

УДК 621.391

**ПРИМЕНЕНИЕ *EM*-АЛГОРИТМА К ЗАДАЧЕ АВТОМАТИЧЕСКОЙ СЕГМЕНТАЦИИ АНИЗОТРОПНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ****И.С. Грузман***Новосибирский государственный технический университет*

Сегментация изображений на основе текстурных признаков играет важную роль в задачах обработки и анализа изображений. Для сегментации анизотропных текстур широко используется градиентный структурный тензор, представляющий собой матрицу вторых моментов производных первого порядка по вертикальному и горизонтальному направлениям двумерной функции яркости. Обычно в алгоритме сегментации на основе градиентного структурного тензора используется нормированная мера когерентности, принимающая значения от 0 до 1. Мера когерентности использует различие собственных значений градиента структурного тензора. Однако применение этой меры когерентности вместо компонент матрицы вторых моментов потенциально ведет к увеличению уровня ошибок сегментации. Для решения проблемы автоматической сегментации анизотропных изображений используется гауссовская аппроксимация совместного распределения компонент градиентного структурного тензора. Оценки параметров гауссовой модели смеси получены с помощью *EM*-алгоритма, представляющего собой итерационный алгоритм вычисления оценок максимального правдоподобия. *EM*-алгоритм в значительной степени зависит от начальных условий. Он может сходиться к локальным минимумам и давать ошибочные решения. Для автоматического выбора начальных условий предлагается использовать метод Оцу. Этот метод выбирает оптимальный порог для разделения анизотропных текстур путем максимизации межклассовой дисперсии. Экспериментальные данные показали, что предложенный алгоритм приводит к значительному улучшению точности сегментации анизотропных изображений на основе градиентного структурного тензора.

*Ключевые слова:* автоматическая сегментация, анизотропные изображения, текстурные признаки, градиентный структурный тензор, *EM*-алгоритм, гауссовская модель смеси.

**Введение**

Сегментация изображений на основе текстурных признаков применяется во многих задачах обработки и анализа изображений [1, 2].

Достаточно распространенным к решению задач сегментации является статистический подход, основанный на представлении текстур как реализаций изотропных и анизотропных двумерных стационарных случайных полей [1–3].

Корреляционная функция анизотропной текстуры с одним доминирующим направлением представляет собой двумерную функцию, «вытянутую» вдоль этого единственного направления. Причем, чем сильнее выражена анизотропия, тем больше «вытянута» корреляционная функция. Для изотропной текстуры «ширина» корреляционной функции, вычисленная вдоль двух произвольных перпендикулярных направлений (например, по значению коэффициента корреляции 0,5), практически одинакова.

Для извлечения локальных особенностей текстур, позволяющих отличать изотропные текстуры от анизотропных текстур, широко используется градиентный структурный тензор (ГСТ) [3, 4].

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ, по государственному заданию № 2014/138, проект № 1176.

© 2014 И.С. Грузман

Различение изотропной и анизотропной текстур на основе ГСТ осуществляется следующим образом. Сегментируемое дискретное изображение  $\mathcal{S} = \{s(k_1, k_2), k_1 = \overline{1, K_1}, k_2 = \overline{1, K_2}\}$  размером  $K_1 \times K_2$  отсчетов, заданное на квадратной сетке, содержит изотропные и анизотропные текстуры. Для каждого положения скользящего окна размером  $(2n+1) \times (2n+1) = N \times N$  отсчетов, последовательно занимающего все возможные значения на плоскости аргументов изображения  $\mathcal{S}$ , формируется фрагмент  $s = \{s(i_1, i_2), i_1 = \overline{-n, n}, i_2 = \overline{-n, n}\}$ . Принимается решение о том, что центральный отсчет анализируемого фрагмента  $s$  принадлежит изотропной текстуре, если мера анизотропности [3]:

$$\chi = \frac{4\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2} > C, \quad (1)$$

в противном случае принимается решение о том, что этот отсчет принадлежит анизотропной текстуре с одним доминирующим направлением (ДН), где  $C$  – порог;

