

УДК 621.396.96

**КОМПЛЕКСИРОВАНИЕ ДАТЧИКОВ В МНОГОКАНАЛЬНОЙ  
ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ НА ОСНОВЕ ИНВЕРСНОЙ  
И ВИНЕРОВСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ****Ю.С. Петрова, А.А. Спектор***Новосибирский государственный технический университет*

В информационно-измерительных системах для ослабления действия помех часто применяются многоканальные структуры, в которых работа датчиков основывается на принципах различной физической природы. В данной статье рассматриваются двухканальная система с использованием датчиков перемещения на основе инверсной фильтрации и двухканальная система на основе фильтра Винера. Один из каналов является основным, а другой – дополнительным. Измерительные датчики в основном и дополнительном каналах основываются на различных физических принципах, благодаря чему полезный эффект, для регистрации которого предназначен основной канал, в дополнительных каналах отсутствует, а некоторые виды помех в основном и дополнительном каналах являются коррелированными. Поэтому использование дополнительных датчиков помогает оценить помеху в дополнительном канале без полезного эффекта, наблюдаемого в основном канале и модифицировать сигнал дополнительного канала, приведя его к виду сигнала основного канала и выполнить вычитание сигналов, таким образом ослабить действие помехи в основном канале. В результате представлены графики зависимости дисперсии ошибки преобразования от дисперсии входного шума для системы на основе инверсной фильтрации и для системы на основе фильтра Винера. Рассматривается помехоустойчивость системы применительно к случаю, когда в роли датчика перемещения используется гироскоп.

*Ключевые слова:* многоканальные структуры, датчики, инверсная фильтрация, фильтр Винера, помеха.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-2-102-109

**Введение**

В информационно-измерительных системах для ослабления действия помех часто применяются многоканальные структуры, в которых работа датчиков основывается на принципах различной физической (или иной) природы. Один из каналов, называемый далее основным, является формирователем полезного эффекта. Остальные каналы – дополнительные, служат для ослабления помех в основном канале. Значительного эффекта часто удается достичь уже при использовании даже одного дополнительного канала. Многоканальные информационные схемы используют в тех случаях, когда применением фильтрации помех в основном канале не удастся достичь требуемого качества [4]. Усложнение измерительных систем, вызванное многоканальностью, обычно оправданно при создании особо ответственных систем, когда для достижения требуемого качества приемлемы повышенные расходы.

**1. Постановка задачи**

Использование в основном и дополнительных каналах датчиков, работающих на различных принципах, обычно приводит к тому, что полезный эффект, для

---

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ, по государственному заданию № 2014/138, проект № 1176.

регистрации которого предназначен основной канал, в дополнительных каналах отсутствует, а некоторые виды помех в основном и дополнительных каналах оказываются коррелированными. Это дает возможность, осуществив определенное преобразование сигнала дополнительного канала (фактически – модифицированной помехи основного канала) с целью приведения к виду помехи основного канала, выполнить его вычитание из наблюдаемого сигнала основного канала, ослабив этим действие помехи. На рис. 1 показана структурная схема формирования и подавления помехи в измерительной системе, содержащей, кроме основного, один дополнительный канал.

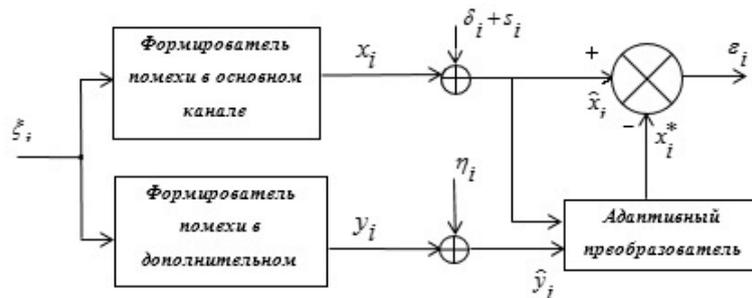


Рис. 1 – Формирование и компенсация помехи в двухканальной измерительной системе

Fig. 1 – Generation and compensation of a noise in a two-channel system

Общим для обоих каналов источником помехи является информационный белый гауссовский шум  $\xi_i$ , из которого измерительные системы формируют наблюдаемые в каналах помехи  $x_i$  и  $y_i$ . Все процессы происходят в дискретном времени  $-\infty < i < \infty$ . В обоих каналах присутствуют белые гауссовские шумы регистрирующих устройств  $\delta_i$  и  $\eta_i$ , а в основном канале – и полезный сигнал  $s_i$ , оценивание которого является конечной задачей измерительной системы. Адаптивный преобразователь на основе анализа сигналов  $\hat{y}_i = y_i + \eta_i$  и  $\hat{x}_i = x_i + \delta_i + s_i$  преобразует первый из них таким образом, чтобы характеристики сигнала  $x_i^*$  на его выходе совпадали с аналогичными характеристиками  $x_i$ . При этом в выходном продукте обработки  $\varepsilon_i = \hat{x}_i - x_i^*$  достигается ослабление помехи  $x_i$ .

