ISSN 1814-1196
Научный вестник НГТУ
том 66, № 1, 2017, с. 86–98

http://journals.nstu.ru/vestnik
Science Bulletin of the NSTU
Vol. 66, No. 1, 2017, pp. 86–98

ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ INFORMATION PROCESSING

УДК 519.24

Активная идентификация стохастических систем при параметризации входного сигнала*

В.И. ДЕНИСОВ[1], В.М. ЧУБИЧ[2], Е.В. ФИЛИППОВА[3]

[1] *630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, доктор технических наук, профессор, советник проректора по научной работе. E-mail: videnis@nstu.ru*
[2] *630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой теоретической и прикладной информатики. E-mail: chubich@ami.nstu.ru*
[3] *630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической и прикладной информатики. E-mail: e.filippova@corp.nstu.ru*

Рассмотрены теоретические и прикладные вопросы активной параметрической идентификации стохастических непрерывно-дискретных систем с использованием аппроксимации входного сигнала линейной комбинацией ортогональных полиномов Чебышева первого рода. Используются многомерные модели в пространстве состояний. При этом предполагается выполнение всех классических предположений, необходимых для применения аппарата Калмановской фильтрации. Рассматривается случай вхождения подлежащих оцениванию параметров в уравнения состояния и наблюдения, начальные условия и ковариационные матрицы шумов системы и измерений в различных комбинациях. Процедура активной идентификации предполагает сочетание приемов традиционного параметрического оценивания с идеями и методами современной теории планирования эксперимента. Оценивание неизвестных параметров модели осуществляется методом максимального правдоподобия, позволяющим находить оценки с привлекательными на практике асимптотическими свойствами. Приводится соответствующее выражение для критерия идентификации. Задача планирования эксперимента сводится к поиску оптимальных коэффициентов разложения входного сигнала по выбранной системе базисных функций и для критериев A- и D-оптимальности может быть решена при помощи соответствующих прямых или двойственных комбинированных процедур. Разработанная процедура активной параметрической идентификации программно реализована и апробирована на примере одной модельной структуры с использованием критерия D-оптимальности. На практике данная модель может отвечать теплообменнику, электромагнитному усилителю, электродвигателю постоянного тока или гидроприводу. Результаты, полученные компьютерным моделированием, показали улучшение качества оценивания в пространстве параметров на 5.1 %, что дает основание говорить о целесообразности и эффективности применения разработанной процедуры активной идентификации.

Ключевые слова: стохастическая система, оценивание параметров, метод максимального правдоподобия, параметризация входного сигнала, полиномы Чебышева первого рода, планирование эксперимента, информационная матрица, критерий оптимальности

DOI: 10.17212/1814-1196-2017-1-86-98

* *Статья получена 14 ноября 2016 г.*

ВВЕДЕНИЕ

Проблема идентификации, связанная с построением математических моделей динамических систем по экспериментальным данным, относится к одной из основных проблем теории и практики автоматического управления. Ее качественное решение способствует эффективному применению на практике современных математических методов и наукоемких технологий, например, при расчете и проектировании навигационных систем, систем управления подвижными (в том числе авиационно-космическими) и технологическими объектами, построении прогнозирующих моделей (например, в экономике и бизнес-процессах), конструировании следящих и измерительных систем.

Процедура активной идентификации систем с предварительно выбранной модельной структурой предполагает выполнение следующих этапов:

- вычисление оценок параметров по измерительным данным, соответствующим некоторому пробному входному сигналу;
- синтез на основе полученных оценок оптимального входного сигнала (планирование эксперимента);
- пересчет оценок неизвестных параметров по измерительным данным, соответствующим синтезированному сигналу.

В [1–5] авторами был развит подход к построению непрерывно-дискретных моделей в пространстве состояний, в котором решение задачи планирования оптимальных входных сигналов было получено в классе кусочно-постоянных функций. Это предположение позволило обойти трудности, связанные с вычислением градиентов в процедурах синтеза, и разработать соответствующие вычислительные алгоритмы.