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 = J_{1,1} + J_{2,2} + \sqrt{(J_{1,1} + J_{2,2})^2 + 4J_{1,2}^2}, \\ \lambda_2 = J_{1,1} + J_{2,2} - \sqrt{(J_{1,1} + J_{2,2})^2 + 4J_{1,2}^2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

– вектор собственных чисел ГСТ;

$$J = \begin{bmatrix} J_{1,1} & J_{1,2} \\ J_{1,2} & J_{2,2} \end{bmatrix}; \quad (3)$$

$$J_{1,1} = \frac{1}{N^2} \sum_{i_1=-n}^n \sum_{i_2=-n}^n s'_x(i_1, i_2)^2, \quad (4)$$

$$J_{2,2} = \frac{1}{N^2} \sum_{i_1=-n}^n \sum_{i_2=-n}^n s'_y(i_1, i_2)^2, \quad (5)$$

$$J_{1,2} = \frac{1}{N^2} \sum_{i_1=-n}^n \sum_{i_2=-n}^n s'_x(i_1, i_2)s'_y(i_1, i_2) \quad (6)$$

– соответственно выборочные начальные моменты второго порядка и выборочный корреляционный момент производных  $s'_x(i_1, i_2)$  и  $s'_y(i_1, i_2)$ , вычисленных по горизонтальному и вертикальному направлениям в точке с координатами  $(i_1, i_2)$ , например, с помощью оператора Собела или с помощью оптимизированных масочных дифференцирующих фильтров [4–6].

Достоинствами меры анизотропности  $\chi$ , используемой в качестве решающей статистики в (1), являются, во-первых, то, что она инвариантна к повороту анизотропной текстуры с одним ДН; во-вторых, не зависит от математического ожидания и дисперсии текстур; в-третьих,  $\chi$  – скалярная нормированная величина, принимающая значения от 0 до 1. Для дискретной изотропной текстуры собственные числа  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  примерно равны и, следовательно,  $\chi \approx 1$ . Для дискретной анизотропной текстуры, изолинии двумерной функции яркости которой являются параллельными прямыми,  $\chi \approx 0$  [4].

Правило различения анизотропной и изотропной текстур (1) с учетом (2) можно представить в виде

$$\chi = 4 \frac{J_{1,1}J_{2,2} - J_{1,2}^2}{(J_{1,1} + J_{2,2})^2} > C. \quad (7)$$

Очевидно, что преобразование в (7) вектора компонент  $\mathbf{J} = [J_{1,1}, J_{2,2}, J_{1,2}]$  ГСТ (3) взаимно-неоднозначно, поэтому уменьшение объема данных, т. е. переход от вектора  $\mathbf{J}$  к мере  $\chi$ , может привести к потере информации, а следовательно, к увеличению ошибок сегментации.

Эффективным инструментом для автоматической сегментации изображений является итерационный ЭМ-алгоритм, предназначенный для поиска максимально правдоподобных (МП) оценок параметров смесей вероятностных распределений. При его использовании полагается, что каждый рассматриваемый отсчет изображения принадлежит одному из классов; вид условных по классам плотностей, называемых плотностями компонент, и плотности смеси компонент известен с точностью до параметров [7, 8]. Примеры успешного использования ЭМ-алгоритма для сегментации изображений на основе векторных дескрипторов цвета приведены в работах [9–11].

Целью работы является исследование возможности применения ЭМ-алгоритма к задаче автоматической сегментации изображений на основе ГСТ для уменьшения ошибок различения изотропных текстур и анизотропных текстур с одним ДН.

### 1. Модель смеси распределений компонент ГСТ

Выборочные моменты (4)–(6) являются асимптотически нормальными [12]. Кроме того, в работах [5, 13] показано, что при  $N^2 > 70–80$  условные трехмерные распределения вектора  $\mathbf{J}$  компонент ГСТ для изотропной текстуры и анизотропной текстуры с локальной линейной симметрией [3], обладающей одним ДН и наблюдаемой на фоне аддитивного белого шума, можно считать приближенно гауссовскими.