В реальных измерительных системах часто помехи  $x_i$  и  $y_i$  описываются гауссовскими моделями и, следовательно, формирователи в схеме рис. 1 являются линейными преобразователями. Представим выполняемые ими преобразования в виде

$$x_i = L_x(\Xi), \quad y_i = L_y(\Xi),$$

где  $\Xi$  – вектор отсчетов входного белого шума  $\xi_i$ . Пусть обратное преобразование для дополнительного канала описывается соотношением

$$\xi_i = L_y^{-1}(\mathbf{Y}), \quad (1)$$

в котором  $\mathbf{Y}$  – вектор, состоящий из отсчетов  $y_i$ . Будем находить оценку  $\hat{\xi}_i$  белого шума  $\xi_i$ , применяя преобразование (1) к наблюдаемому сигналу  $\hat{y}_i$ :

$$\hat{\xi}_i = L_y^{-1}(\hat{\mathbf{Y}}), \quad (2)$$

где  $\hat{\mathbf{Y}}$  – вектор, состоящий из отсчетов наблюдаемого сигнала  $\hat{y}_i$ . Выполняя далее преобразование  $x_i = L_x(\hat{\Xi})$ , находим оценку помехи в основном канале:

$$x_i^* = L_x(\hat{\Xi}), \quad (2+)$$

где  $\hat{\Xi}$  – вектор оценок белого шума  $\hat{\xi}_i$ , полученных инверсным преобразованием сигнала дополнительного канала. При этом, конечно, оценка  $x_i^*$  не совпадает с точным значением помехи  $x_i$  из-за влияния шума наблюдения  $\eta_i$  в дополнительном канале. Применение инверсного преобразования, не являясь оптимальной процедурой борьбы с помехой, представляет, однако, интерес в силу своей простоты. Вместе с тем ее практическая целесообразность определяется степенью влияния шума наблюдения, которую можно оценить теоретически (что не представляет трудностей в силу линейности всех преобразований), либо экспериментально.

Более эффективным, но и затратным, является объединение каналов на основе оптимальной фильтрации. Существуют задачи, когда сбор данных и их обработка осуществляются в разное время и в разных условиях. Так, например, при электро-разведке полезных ископаемых обработку данных, накопленных в полевых условиях, часто выполняют в лаборатории. Это дает возможность использовать некаузальные алгоритмы, потенциальная эффективность которых, как известно, выше, чем каузальных. Поэтому для объединения каналов в рассматриваемой задаче можно использовать фильтр Винера, задачей которого является получение наилучшей оценки сигнала  $x_i$  на основе наблюдаемой последовательности  $\hat{y}_i$ , в которой обрабатываемый продукт  $y_i$  искажен шумом наблюдения  $\eta_i$ .

Рассмотрим далее случай, когда формирователи помех в схеме рис.1 описываются моделями линейного предсказания:

$$x_i = \sum_{j=1}^J a_j x_{i-j} + a_0 \xi_i = \mathbf{A}^T \mathbf{X}_i + a_0 \xi_i, \quad (3)$$

$$y_i = \sum_{k=1}^K b_k y_{i-k} + b_0 \xi_i = \mathbf{B}^T \mathbf{Y}_i + b_0 \xi_i. \quad (4)$$

Здесь  $\mathbf{A} = \|a_1, a_2, \dots, a_J\|^T$ ,  $\mathbf{B} = \|b_1, b_2, \dots, b_K\|^T$  – векторы коэффициентов предсказания;  $\mathbf{X}_i = \|x_{i-1}, x_{i-2}, \dots, x_{i-J}\|^T$ ,  $\mathbf{Y}_i = \|y_{i-1}, y_{i-2}, \dots, y_{i-K}\|^T$  – соответственно  $J$ - и  $K$ -мерные векторы-предшественники сигналов  $x_i$  и  $y_i$ , участвующие в процедурах предсказания;  $a_0$  и  $b_0$  – коэффициенты чувствительности к входному формирующему белому шуму. Очевидно, с учетом (4) обратное преобразование (1) имеет в этом случае вид