В настоящей работе авторы отказались от указанного ограничения и попытались решить задачу активной параметрической идентификации с использованием представления входных сигналов в виде линейной комбинации полиномов Чебышева первого рода.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим следующую управляемую, наблюдаемую, идентифицируемую модель динамической системы в пространстве состояний:

$$\frac{d}{dt}x(t) = a\left[u(t),\ t\right] + F(t)\,x(t) + \Gamma(t)\,w(t),\, t \in \left[t_0,\ t_N\right]; \tag{1}$$

$$y(t_{k+1}) = A(t_{k+1}) + H(t_{k+1})\,x(t_{k+1}) + v(t_{k+1}),\quad k = 0,\ 1,\ldots,\ N-1. \tag{2}$$

Здесь $x(t)$ – n-вектор состояния; $u(t)$ – детерминированный r-вектор управления (входа); $w(t)$ – p-вектор возмущения; $y(t_{k+1})$ – m-вектор измерения (выхода); $v(t_{k+1})$ – m-вектор ошибки измерения.

Предположим, что

• случайные векторы $w(t)$ и $v(t_{k+1})$ являются стационарными белыми гауссовскими шумами, для которых

$$\mathrm{E}\left[w(t)\right]=0, \quad \mathrm{E}\left[w(t)w^T(\tau)\right]=Q\delta(t-\tau),$$

$$\mathrm{E}\left[v(t_{k+1})\right]=0, \quad \mathrm{E}\left[v(t_{k+1})v^T(t_{i+1})\right]=R\delta_{ki},$$

$$\mathrm{E}\left[\nu(t_{k+1})w^T(\tau)\right]=0,$$

(здесь и далее $\mathrm{E}[\cdot]$ – оператор математического ожидания; $\delta(t-\tau)$ – дельта-функция; δ_{ki} – символ Кронекера);

• начальное состояние $x(t_0)$ имеет нормальное распределение с параметрами:

$$\mathrm{E}\left[x(t_0)\right]=\bar{x}_0, \quad \mathrm{E}\left\{\left[x(t_0)-\bar{x}_0\right]\left[x(t_0)-\bar{x}_0\right]^T\right\}=\mathrm{P}_0$$

и не коррелирует с $w(t)$ и $v(t_{k+1})$;

• неизвестные параметры сведены в s-вектор θ, включающий в себя элементы векторов $a\left[u(t),\ t\right]$, $A(t_{k+1})$, $\bar{x}_0$ и матриц $F(t)$, $\Gamma(t)$, $H(t_{k+1})$, Q, R, P_0 в различных комбинациях.

Выполним параметризацию входного сигнала, для чего разложим $u(t)$ по системе базисных функций, в качестве которых выберем обладающие хорошими аппроксимационными свойствами ортогональные полиномы Чебышева первого рода [6] с учетом смещения на интервал $\left[t_0,\ t_N\right]$. В результате получим

$$\hat{u}(t)=GT(t). \tag{3}$$

Здесь G – $r\times d$-матрица, состоящая из коэффициентов разложения; $T(t)$ – d-вектор, компонентами которого являются указанные полиномы степени $\beta-1$ (размерность аппроксимирующего линейного пространства d задается экспериментатором).

Необходимо для математической модели (1), (2) с учетом высказанных априорных предположений разработать и программно реализовать процедуру активной идентификации в условиях параметризации входного сигнала. В такой постановке задача рассматривается и решается впервые.

2. ОЦЕНИВАНИЕ НЕИЗВЕСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ

Оценивание параметров математической модели осуществляется по данным наблюдений Ξ в соответствии с некоторым критерием идентификации $\chi(\theta)$. Сбор числовых данных происходит в процессе проведения идентификационных экспериментов, которые выполняются по плану ξ_ν.

Предположим, что экспериментатор может произвести ν запусков системы, причем сигнал $\left\{u^1(t),\ t \in [t_0,\ t_N]\right\}$ он подает на вход системы k_1 раз, сигнал $\left\{u^2(t),\ t \in [t_0,\ t_N]\right\}$ – k_2 раза и т. д., наконец, сигнал $\left\{u^q(t),\ t \in [t_0,\ t_N]\right\}$ – k_q раз. В этом случае дискретный (точный) нормированный план эксперимента ξ_ν представляет собой совокупность величин:

$$\xi_\nu = \left\{ \begin{matrix} u^1(t),\ u^2(t), \ldots,\ u^q(t) \\ \\ \dfrac{k_1}{\nu},\ \dfrac{k_2}{\nu}, \ldots,\ \dfrac{k_q}{\nu} \end{matrix} \right\}, \quad u^i(t) \in \Omega_u\,, \quad t \in [t_0,\ t_N]\,, \quad i = 1,\ 2, \ldots,\ q\,.$$

Множество планирования Ω_u задает ограничения на условия проведения эксперимента, q выбирается исходя из условия [1]: $q = \dfrac{s(s+1)}{2} + 1$.