Введем следующие обозначения:  $\mathbf{N}_3(\mathbf{J} | \mathbf{m}_1, \mathbf{R}_1)$  и  $\mathbf{N}_3(\mathbf{J} | \mathbf{m}_2, \mathbf{R}_2)$  – трехмерные гауссовские распределения компонент вектора  $\mathbf{J}$  для изотропной и анизотропной текстур соответственно, где  $\mathbf{m}_l, l = \overline{1,2}$ , – вектор-столбцы математических ожиданий;  $\mathbf{R}_l, l = \overline{1,2}$ , – ковариационные матрицы. Тогда плотность распределения вероятностей наблюдаемого вектора  $\mathbf{J}$  имеет вид

$$w(\mathbf{J}) = \sum_{l=1}^2 \rho_l \mathbf{N}_3(\mathbf{J} | \mathbf{m}_l, \mathbf{R}_l), \quad (8)$$

причем  $\rho_l \geq 0, l = \overline{1,2}, \rho_1 + \rho_2 = 1$ . Веса  $\rho_l, l = \overline{1,2}$  определяют доли отсчетов изображений, принадлежащих соответственно изотропной и анизотропной текстурам.

### 2. Алгоритм сегментации на основе итерационного ЭМ-алгоритма оценивания параметров смеси распределений

Основной идеей ЭМ-алгоритма является введение вспомогательного вектора скрытых переменных – так называемых апостериорных вероятностей  $\mathbf{g}$  принадлежности наблюдения к одному из классов [8]. Это позволяет свести решение

задачи оценивания неизвестных параметров смеси распределений к последовательности итераций, состоящих из  $E$ -этапа (расчет скрытых переменных по текущему приближению вектора оцениваемых параметров  $\theta$  смеси распределений) и  $M$ -этапа (расчет МП оценок вектора параметров  $\theta$ ) [8].

Известно, что  $EM$ -алгоритм обладает неустойчивостью по отношению к начальному приближению. При неудачной инициализации вектора параметров  $\theta$  может быть найден локальный экстремум функции правдоподобия, т.е. в зависимости от начального приближения алгоритм может сходиться к разным точкам. По этой причине также может сильно меняться скорость сходимости алгоритма.

Для вычисления начальных значений вектора параметров  $\theta$  воспользуемся распространенным и эффективным методом автоматического выбора порога – гистограммным методом Оцу [14], основанным на максимизации межклассовой дисперсии. В работе [15] показано, что метод Оцу может быть применен для автоматического выбора порогов в иерархическом алгоритме сегментации текстур на основе ГСТ.

Алгоритм автоматической сегментации исходного изображения, содержащего изотропные и анизотропные текстуры, строится следующим образом.

1. Для каждого положения скользящего окна по формулам (4) – (6) вычисляются компоненты вектора  $\mathbf{J}$ , описывающего локальные свойства текстуры изображения в окрестности данного отсчета, и мера анизотропности  $\chi$ . В результате для изображения  $\mathbf{S}$  получим статистики  $\{\mathbf{J}(k_1, k_2), k_1 = \overline{1, K_1}, k_2 = \overline{1, K_2}\}$  и  $\{\chi(k_1, k_2), k_1 = \overline{1, K_1}, k_2 = \overline{1, K_2}\}$ .

2. По гистограмме статистики  $\{\chi(k_1, k_2), k_1 = \overline{1, K_1}, k_2 = \overline{1, K_2}\}$  методом Оцу определяется порог  $C$  и выполняется первичная сегментация изображения на два класса в соответствии с правилом (7). Класс номер 1 соответствует изотропной текстуре, класс номер 2 – анизотропной текстуре. Таким образом, каждому отсчету исходного изображения присваивается маркер, соответствующий номеру класса.

3. Отдельно для каждого класса по статистике  $\{\mathbf{J}(k_1, k_2), k_1 = \overline{1, K_1}, k_2 = \overline{1, K_2}\}$  вычисляются первичные МП оценки вектора математических ожиданий  $\mathbf{m}_l$  и ковариационной матрицы  $\mathbf{R}_l$  трехмерных гауссовских распределений  $\mathbf{N}_3(\mathbf{J} | \mathbf{m}_l, \mathbf{R}_l)$ ,  $l = \overline{1, 2}$  [8]. Отношение числа отсчетов, маркированных единицей, к общему числу отсчетов исходного изображения  $\mathbf{S}$  используется в качестве первичной оценки параметра  $\rho_1$ . В результате получим начальные значения вектора параметров  $\theta = [\rho_1, \mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2]$ .

