимы многократные измерения. Учитывая, что ВАХ контакта Джозефсона носит гистерезисный характер, для проведения многократных измерений необходимо после каждого измерения возвращать контакт в сверхпроводящее состояние, т. е. уменьшать ток до нуля. В настоящей работе многократные измерения реализованы путем пропускания через контакт формируемых источником импульсов тока треугольной формы (рис. 2).

Ток на выходе источника будет представлять собой аддитивную смесь сформированных импульсов и обусловленной собственными шумами источника случайной составляющей и задаваться выражением

$$I_{\text{И}}(t) = \begin{cases} [t - (k-1)T]v_I^+ + \xi_I(t), & t \in [0 + (k-1)T, \tau_I^+ + (k-1)T], & k = 1, \dots, n; \\ \xi_I(t), & t \in (\tau_I^+ + (k-1)T, kT], & k = 1, \dots, n, \end{cases} \quad (1)$$

где v_I^+ – скорость нарастания тока; τ_I^+ – время нарастания тока в импульсе; $\xi_I(t)$ – составляющая, представляющая собой стационарный дифференцируемый гауссовский процесс с нулевым средним, дисперсией σ_ξ^2 ; n – количество импульсов тока в пачке; T – период повторения импульсов. В соответствии с этим максимальное значение импульса тока в отсутствие шума будет равно $I_m = v_I^+ \tau_I^+$.

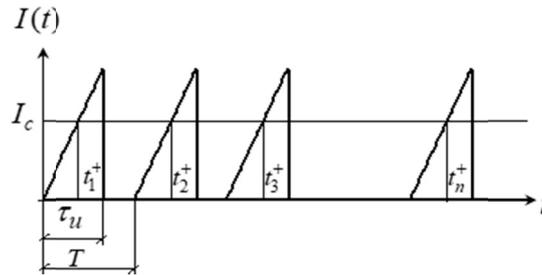


Рис. 2 – Последовательность импульсов треугольной формы на выходе источника тока

Fig. 2 – A sequence of triangular pulses generated by a current source

Поскольку для измерения критического тока предполагается использовать аналого-цифровую измерительную систему, длительность τ_I^+ нарастания тока в пределах импульса, а также период следования импульсов T выберем равными целому числу периодов дискретизации τ_d : $\tau_I^+ = M^+ \tau_d$, $T = M_T \tau_d$, где M^+ и M_T – целые числа. Исходя из этого длительность импульса по основанию будет равна $M^+ \tau_d$.

Кроме того, измеритель тока вносит в результат измерений случайную погрешность, обусловленную собственными шумами электронных компонентов. Предполагается, что собственные шумы измерителя тока представляют собой стационарный дифференцируемый гауссовский процесс $\eta_I(t)$ с нулевым средним значением и в общем случае – с неизвестной дисперсией σ_I^2 . Таким образом, измеренные значения тока будут определяться выражением

$$I(t) = I_{\text{И}}(t) + \eta_I(t). \quad (2)$$

Поскольку для контактов Джозефсона величина щелевого напряжения V_g является достаточной большой (для контактов Nb/AlOx/Nb $V_g \approx 3$ мВ при температуре 4,2К), фиксация момента времени, когда величина тока через контакт Джозефсона достигнет критического значения I_c , путем измерения напряжения на контакте и сравнения его с пороговым значением не вызывает затруднений и может быть реализована практически достоверно. В качестве порогового значения напряжения Π можно выбрать, например, половину расчетного для данного типа

контакта значения щелевого напряжения, т. е. $\Pi = V_g / 2$, что намного превышает среднеквадратическую погрешность измерителя напряжения σ_V . Однако значения токов при этом остаются достаточно малыми (порядка десятков или сотен микроампер) и могут быть соизмеримыми с уровнем шумов измерительной аппаратуры, что является основным источником погрешности измерения. В настоящей работе решается задача разработки цифровых алгоритмов измерения критического тока контактов Джозефсона SIS-типа, учитывающих особенности измерений в условиях действия флуктуационных шумов и пригодных для реализации в автоматическом режиме.