$$\xi_i = (y_i - \mathbf{B}^T \mathbf{Y}_i) / b_0 \quad (5)$$

и при отсутствии шума наблюдения точно определяет значение входного шума. При использовании вместо неизвестного сигнала  $\mathbf{Y}_i$  доступного сигнала  $\hat{\mathbf{Y}}_i$  из (2) находим оценку белого шума:

$$\hat{\xi}_i = (\hat{y}_i - \mathbf{B}^T \hat{\mathbf{Y}}_i) / b_0$$

и далее, при помощи (2+) и (3), оценку помехи в основном канале:

$$x_i^* = \mathbf{A}^T \mathbf{X}_i^* + a_0 \hat{\xi}_i.$$

При использовании фильтра Винера формирование оценки  $x_i^*$  удобно проводить в частотной области, определяя ее при помощи обращения спектра  $X^*(\omega)$ :

$$X^*(\omega) = \hat{Y}(\omega) \cdot K_B(\omega).$$

Здесь  $\hat{Y}(\omega)$  – спектр сигнала  $y_i$ , а  $K_B(\omega) = \frac{\tilde{H}^*(\omega)}{|\tilde{H}(\omega)|^2 + \frac{\tilde{G}_\eta(\omega)}{\tilde{G}_y(\omega)}}$  – коэффициент пе-

редачи фильтра Винера, где  $\tilde{G}_\eta(\omega)$ ,  $\tilde{G}_y(\omega)$  – спектральные плотности мощности периодически продолженных шума и исходного сигнала;  $()^*$  – символ комплексного сопряжения;  $\tilde{H}(\omega)$  – частотная характеристика искажающей системы.

Частотная характеристика искажающей системы представляет собой

$$\tilde{H}(\omega) = H_{\text{обр.доп}}(\omega) H_{\text{осн}}(\omega) = \frac{H_{\text{осн}}(\omega)}{H_{\text{доп}}(\omega)},$$

где  $H_{\text{осн}}(\omega)$ ,  $H_{\text{доп}}(\omega)$  – передаточные характеристики формирующих фильтров основного и дополнительного каналов.

Системная функция фильтра, формирующего процесс из белого шума:

$$H_{\text{осн}}(z) = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^J A_j z^{-j}},$$

$$H_{\text{доп}}(z) = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^K B_k z^{-k}},$$

где  $A$  и  $B$  – коэффициенты линейного предсказания Юла–Уолкера для основного и дополнительного каналов соответственно,  $z^{-j}$ ,  $z^{-k}$  –  $z$ -преобразование.

$$H_{\text{осн}}(z) = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^J A_j e^{-j2\pi \frac{ij}{N}}},$$

$$H_{\text{доп}}(z) = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^K B_k e^{-j2\pi \frac{ik}{N}}},$$

где  $N$  – длина сигнала (в отсчетах);  $j, k$  – номер порядка предсказания.

## 2. Результаты экспериментов

Анализ эффективности описанных методов комплексирования выполнялся при помощи моделирования. За основу были взяты записи двух координатных сигналов электронного гироскопа, образцы которых приведены на рис. 2. Один из сигналов (рис. 2, а) рассматривался как прообраз сигнала основного канала измерительной системы, второй (рис. 2б) – дополнительного. По реальным сигналам на основе метода Юла–Уолкера 8-го порядка находились оценки параметров предсказания  $\mathbf{A} = \|a_1, a_2, \dots, a_J\|^T$ ,  $\mathbf{B} = \|b_1, b_2, \dots, b_K\|^T$ , которые далее использовались для моделирования сигналов и совместной обработки.