4. Для получения МП оценок вектора параметров  $\theta$  применяется итерационный  $EM$ -алгоритм. Для модели смеси (8) на  $E$ -этапе при значениях вектора  $\theta$  (первичных или вычисленных на предыдущей итерации) по выборке  $\{\mathbf{J}(k_1, k_2), k_1 = \overline{1, K_1}, k_2 = \overline{1, K_2}\}$  вычисляется вектор апостериорных вероятностей  $\{\mathbf{g}(k_1, k_2), k_1 = \overline{1, K_1}, k_2 = \overline{1, K_2}\}$ , где компоненты вектора  $\mathbf{g}(k_1, k_2) = [g_1(k_1, k_2), g_2(k_1, k_2)]$  отражают степень принадлежности отсчета изображения  $\mathbf{S}$  с координатами  $(k_1, k_2)$  одному из двух классов. На  $M$ -этапе уточняется оценка вектора параметров  $\theta$  смеси (8) из условия максимума логарифмической функции правдоподобия. Для этого используются  $\{\mathbf{g}(k_1, k_2), k_1 = \overline{1, K_1}, k_2 = \overline{1, K_2}\}$ , вычислен-

ные на  $E$ -этапе. Работа итерационного алгоритма останавливается после того как норма разности векторов оценок апостериорных вероятностей, полученных на предыдущей и текущей итерациях, не будет превышать наперед заданную константу [8]. Результатом его работы является МП оценка вектора параметров  $\theta$  по статистике  $\{J(k_1, k_2), k_1 = \overline{1, K_1}, k_2 = \overline{1, K_2}\}$  и апостериорные вероятности  $\{g(k_1, k_2), k_1 = \overline{1, K_1}, k_2 = \overline{1, K_2}\}$ .

5. Выполняется окончательная сегментация исходного изображения  $S$  на два класса. Принимается решение, что отсчет исходного изображения  $S$  с координатами  $(k_1, k_2)$  принадлежит изотропной текстуре, если  $g_1(k_1, k_2) > g_2(k_1, k_2)$ . В противном случае принимается решение о том, что этот отсчет принадлежит анизотропной текстуре.

### 3. Экспериментальные исследования алгоритма

Оценка эффективности предложенного алгоритма сегментации проведена методом компьютерного моделирования. Для вычисления вероятности ошибки сегментации в каждом эксперименте имитировалось по 100 статистически независимых изображений размером  $K_1 \times K_2 = 500 \times 500$  отсчетов. Каждое изображение состояло из изотропной текстуры, содержащей  $[p_1(K_1 \times K_2)]$  отсчетов, и анизотропной текстуры с одним ДН, содержащей  $[(1-p_1)(K_1 \times K_2)]$  отсчетов, где квадратные скобки означают оператор округления до ближайшего целого числа. Изотропные и анизотропные текстуры представляли собой гауссовские случайные поля с соответствующими корреляционными функциями:

$$K_{\text{из}}(i_1, i_2) = \exp\left(-\frac{\pi(i_1^2 + i_2^2)}{4\tau_{\text{из}}^2}\right),$$

$$K_{\text{ан}}(i_1, i_2) = \exp\left(-\frac{\pi(i_1 \cos \mu - i_2 \sin \mu)^2}{4\tau_1^2} - \frac{\pi(i_1 \sin \mu + i_2 \cos \mu)^2}{4\tau_2^2}\right),$$

где  $\tau_{\text{из}}$  – интервал корреляции изотропной текстуры, одинаковый для вертикальных и горизонтальных сечений случайного поля;  $\tau_1$  и  $\tau_2$  – интервалы корреляции одномерных вертикальных и горизонтальных сечений анизотропного случайного поля с одним ДН при  $\mu = 0$ . Параметр  $\mu \in (0, \pi]$ , определяющий ДН анизотропной текстуры, был постоянным в пределах одного изображения и менялся случайным образом от изображения к изображению в соответствии с равномерной плотностью распределения вероятностей.