2. Статистический синтез алгоритма оценки критического тока контакта Джозефсона

Обозначим $\mathbf{t}^+ = \{t_1^+, \dots, t_n^+\}^T$ вектор, составленный из времен пересечения током $I(t)$ критического значения I_c , отсчитываемых от начала k -го импульса. В работах [3, 4] показано, что при больших отношениях сигнал/шум $q = I_m / \sigma_\xi$ плотность вероятности вектора \mathbf{t}^+ может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} w(\mathbf{t}^+) &= \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_+} \right)^n \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_+^2} \sum_{k=1}^n (t_k^+ - t_0^+)^2 \right\} = \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_+} \right)^n \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_k^2} \sum_{k=1}^n \left[t_k^+ - \frac{I_c}{v_I^+} \right]^2 \right\}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\sigma_+^2 = 1 / [qv_I^+]^2$ – дисперсия отсчетов компонентов вектора отсчетов \mathbf{t}^+ .

В автоматизированной системе измерений доступными для измерения являются отсчеты тока и напряжения на контакте Джозефсона. Поэтому в качестве исходных данных для синтеза алгоритма примем последовательность синхронных отсчетов значений тока и напряжения, взятых с шагом τ_d соответственно на выходах измерителей тока и напряжения на контакте Джозефсона при его возбуждении пачкой равноотстоящих треугольных импульсов тока, задаваемых выражением (1). Всю информацию о значении критического тока I_c на нарастающем участке k -го импульса несут пары соседних отсчетов I_k^{+-} и I_k^{++} значений тока в окрестности I_c , взятых соответственно до (I_k^{+-}) и после (I_k^{++}) пересечения критического значения. На рис. 3 показаны временная диаграмма синхронных отсчетов напряжения $V(t)$ и тока $I(t)$, отсчитываемых от начала k -го импульса, и значения отсчетов I_k^{+-} и I_k^{++} .

Моментам взятия отсчетов I_k^{+-} и I_k^{++} соответствуют моменты времени $N_k^{+-}\tau_d$ и $N_k^{++}\tau_d$ синхронно взятых соседних отсчетов напряжения на контакте Джозефсона $V_{N_k^{+-},k}$ и $V_{N_k^{++},k}$ соответственно до и после скачка напряжения.

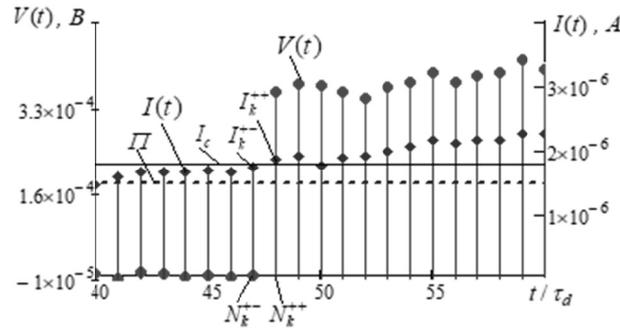


Рис. 3 – Временная диаграмма синхронных отсчетов напряжения и тока

Fig. 3 – Timing diagram of synchronous voltage and current readings

Предположим, что шаг дискретизации τ_d настолько мал, что ток между соседними отсчетами I_k^{+-} и I_k^{++} может быть с высокой точностью аппроксимирован линейной функцией. Тогда для моментов времени t_k^+ , $k = 1, \dots, n$, когда происходит пересечение уровня I_c снизу вверх, при высокой точности измерения тока справедливо следующее приближение [5]:

$$t_k^+ \approx \left(\frac{I_c - I_k^{+-}}{I_k^{++} - I_k^{+-}} \right) \tau_d + N_k^{+-} \tau_d, \quad k = 1, \dots, n. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (3), получим

$$w(t^+) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_+}} \right)^n \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_+^2} \sum_{k=1}^n \left(\tau_d \left(\frac{I_c - I_k^{+-}}{I_k^{++} - I_k^{+-}} \right) + N_k^{+-} \tau_d - \frac{I_c}{v_I^+} \right)^2 \right\}. \quad (5)$$

Рассмотрим оценку I_c для двух случаев: при точно известном значении скорости v_I^+ нарастания тока в импульсе и при отсутствии информации об этом. Для получения оценки критического тока используем метод максимального правдоподобия.