Обозначим через Y_{ij} j-ю реализацию выходного сигнала ($j = 1,\ 2, \ldots,\ k_i$), соответствующую i-му входному сигналу $\left\{u^i(t),\ t \in [t_0,\ t_N]\right\}$, $Y_{ij}^T = \left\{\left[y^{ij}(t_1)\right]^T,\ \left[y^{ij}(t_2)\right]^T, \ldots,\ \left[y^{ij}(t_N)\right]^T\right\}$. Тогда в результате проведения идентификационных экспериментов по плану ξ_ν будет сформировано множество пар:

$$\Xi = \left\{\left\langle u^i(t),\ t \in [t_0,\ t_N]\,,\ Y_{ij}\right\rangle,\ j = 1,\ 2, \ldots,\ k_i,\ \ i = 1,\ 2, \ldots,\ q\right\}, \quad \sum_{i=1}^{q} k_i = \nu\,.$$

Для оценивания неизвестных параметров воспользуемся методом максимального правдоподобия [7, 8], позволяющим при выполнении достаточно общих условий регулярности находить оценки, обладающие такими важными для практики асимптотическими свойствами, как асимптотическая несмещенность, состоятельность, асимптотическая эффективность и асимптотическая нормальность [9]. В соответствии с указанным методом необходимо найти такие значения параметров $\widehat{\theta}$, для которых

$$\widehat{\theta} = \arg \min_{\theta \in \Omega_\theta} \left[\chi(\theta)\right],$$

где (см. [10, 11])

$$\chi(\theta) = -\ln L(\theta;\ \Xi) = \frac{Nm\nu}{2} \ln 2\pi +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{q} \sum_{j=1}^{k_i} \sum_{k=0}^{N-1} \left(\varepsilon^{ij}(t_{k+1})\right)^T B^{-1}(t_{k+1}) \varepsilon^{ij}(t_{k+1}) + \frac{\nu}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \ln \det B(t_{k+1})\,.$$

Здесь $\varepsilon^{ij}(t_{k+1})$ и $B(t_{k+1})$ вычисляются по следующим уравнениям непрерывно-дискретного фильтра Калмана [12]:

$$\frac{d}{dt}\hat{x}^{ij}(t\,|\,t_k)=F(t)\hat{x}^{ij}(t\,|\,t_k)+a[u^i(t),\ t],\ t_k\le t\le t_{k+1},$$

$$\frac{d}{dt}P(t\,|\,t_k)=F(t)P(t\,|\,t_k)+P(t\,|\,t_k)F^T(t)+\Gamma(t)Q\Gamma^T(t),\ t_k\le t\le t_{k+1}\frac{1}{2},$$

$$\varepsilon^{ij}(t_{k+1})=y^{ij}(t_{k+1})-H(t_{k+1})\hat{x}^{ij}(t_{k+1}\,|\,t_k)-A(t_{k+1}),$$

$$B(t_{k+1})=H(t_{k+1})P(t_{k+1}\,|\,t_k)H^T(t_{k+1})+R,$$

$$K(t_{k+1})=P(t_{k+1}\,|\,t_k)H^T(t_{k+1})B^{-1}(t_{k+1}),$$

$$\hat{x}^{ij}\left(t_{k+1}\,|\,t_{k+1}\right)=\hat{x}^{ij}\left(t_{k+1}\,|\,t_k\right)+K(t_{k+1})\varepsilon^{ij}(t_{k+1}),$$

$$P(t_{k+1}\,|\,t_{k+1})=\left[\mathrm{I}-K(t_{k+1})H(t_{k+1})\right]P(t_{k+1}\,|\,t_k)$$

для $k=0,1,...,N-1$, $j=1,2,...,k_i$, $i=1,2,...,q$ с начальными условиями $\hat{x}^{ij}(t_0\,|\,t_0)=\bar{x}_0$, $P(t_0\,|\,t_0)=P_0$.