Результаты экспериментальных исследований представлены на рис. 1–3, где сплошные линии соответствуют предложенному автоматическому алгоритму сегментации, пунктирные и штрихпунктирные линии – алгоритму сегментации (7). В первом случае порог  $C$  выбирался методом Оцу (пунктирные линии). Во-втором случае порог выбирался по классифицированной выборке (обучение с учителем) путем минимизации вероятности ошибки сегментации  $P_{\text{ош}}$  (штрихпунктирные линии). Таким образом, штрихпунктирные линии соответствуют потенциально-достижимым характеристикам алгоритма автоматической сегментации на основе меры анизотропности  $\chi$ .

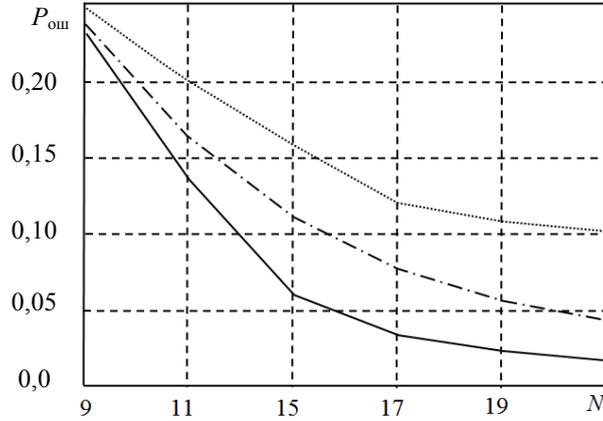


Рис. 1 – Зависимости вероятности ошибки сегментации от размера скользящего окна

Fig. 1 – Dependencies segmentation error probability on the sliding window size

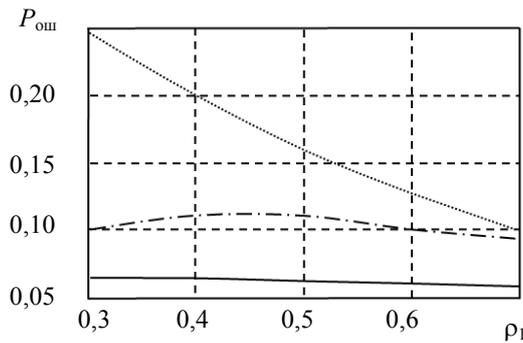
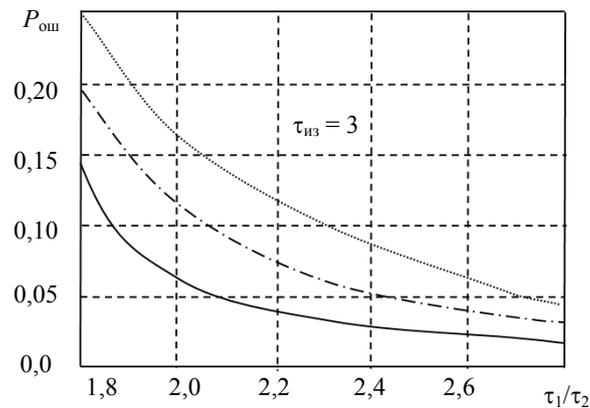


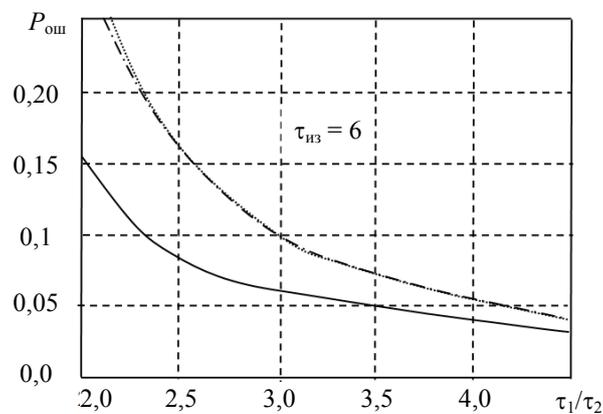
Рис. 2 – Зависимости вероятности ошибки сегментации от параметра, определяющего долю отсчетов изображения, принадлежащих изотропной текстуре