При известном значении v_I^+ искомая оценка будет решением уравнения

$$\frac{\partial \log[w(t^+)]}{\partial I_c} = 0 \quad (6)$$

и примет следующий вид:

$$\hat{I}_c = \frac{\sum_{k=1}^n \left(I_k^{++} - I_k^{+-} - \tau_d v_I^+ \right) \left[N_k^{+-} \tau_d \left(I_k^{++} - I_k^{+-} \right) - \tau_d I_k^{+-} \right]}{v_I^+ \left(I_k^{++} - I_k^{+-} \right)^2} \cdot \frac{1}{\sum_{k=1}^n \left[\frac{I_k^{++} - I_k^{+-} - \tau_d v_I^+}{v_I^+ \left(I_k^{++} - I_k^{+-} \right)} \right]^2}. \quad (7)$$

В качестве высокоточной оценки параметра v_I^+ можно использовать оценку, полученную в ходе текущего эксперимента на нарастающих участках тока n импульсов. Используя метод наименьших квадратов и минимизируя величину $\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^{M_I^+} (I_i^{(k)} - v_I^+ i \tau_d)^2$, где $I_i^{(k)}$ – отсчет тока в момент времени $i \tau_d + (k-1)M_I \tau_d$, получим оценку \hat{v}_I^+ скорости нарастания тока v_I^+ в следующем виде:

$$\hat{v}_I^+ = \frac{\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^{M_I^+} i I_i^{(k)}}{\tau_d \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^{M_I^+} i^2} = \frac{6 \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^{M_I^+} i I_i^{(k)}}{\tau_d n M_I^+ (M_I^+ + 1) (2M_I^+ + 1)}. \quad (8)$$

Альтернативным подходом при неизвестном точном значении v_I^+ является решение системы уравнений правдоподобия относительно I_c и v_I^+ :

$$\frac{\partial \log[w(t^+)]}{\partial I_c} = 0; \quad \frac{\partial \log[w(t^+)]}{\partial v_I^+} = 0. \quad (9)$$

Решая уравнение (9) относительно I_c и v_I^+ , получим:

$$\hat{I}_c = \frac{\left(\sum_{k=1}^n N_k^{+-} + \sum_{k=1}^n \frac{I_k^{+-}}{I_k^{+-} - I_k^{++}} \right) \sum_{k=1}^n \frac{1}{I_k^{+-} - I_k^{++}} - n \sum_{k=1}^n \frac{I_k^{+-} + N_k^{+-} (I_k^{+-} - I_k^{++})}{(I_k^{+-} - I_k^{++})^2}}{\left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{I_k^{+-} - I_k^{++}} \right)^2 - n \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{I_k^{+-} - I_k^{++}} \right)^2}; \quad (10)$$

$$\hat{v}_I^+ = \frac{\left[\left(\sum_{k=1}^n N_k^{+-} + \sum_{k=1}^n \frac{I_k^{+-}}{I_k^{+-} - I_k^{++}} \right) \sum_{k=1}^n \frac{1}{I_k^{+-} - I_k^{++}} - n \sum_{k=1}^n \frac{I_k^{+-} + N_k^{+-} (I_k^{+-} - I_k^{++})}{(I_k^{+-} - I_k^{++})^2} \right]}{\left\{ \tau_d \left[\sum_{k=1}^n \frac{N_k^{+-}}{I_k^{+-} - I_k^{++}} + \sum_{k=1}^n \frac{I_k^{+-}}{(I_k^{+-} - I_k^{++})^2} \right] \sum_{k=1}^n \frac{1}{I_k^{+-} - I_k^{++}} - \left(\sum_{k=1}^n N_k^{+-} + \sum_{k=1}^n \frac{I_k^{+-}}{I_k^{+-} - I_k^{++}} \right) \sum_{k=1}^n \frac{1}{(I_k^{+-} - I_k^{++})^2} \right\}}. \quad (11)$$

Поскольку для оценки параметра v_I^+ в выражении (8) используется большее число отсчетов наблюдаемого процесса, чем в выражении (11), оценка (8) оказывается в несколько раз точнее оценки (11). Однако результаты исследования

полной погрешности оценок критического тока (7) и (10) показали, что они практически идентичны. Преимуществом оценки (10) является то, что при каждом измерении она не требует отдельной процедуры оценивания параметра v_I^+ , тем самым упрощая реализацию автоматизированного измерения.