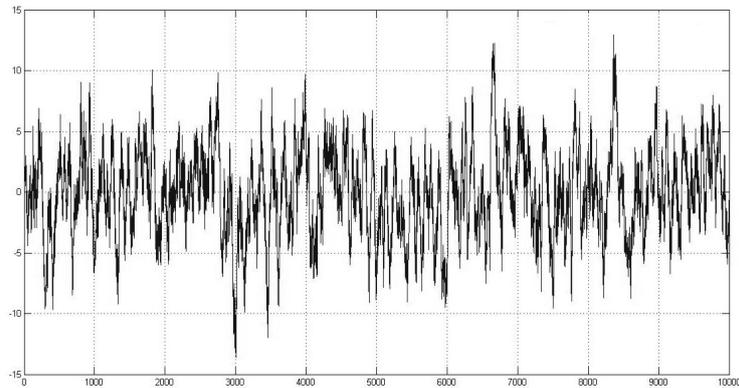


Рис. 2а – Прообраз сигнала основного канала

Fig. 2a – A preimage of a main channel signal

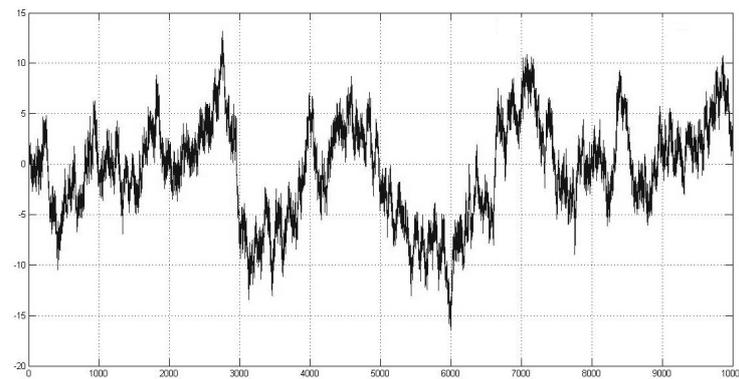


Рис. 2б – Прообраз сигнала дополнительного канала

Fig. 2b – A preimage of an additional channel signal

На рис. 3 приведены фрагменты сигналов, полученных в эксперименте при относительном уровне шума в дополнительном канале  $\overline{\eta^2/y^2} = 0,5$ . Непрерывная кривая соответствует сигналу основного канала, штриховая – дополнительного канала, а штрихпунктирная отображает сигнал дополнительного канала после его приведения к виду основного канала при помощи фильтра Винера. Качественно видна высокая эффективность преобразования.

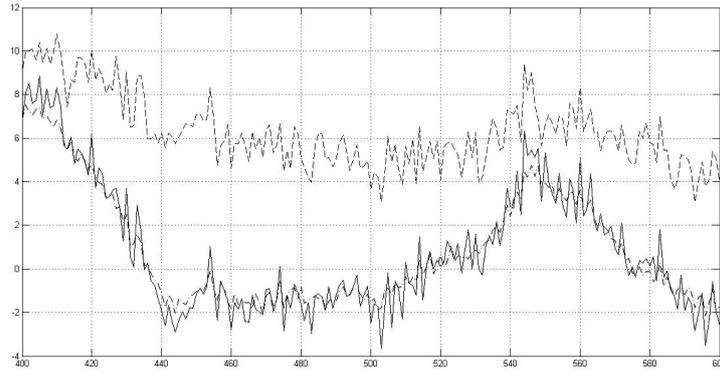


Рис. 3 – Фрагменты сигналов основного канала и дополнительного канала до и после его приведения к виду основного канала

Fig. 3 – Signal fragments of the main channel and the additional channel before and after bringing it to the main channel form

Основные результаты моделирования представлены на рис. 4 в виде зависимости относительной ошибки компенсации  $\overline{\varepsilon_i^2/x_i^2} = \overline{(x_i - x_i^*)^2/x_i^2}$  от относительного уровня шума  $\overline{\eta^2/y^2}$  в дополнительном канале, где черта сверху означает операцию математического ожидания. Кривая 1 соответствует инверсному фильтру, кривая 2 – фильтру Винера.

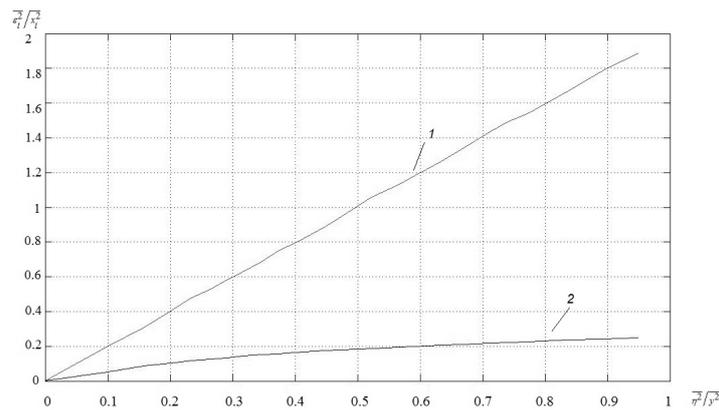


Рис. 4 – Зависимости среднего квадрата ошибки компенсации от уровня шума в дополнительном канале

Fig. 4 – Dependences of the compensation error mean square on the noise level in the additional channel

### Заключение

При инверсном комплексировании уровень выходной ошибки растет пропорционально уровню шума наблюдения в дополнительном канале, что делает проблематичным применение данного метода даже при относительно небольших уровнях шума. Значительно ниже ошибки компенсации при использовании некаузального фильтра Винера, вследствие чего его применение в практических системах представляется перспективным.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Цифровая обработка изображений в информационных системах: учебное пособие / И.С. Грузман, В.С. Киричук, В.П. Косых, Г.И. Перетягин, А.А. Спектор. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002. – 352 с.
2. Прэтт У. Цифровая обработка изображений: пер. с англ. Кн. 2. – М.: Мир, 1982. – 480 с.
3. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
4. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов: пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1989. – 440 с.