Fig. 2 – Dependencies segmentation error probability on the parameter, that determines the samples images proportion belonging to the isotropic texture

На рис. 1 приведены зависимости вероятности ошибки сегментации  $P_{\text{ош}}$  от размера скользящего окна  $N$  при  $\rho_1 = 0,5$ . Зависимости представлены ломаными линиями, поскольку размер окна  $N$  является нечетным числом. На рис. 2 приведены зависимости  $P_{\text{ош}}$  от параметра  $\rho_1$ , определяющего долю отсчетов изображения, принадлежащих изотропной текстуре, при  $N = 15$ . Интервалы корреляции гауссовских случайных полей на обоих рисунках равны:  $\tau_{\text{из}} = \tau_2 = 3$ ,  $\frac{\tau_1}{\tau_2} = 2$ . На рис. 3, а и рис. 3, б приведены зависимости  $P_{\text{ош}}$  от отношения интервалов корреляции анизотропной текстуры при  $N = 15$ ,  $\rho_1 = 0,5$ ,  $\tau_2 = 3$ ,  $\tau_{\text{из}} = 3$  (рис. 3, а) и  $\tau_{\text{из}} = 6$  (рис. 3, б).



а



б

Рис. 3 – Зависимости вероятности ошибки сегментации от отношения интервалов корреляции анизотропной текстуры при различных значениях интервала корреляции изотропной текстуры

Fig. 3 – Dependencies the segmentation error probability on the ratio of the anisotropic texture correlation interval for different values of the isotropic texture correlation interval

### Заключение

Экспериментальные исследования методом компьютерного моделирования показали, что использование вектора компонент ГСТ обеспечивает значительное уменьшение ошибок сегментации по сравнению с потенциально достижимым уровнем ошибок алгоритма сегментации на основе меры анизотропности.

Для получения автоматического алгоритма сегментации по текстурным признакам предложено применить ЭМ-алгоритм МП оценивания параметров смеси распределений вектора компонент ГСТ. Начальные значения оцениваемых параметров предложено выбирать на основе первичной сегментации, выполненной с помощью метода Оцу.

Сравнительный анализ автоматических алгоритмов сегментации на основе вектора компонент ГСТ  $J$  и на основе меры анизотропности  $\chi$  показал, что

предложенный алгоритм обеспечивает снижение вероятности ошибки сегментации более чем 2 раза в широком диапазоне изменения характеристик текстур. Особенно эффективным предложенный алгоритм автоматической сегментации оказался при относительно больших интервалах корреляции изотропной текстуры ( $\tau_{из} > 4$  при  $N = 15$ ) и когда изотропной текстуре принадлежит менее 40 % отсчетов сегментируемого изображения, что характерно для изображений, получаемых при проведении трасологической экспертизы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Гонсалес Р., Вудс Р.** Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.
2. Цифровая обработка изображений в информационных системах: учеб. пособие / И.С. Грузман, В.С. Киричук, В.П. Косых, Г.И. Перетягин, А.А. Спектор. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002. – 352 с.
3. **Bigun J.** Vision with Direction: A systematic introduction to image processing and computer vision. – Berlin: Springer-Verlag, 2006. – 396 p.
4. **Яне Б.** Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера, 2007. – 584 с.
5. **Грузман И.С.** Синтез оптимальных дифференциаторов для алгоритма обнаружения локально ориентированных текстур // Компьютерная оптика. – 2012. – Т. 36, № 1. – С. 109–115.
6. **Грузман И.С., Карпушин В.Б.** Синтез градиентных алгоритмов с минимальной систематической ошибкой оценивания поля направлений // Автометрия. – 2010. – Т. 46, № 1. – С. 2–11.
7. **Duda R.O., Hart P.E., Stork D.G.** Pattern Classification. – New York: John Wiley & Sons, 2012. – 680 p.
8. Прикладная статистика. Классификация и снижение размерности / С.А. Айвазян, В.М. Бухштабер, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 607 с.
9. **Fu Z., Wang L.** Color Image Segmentation Using Gaussian Mixture Model and EM Algorithm // Multimedia and Signal Processing: Second international conference, CMSP 2012, Shanghai, China, Dec. 7–9, 2012: Proceedings. – Berlin: Springer, 2012. – P. 61–66. – (Communications in Computer and Information Science; vol. 346).
10. **Farnoosh R., Zarpak B.** Image Segmentation Using Gaussian Mixture Model // IUST International Journal of Engineering Science. – 2008. – Vol. 19, № 1-2. – P. 29–32.
11. **Pea D.E., Whelan P.F.** Color image segmentation using a self-initializing EM algorithm // Proceeding of the 6th International Conference on Visualization, Imaging and Image Processing, Palma de Mallorca, Spain, 28–30 Aug. 2006. – P. 417–424.
12. **Крамер Г.** Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975. – 648 с.
13. **Грузман И.С.** Оценка эффективности алгоритма сегментации на основе градиентного структурного тензора // Известия вузов России. Радиоэлектроника. – 2012. – № 2. – С. 22–29.
14. **Otsu N.** A Threshold Selection Method from Gray-level Histograms // IEEE Transactions on Systems. – 1979. – Vol. SMC-9, № 1. – P. 62–66.
15. **Грузман И.С.** Автоматический выбор порогов для сегментации изображений на основе градиентных структурных тензоров // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2013. – № 2 (21). – С. 67–75.