Таким образом, алгоритм для автоматизированного измерения критического тока контакта Джозефсона SIS-типа предполагает следующую последовательность действий:

- на контакт Джозефсона подается пачка из n равноотстоящих импульсов тока треугольной формы, задаваемых выражением (1);
- с помощью цифровых измерителей тока и напряжения в пределах длительности пачки импульсов формируются векторы синхронных отсчетов тока, протекающего через контакт, и напряжения на его выводах;
- в пределах каждого импульса определяются номера соседних отсчетов N_k^{+-} и N_k^{++} , при которых напряжение на контакте было соответственно меньше и больше порогового уровня Π , и соответствующие им отсчеты тока I_k^{+-} и I_k^{++} ;
- по формуле (10) вычисляется оценка критического тока \hat{I}_c .

3. Результаты моделирования

Для оценки эффективности предложенного алгоритма (10) было проведено статистическое моделирование алгоритма при следующих исходных данных: $I_c = 1,8$ мкА; $I_{\max} = 2,12I_c$; $V_g = 365$ мкВ; $R_N = 150$ Ом; $R_{I_g} = 4,5$ кОм; $I_g = 1,98$ мкА. Шаг дискретизации принимался постоянным в течение всех экспериментов и равным $\tau_d = 1,25$ мкс. Длительность переднего фронта выбиралась кратной целому числу периодов дискретизации. Таким образом, в зависимости от числа отсчетов на переднем фронте импульса менялась крутизна переднего фронта $v_I^+ = \frac{I_{\max}}{(M^+ - 1)\tau_d}$. Моделирование проводилось в математической среде

MATLAB. В качестве критерия эффективности алгоритма использовалась полученная по результатам статистических испытаний оценка полной относительной погрешности оценки критического тока

$$\delta_{\hat{I}_c} = \sqrt{\left(\frac{\Delta \hat{I}_c}{I_c}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\hat{I}_c}}{I_c}\right)^2}, \quad (12)$$

где $\Delta \hat{I}_c \approx \left(\frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} \hat{I}_{ci}\right) - I_c$ – оценка величины смещения оценки (10);

$\sigma_{\hat{I}_c} \approx \frac{1}{N_e} \sqrt{\sum_{i=1}^{N_e} \left(\hat{I}_{ci} - \frac{1}{N_e} \sum_{j=1}^{N_e} \hat{I}_{cj}\right)^2}$ – оценка величины среднеквадратического отклонения оценки (10); \hat{I}_{ci} (\hat{I}_{cj}) – значения оценок (10) в i -м (j -м) испытании;

N_e – число экспериментов. В ходе моделирования по $N_e = 10\,000$ статистических экспериментов оценивались зависимости полной относительной погрешности (12)

от следующих параметров алгоритма: $\frac{\sigma_{\xi}}{I_c}$ – нормированное СКО отсчетов тока,

генерируемого источником; $\frac{\sigma_I}{I_c}$ – нормированная среднеквадратическая погрешность измерителя тока; n – число импульсов в пачке; M^+ – число отсчетов на нарастающем фронте импульса. Поскольку длительность нарастающего фронта импульса принята равной целому числу интервалов дискретизации, то в зависимости от M^+ изменялась, как было отмечено ранее, и скорость нарастания импульса.

На рис. 4 приведены зависимости величины смещения (*a*), СКО (*b*) и полной погрешности (*c*) оценки критического тока от СКО отсчетов тока, генерируемого источником и СКО измерителя тока при различных параметрах алгоритма.