### SENSOR INTEGRATION IN A MULTICHANNEL MEASUREMENT SYSTEM BASED ON INVERSE OR WIENER FILTERING

**Petrova J.S., Spector A.A.**

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation*

Multichannel structures using additional sensors are often used to attenuate the noise in information-measuring systems. The operation of sensors is based on different physical principles. This article discusses a dual-channel system with motion sensors based on inverse filtering and a dual-channel system based on the Wiener filter. One of the channels is the main channel, and the other is an additional channel. Measurement sensors in the main and the additional channels are based on different physical principles and this leads to the fact that the useful effect present in the main channel is not observed in the additional channel, and some types of noises in the main and the additional channel are correlated. Therefore, the use of additional sensors helps to estimate the noise in the additional channel without any useful effect observed in the main channel and to modify the signal of the additional channel to the form of the main channel signal. The subtraction of these two signals helps to attenuate the noise in the main channel. As a result, there are graphs of the dependence of the output error variance on the input noise variance for the system of inverse filtering and the Wiener filter system. The noise immunity of the system is applied to the case when a gyroscope is used as a motion sensor.

*Keywords:* multichannel structures, sensors, inverse filtering, Wiener filter, interference.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-2-102-109

### REFERENCES

1. Gruzman I.S., Kirichuk V.S., Kosykh V.P., Peretyagin G.I., Spector A.A. *Tsifrovaya obrabotka izobrazhenii v informatsionnykh sistemakh* [Digital image processing in information systems]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2002. 352 p.
2. Pratt W.K. *Digital image processing*. New York, John Wiley & Sons, 1978. 750 p. (Russ. ed.: Prett U. *Tsifrovaya obrabotka izobrazhenii*. Кн. 2. Translated from English. Moscow, Mir Publ., 1982. 480 p.).
3. Marple S.L., jr. *Digital spectral analysis with application*. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice Hall, 1987. 492 p. (Russ. ed.: Marpl-ml. S.L. *Tsifrovoi spektral'nyi analiz i ego prilozheniya*. Translated from English. Moscow, Mir Publ., 1990. 584 p.).

4. Widrow B., Stearns S.D. *Adaptive signal processing*. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice Hall, 1985. 474 p. (Russ. ed.: Uidrou B., Stirnz S. *Adaptivnaya obrabotka signalov*. Translated from English. Moscow, Radio i svyaz', Publ. 1989. 440 p.).

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Петрова Юлия Сергеевна** – студентка 2 курса магистратуры кафедры теоретических основ радиотехники Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: радиотехнические навигационные системы и устройства, радиотехнические системы зондирования, локации и навигации. Опубликовано 4 научные работы. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: juliapetrova92@bk.ru).

**Petrova Julia Sergeevna** – 2nd year Master degree student at the department of theoretical basics of radio engineering in the Novosibirsk State Technical University. Her research interests are currently focused on radio navigation systems and devices, radio sounding systems, and location and navigation. She is author of 4 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation. Email: juliapetrova92@bk.ru).



**Спектор Александр Аншелевич** – заведующий кафедрой теоретических основ радиотехники Новосибирского государственного технического университета, д-р техн. наук, профессор кафедры теоретических основ радиотехники Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: локационные, навигационные и инфокоммуникационные технологии, цифровые статистические методы обработки сигналов и изображений. Опубликовано около 200 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: spectoraa@mail.ru).

**Spector Alexander Anshelevich** – Head of the department of theoretical basics of radio engineering in the Novosibirsk State Technical University, D.Sc.(Eng.), professor at the theoretical basics of radio engineering department in the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on location, navigation, and information communication technologies, digital statistical methods of signal and image processing. He is author of about 200 scientific papers (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation. Email: spectoraa@mail.ru).

*Статья поступила 13 мая 2015  
Received November May 13, 2015*

## To Reference:

Petrova Yu.S., Spector A.A. Kompleksirovanie datchikov v mnogokanal'noi izmeritel'noi sisteme na osnove inversnoi i Vinerovskoi fil'tratsii [Sensor integration in a multichannel measurement system based on inverse or Wiener filtering]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2015, no. 2 (27), pp. 102–109. doi: 10.17212/1727-2769-2015-2-102-109