#### USING EM-ALGORITHM TO THE TASK AUTOMATIC SEGMENTATION OF ANISOTROPIC IMAGES

**Gruzman I.S.**

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation*

Image segmentation based on texture features plays an important role in image processing and image analysis. The gradient structure tensors are widely used for segmentation of the anisotropic textures. The gradient structure tensors are second moment matrix of partial first derivatives in the

horizontal and vertical directions of the bivariate brightness function. Traditionally the normalized coherence measure, which attains values between 0 and 1, is used in a segmentation algorithm based on the gradient structure tensors. The coherence measure utilizes the difference of the eigenvalues of the gradient structure tensor. However, the use of the coherence measure instead of components of the second moment matrix potentially leading to an increase in the level of segmentation faults. Gaussian approximation of the components joint distribution of the gradient structure tensor is used to solve the problem of automatic segmentation anisotropic images. The parameter estimates of the Gaussian mixture model are obtained by EM-algorithm. The EM-algorithm is an iterative algorithm for calculating the maximum-likelihood estimates. The EM-algorithm is highly dependent on the starting condition. It can converge to local minima and produce erroneous decisions. Otsu method is proposed to automatically select a starting condition. This method selects the optimal threshold for separating anisotropic textures by maximizing the between-class variance. The experimental data demonstrated that the proposed algorithm leads to significant improvement of the segmentation accuracy of anisotropic images based on the gradient structure tensor.

*Keywords:* automatic segmentation, anisotropic images, texture features, gradient structure tensor, EM-algorithm, Gaussian mixture model.