Из рис. 4, *a* видно, что оценка (10) является смещенной, причем величина смещения существенно зависит от величины среднеквадратического значения шума источника тока. Максимальное смещение имеет место в отсутствие шума

источника и в диапазоне $\frac{\sigma_I}{I_c} = 0,001 \dots 0,01$ практически не зависит от шумов измерителя. Величина смещения зависит от соотношения значений критического тока I_c и шага квантования по току $\Delta I = v_I^+ \tau_d = \frac{I_{\max}}{M^+ - 1}$. Так, при $\frac{\Delta I}{I_c} = 0,043$

(кривая 3 на рис. 4, *a*, $M^+ = 50$) $\frac{\Delta \hat{I}_c}{I_c} \approx 1,7\%$, при $\frac{\Delta I}{I_c} = 0,021$ (кривая 4 на

рис. 4, *a*, $M^+ = 100$) $\frac{\Delta \hat{I}_c}{I_c} \approx -0,42\%$. Максимальное смещение имеет место в отсутствие шумов источника и измерителя (100 и -100% для кривых 3 и 4 на рис. 4, *a*, на графике эти точки не показаны).

При идеальном измерителе тока ($\sigma_I = 0$) наличие шума источника тока приводит к существенному снижению величины смещения оценки (10) (кривые 1 и 2 на рис. 4, *a*), при этом зависимость от $\frac{\Delta I}{I_c}$ остается. Шумы измерителя вносят дополнительное смещение оценки (кривые 5 и 6 на рис. 4, *a*).

Из рис. 4, *b* видно, что СКО оценки критического тока также зависит от отношения $\frac{\Delta I}{I_c}$ и имеет тенденцию к росту с увеличением СКО источника тока и измерителя.

На рис. 4, *c* приведена зависимость полной относительной погрешности (12) от СКО источника и измерителя при различных значениях параметров алгоритма оценки критического тока. Поскольку наличие шумовых составляющих источника и измерителя в рассматриваемом диапазоне приводят к уменьшению величины смещения и росту СКО оценки, то условия, при которых минимизируется погрешность оценки, как следует из рис. 4, *c*, предполагают, что СКО источника и измерителя находятся в пределах $\frac{\sigma_I}{I_c} = \frac{\sigma_\xi}{I_c} = (0,006 \dots 0,008)I_c$.

На рис. 5 показана зависимость полной погрешности $\delta_{\hat{I}_c}$ оценки критического тока от числа отсчетов M^+ на нарастающем фронте импульса при фиксированном шаге дискретизации $\tau_d = 1,25$ мкс и двух значениях СКО $\sigma_I = \sigma_\xi = 0,001I_c$ и $\sigma_I = \sigma_\xi = 0,01I_c$.

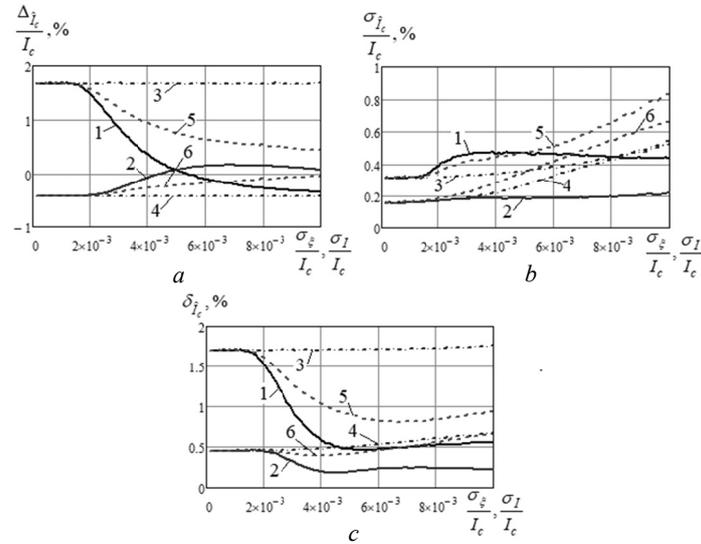


Рис. 4 – Зависимости величины смещения (а), СКО (b) и полной погрешности (с) оценки критического тока от СКО отсчетов тока, генерируемого источником и СКО измерителя тока при:

$\sigma_I = 0, M^+ = 50$ для кривых 1; $\sigma_I = 0, M^+ = 100$ для кривых 2; $\sigma_\xi = 0, M^+ = 50$ для кривых 3; $\sigma_\xi = 0, M^+ = 100$ для кривых 4; $\sigma_I = \sigma_\xi, M^+ = 50$ для кривых 5; $\sigma_I = \sigma_\xi, M^+ = 100$ для кривых 6; $n = 50$ для всех кривых

Fig. 4 – Dependence of offset value (a), RMS (b), and total error (c) of critical current estimation on RMS of the current samples generated by the current source and RMS of the current meter at:

$\sigma_I = 0, M^+ = 50$ for curves 1; $\sigma_I = 0, M^+ = 100$ for curves 2; $\sigma_\xi = 0, M^+ = 50$ for curves 3; $\sigma_\xi = 0, M^+ = 100$ for curves 4; $\sigma_I = \sigma_\xi, M^+ = 50$ for curves 5; $\sigma_I = \sigma_\xi, M^+ = 100$ for curves 6; $n = 50$ for all curves

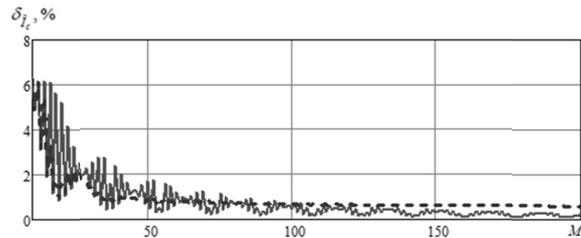


Рис. 5 – Зависимость полной погрешности оценки критического тока от числа отсчетов на нарастающем фронте импульса при фиксированном шаге дискретизации $\tau_d = 1,25$ мкс, $\sigma_I = \sigma_\xi = 0,001I_c$ (сплошная линия), $\sigma_I = \sigma_\xi = 0,01I_c$ (пунктир), $n = 50$

Fig. 5 – Dependence of the total error of the critical current estimation on the number of readings on the rising edge of the pulse at a fixed sampling step of $\tau_d = 1,25$ μ s, $\sigma_I = \sigma_\xi = 0,001I_c$ (solid line), $\sigma_I = \sigma_\xi = 0,01I_c$ (dashed line), $n = 50$

На рисунке отчетливо виден осциллирующий характер величины $\delta_{\hat{I}_c}$, причем размах осцилляций затухает с ростом числа отсчетов на нарастающем фронте импульса и с ростом СКО источника и измерителя. Поэтому, с учетом ранее сделанных по результатам анализа рис. 4 выводов, целесообразно принять $M^+ \geq 100$, $\sigma_{\xi}, \sigma_I = (0,6 \dots 0,8)I_c$.

На рис. 6 показана зависимость полной погрешности $\delta_{\hat{I}_c}$ оценки критического тока от числа возбуждающих контактов Джозефсона импульсов для двух значений СКО источника и измерителя ($\sigma_I = \sigma_{\xi} = 0,001I_c$ и $\sigma_I = \sigma_{\xi} = 0,007I_c$) и двух значений числа отсчетов на нарастающем фронте импульса ($M^+ = 50$ и $M^+ = 100$).

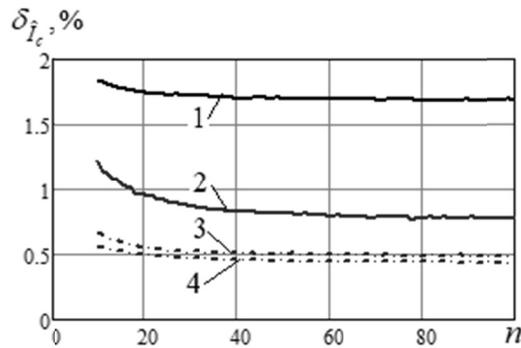


Рис. 6 – Зависимость полной погрешности оценки критического тока от числа возбуждающих контактов Джозефсона импульсов:

1 – $\sigma_I = \sigma_{\xi} = 0,001I_c$, $M^+ = 50$; 2 – $\sigma_I = \sigma_{\xi} = 0,007I_c$, $M^+ = 50$; 3 – $\sigma_I = \sigma_{\xi} = 0,001I_c$, $M^+ = 100$; 4 – $\sigma_I = \sigma_{\xi} = 0,007I_c$, $M^+ = 100$

Fig. 6 – Dependence of the total error of the critical current estimation on the number of Josephson junction excitation pulses:

1 – $\sigma_I = \sigma_{\xi} = 0,001I_c$, $M^+ = 50$; 2 – $\sigma_I = \sigma_{\xi} = 0,007I_c$, $M^+ = 50$; 3 – $\sigma_I = \sigma_{\xi} = 0,001I_c$, $M^+ = 100$; 4 – $\sigma_I = \sigma_{\xi} = 0,007I_c$, $M^+ = 100$

Из рис. 6 видно, что с ростом n общая погрешность оценки критического тока уменьшается, однако при $n > 50$ это уменьшение незначительное. Так, для случая $\sigma_I = \sigma_{\xi} = 0,007I_c$, $M^+ = 100$ при увеличении n от 50 до 100 общая абсолютная погрешность уменьшится с 0,51 до 0,49 % на величину 0,02 %.

Заключение

Предложен алгоритм оценки критического тока контакта Джозефсона SIS-типа, ориентированный на использование в цифровых автоматизированных системах измерений и контроля. Оценка получена с использованием метода максимального правдоподобия и рассчитана на случай, когда и сигнал на выходе

источника тока, и результаты его измерений содержат случайные составляющие, обусловленные собственными шумами источника и измерителя. Показано, что оценка, полученная методом максимального правдоподобия, является смещенной, зависящей от величины СКО случайной составляющей тока, протекающего через контакт, причем максимальное смещение имеет место в отсутствие случайной составляющей источника тока и практически не зависит от СКО измерителя. Показано, что наличие шумовой составляющей тока, протекающего через контакт, является необходимым условием обеспечения эффективности алгоритма, и при отношении СКО шумов источника и измерителя к величине измеряемого критического тока в диапазоне от 0,005 до 0,01 алгоритм обеспечивает общую погрешность оценки не более 0,9 %.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гудков А.** Джозефсоновские переходы: электрофизические свойства, области применения и перспективы развития // *Электроника: наука, технология, бизнес.* – 2014. – № S (137). – С. 65–80.
2. **Stewart W.C.** Current-voltage characteristics of Josephson junctions // *Applied Physics Letters.* – 1968. – Vol. 12, iss. 8. – P. 277–280. – DOI: 10.1063/1.1651991.
3. **Тихонов В.И.** Нелинейные преобразования случайных процессов. – М.: Радио и связь, 1986. – 296 с.
4. **Вострецов А.Г.** Оценивание периода сигнала, наблюдаемого на фоне гауссовского шума в условиях априорной неопределенности // *Радиотехника и электроника.* – 1997. – Т. 42, № 6. – С. 706–711.
5. **Vostretsov A.G., Vasyukov V.N., Kuratov K.A.** Signal period estimating in analog-digital systems // *Proceedings 6th Russian-Korean International Symposium on Science and Technology, KORUS-2002.* – Novosibirsk, 2002. – P. 351–354. – DOI: 10.1109/KORUS.2002.1028037.

**ML ESTIMATE OF CRITICAL CURRENT
OF THE SIS-TYPE JOSEPHSON JUNCTION****Vostretsov A.G.^{1,2}, Filatova S.G.¹, Koltakova A.E.¹**¹*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*²*Chinakal Institute of Mining of the Siberian Branch of the RAS*

The Josephson SIS-type junction is the key element of a new direction in electronics – cryogenic electronics. The emergence of superconducting integrated circuits has necessitated the creation of automated and automated systems to control such circuit elements' parameters. Practical algorithms implementing such measurements in automatic mode are necessary for this connection. This paper proposes such an algorithm for estimating the critical current – one of the main parameters of an SIS-type junction. The algorithm involves excitation of the Josephson contact by a sequence of triangular current pulses, measurement of current readings before and after reaching the critical value within each pulse, and calculation of the critical value estimate based on the measurement results. The algorithm is synthesized based on the maximum likelihood method, oriented for digital information-measurement systems. It considers the noise component in the test signal and in the primary measuring converter of a digital system and the discrete nature of the measurement information. Characteristics of algorithm efficiency (value of estimation shift, its standard deviation and general estimation error) are obtained by statistical modeling on the computer. It is shown that the presence of additive noise at the output of the source that sets the test current through the contact is a key requirement for the high efficiency of the algorithm. The influence of meter noise on the quality of critical current estimation is investigated. It is shown that the total estimation error will not exceed 0.9 % if the RMS ratio of the source and meter noises to the measured critical current is in the range from 0.005 to 0.01.