#### REFERENCES

1. Gonzales R.C. Woods R.E. *Digital image processing*. New Jersey, Pearson Education, Inc., Prentice Hall, 2002. (Russ. ed.: Gonsales R., Vuds R. *Tsifrovaya obrabotka izobrazhenii*. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2005. 1072 p.).
2. Gruzman I.S., Kirichuk V.S., Kosykh V.P. Peretyagin G.I., Spektor A.A. *Tsifrovaya obrabotka izobrazhenii v informatsionnykh sistemakh* [Digital image processing in information systems]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2002. 352 p.
3. Bigun J. *Vision with Direction: A systematic introduction to image processing and computer vision*. Berlin, Springer-Verlag, 2006. 396 p.
4. Jahne B. *Digital image processing*. Berlin, Springer-Verlag, 2005. 607 p. (Russ. ed.: Yane B. *Tsifrovaya obrabotka izobrazhenii*. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2007. 584 p.).
5. Gruzman I.S. Sintez optimal'nykh differentsiatorov dlya algoritma obnaruzheniya lokal'no orientirovannykh tekstur [Synthesis of optimal differentiators for the locally oriented texture detection algorithm]. *Komp'yuternaya optika – Computer Optics*, 2012, vol. 36, no. 1, pp. 109-115.
6. Gruzman I.S., Karpushin V.B. Sintez gradientnykh algoritmov s minimal'noi sistematicheskoi oshibkoi otsenivaniya polya napravlenii [Synthesis of gradient algorithms with the minimum systematic error for estimating directional fields]. *Avtometriya – Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*, 2010, vol. 46, iss. 1, pp. 1-8. doi: 10.3103/S8756699010010012. *Translated from Avtometriya*, vol. 46, no. 1, pp. 2-11.
7. Duda R.O., Hart P.E., Stork D.G. *Pattern classification*. New York, John Wiley & Sons, 2012. 680 p.
8. Aivazyan S.A., Bukhtstaber V.M., Enyukov I.S., Meshalkin L.D. *Prikladnaya statistika. Klassifikatsiya i snizhenie razmernosti* [Applied statistics. Classification and dimensionality reduction]. Moscow, Finansy i statistika Publ., 1989. 607 p.
9. Fu Z., Wang L. Color image segmentation using gaussian mixture model and EM-algorithm. *Multimedia and Signal Processing. Communications in Computer and Information Science*, Berlin, Springer, 2012, vol. 346, pp. 61-66.
10. Farnoosh R., Zarpak B. Image segmentation using gaussian mixture model. *IUST International Journal of Engineering Science*, 2008, vol. 19, no. 1-2, pp. 29-32.
11. Ilea D.E., Whelan P.F. Color image segmentation using a self-initializing EM-algorithm. *Proceeding of the 6th International Conference on Visualization, Imaging and Image Processing*, Palma de Mallorca, Spain, 28-30 Aug. 2006, pp. 417-424.
12. Kramer G. *Mathematical methods of statistics*. Princeton, N.J., Princeton University Press, 1946. 575 p. (Russ. ed.: Kramer G. *Matematicheskie metody statistiki*. Moscow, Mir Publ., 1975. 648 p.).
13. Gruzman I.S. Otsenka effektivnosti algoritma segmentatsii na osnove gradiyentnogo strukturnogo tenzora [Estimation of efficiency of segmentation algorithm based on gradient

- structure tensor]. *Izvestiya vuzov Rossii. Radioelektronika – News of higher education establishments of Russian Federation, Radioelectronics*, 2012, no. 2, pp. 22-29.
14. Otsu N. A Threshold Selection Method from Gray-level Histograms. *IEEE Transactions on Systems*, 1979, vol. SMC-9, no. 1, pp. 62-66.
  15. Gruzman I.S. Avtomaticheskii vybor porogov dlya segmentatsii izobrazhenii na osnove gradientnykh strukturnykh tenzorov [Automatic thresholds selection for image segmentation based on the gradient structure tensors]. *Doklady Akademii Nauk Vysshei Shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian Higher School Academy of Sciences*, 2013, no. 2 (21), pp. 67-75.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Грузман Игорь Семенович** – родился в 1959 году, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры теоретических основ радиотехники Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: применение статистических методов в системах обработки изображений и компьютерного зрения. Опубликовано 135 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: isgruzman@gmail.com).

**Gruzman Igor Semenovich** (b. 1959) – Doctor of science (Eng.), professor, professor of Theoretical Foundations of Radio Engineering Department in Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on application of statistical methods in image processing systems and computer vision. He is author of 135 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, Russia, 630073. Email: isgruzman@gmail.com).

*Статья поступила 23 марта 2014 г.  
Received March 23, 2014*

---

#### To Reference:

Gruzman I.S. Primenenie EM-algoritma k zadache avtomaticheskoi segmentatsii anizotropnykh izobrazhenii [Using EM-algorithm to the task automatic segmentation of anisotropic images]. *Doklady Akademii Nauk Vysshei Shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian Higher School Academy of Sciences*, 2014, no. 2-3 (23-24), pp. 57-66.