Keywords: Josephson junction, critical current, parameter estimation, additive noise, maximum likelihood estimation.

DOI: 10.17212/1727-2769-2022-1-25-36

REFERENCES

1. Gudkov A. Dzhozefsonovskie perekhody: elektrofizicheskie svoistva, oblasti primeneniya i perspektivy razvitiya [Josephson junctions: electrophysical properties, field of application and development prospects]. *Elektronika: nauka, tekhnologiya, biznes = Electronics: Science, Technology, Business*, 2014, no. S (137), pp. 65–80.
2. Stewart W.C. Current-voltage characteristics of Josephson junctions. *Applied Physics Letters*, 1968, vol. 12, iss. 8, pp. 277–280. DOI: 10.1063/1.1651991.
3. Tikhonov V.I. *Nelineinye preobrazovaniya sluchainykh protsessov* [Nonlinear transformations of random processes]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1986. 296 p.
4. Vostretsov A.G. Estimation of the period of a signal in Gaussian noise under the conditions of a priori ambiguity. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 1997, vol. 42, no. 6, pp. 649–654. Translated from *Radiotekhnika i elektronika*, 1997, vol. 42, no. 6, pp. 706–711.
5. Vostretsov A.G., Vasyukov V.N., Kuratov K.A. Signal period estimating in analog-digital systems. *Proceedings 6th Russian-Korean International Symposium on Science and Technology, KORUS-2002*, Novosibirsk, 2002, pp. 351–354. DOI: 10.1109/KORUS.2002.1028037.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



Вострецов Алексей Геннадьевич – родился в 1955 году, д-р техн. наук, профессор Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: статистическая теория обработки сигналов в условиях априорной неопределенности. Опубликовано более 180 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. E-mail: vostretsov@corp.nstu.ru).

Vostretsov Aleksey Gennad'evich (b. 1955) – Doctor of Sciences (Eng.), professor at Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on the statistical theory of signal processing in condition of a priori uncertainty. He is the author of more than 180 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: vostretsov@corp.nstu.ru).



Филатова Светлана Геннадьевна – родилась в 1984 году, канд. техн. наук, доцент Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: обработка сигналов в радиолокационных, телекоммуникационных и измерительных системах. Опубликовано свыше 30 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. E-mail: s.filatova@corp.nstu.ru).

Filatova Svetlana Gennad'evna (b. 1984) Candidate of Sciences (Eng.), Associate Professor at Novosibirsk State Technical University. Research interests are currently focused on signal processing in radar, telecommunication and measuring systems. She is the author of more than 30 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: s.filatova@corp.nstu.ru).



Колтакова Анастасия Евгеньевна – родилась в 1995 году, аспирант Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: средства и методы численного моделирования и натурных экспериментов для систем обнаружения и оценки сигналов. Опубликовано 9 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. E-mail: koltakova_nastya@mail.ru).

Koltakova Anastasiya Evgen'evna (b. 1995), Postgraduate student of Electronic Equipment Engineering Department in Novosibirsk State Technical University. Her interests are currently focused on facilities and methods of numerical modeling and full-scale experiments for signal detection and estimation systems. She is the author of 9 publications. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, Russia. Email: koltakova_nastya@mail.ru).

Статья поступила 11 февраля 2022 г.
Received February 11, 2022

To Reference:

Vostretsov A.G., Filatova S.G., Koltakova A.E. MP otsenka kriticheskogo toka kontakta Dzhozefsona SIS-tipa [ML estimate of critical current of the SIS-type Josephson junction]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii = Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2022, no. 1 (54), pp. 25–36. DOI: 10.17212/1727-2769-2022-1-25-36.