Вычисление условного минимума $\chi(\theta)$ будем осуществлять методом последовательного квадратичного программирования [13], предполагающим вычисление градиента.

Алгоритмы вычисления критерия максимального правдоподобия и его градиента представлены в [14].

3. ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Полученные оценки неизвестных параметров $\hat{\theta}$ будем использовать при построении оптимальных входных сигналов. Осуществив для каждого $\left\{u^i(t),\ t\in\left[t_0,\ t_N\right]\right\}$ параметризацию (3), перейдем к $\left\{\hat{u}^i(t),\ t\in\left[t_0,\ t_N\right]\right\}$, для чего определим матрицы $G^i=\left\|g^i_{\alpha\beta}\right\|$ по формуле [15]:

$$g^i_{\alpha\beta}=\frac{\lambda_\beta}{\pi}\int_{t_0}^{t_N}u^i_\alpha(t)T_{\beta-1}(t)\rho(t)dt,$$

где

$$\lambda_\beta=\begin{cases}1, & \text{если } \beta=1,\\ 2, & \text{если } \beta=2,3,...,d;\end{cases}$$

$$T_{\beta-1}(t)=\begin{cases}1, \text{ если } \beta=1,\\ 2\dfrac{t-t_0}{t_N-t_0}, \text{ если } \beta=2,\\ 2\left(2\dfrac{t-t_0}{t_N-t_0}-1\right)T_{\beta-2}(t)-T_{\beta-3}(t), \text{ если } \beta=3,4,...,d;\end{cases} \quad (4)$$

$$\rho(t)=\frac{1}{\sqrt{(t-t_0)(t_N-t)}}.$$

Найдем оптимальный план эксперимента для некоторого выпуклого функционала от информационной матрицы $X\left[M(\xi)\right]$, решив следующую оптимизационную задачу:

$$\xi^*=\arg\min_{\xi\in\Omega_\xi} X\left[M(\xi)\right]. \quad (5)$$

Здесь непрерывный нормированный план ξ имеет следующий вид:

$$\xi=\begin{Bmatrix}G^1,\ G^2,\dots,\ G^q\\ p_1,\ p_2,\dots,\ p_q\end{Bmatrix},\quad G^iT(t)=\hat{u}^i(t)\in\Omega_u,\quad p_i\ge 0,\quad \sum_{i=1}^{q}p_i=1;$$

информационная матрица плана $\mathrm{M}(\xi)$ определяется соотношением

$$\mathrm{M}(\xi)=\sum_{i=1}^{q}p_i\mathrm{M}(G^i;\ \hat{\theta});$$

информационные матрицы точек спектра плана $\mathrm{M}(G^i;\ \hat{\theta})=\mathrm{M}(\hat{u}^i(t);\ \hat{\theta})$ вычисляются в соответствии с [16–18].

Таким образом, задача планирования эксперимента сводится к выбору оптимальных коэффициентов параметризации.

При решении экстремальной задачи (5) в случае критериев A- и D-оптимальности [19] возможны два подхода: прямой и двойственный. Первый из них предполагает поиск минимума функционала $X\left[M(\xi)\right]$ непосредственно с привлечением методов нелинейного программирования, второй – решение двойственной задачи и основан на обобщенной теореме эквивалентности [1]. Применение градиентных алгоритмов при решении оптимизационной задачи (5) повышает скорость сходимости и невозможно без вычисления производных от информационных матриц $\dfrac{\partial\mathrm{M}(G^i;\ \hat{\theta})}{\partial g^i_{\alpha\beta}}$ (подробнее см. [20]). Возможные варианты прямой и двойственной градиентных процедур синтеза непрерывных оптимальных планов представлены в [1].

Непосредственное применение в процедуре активной параметрической идентификации построенного оптимального непрерывного плана

$$\xi^* = \left\{ \begin{matrix} G_*^1, G_*^2, ..., G_*^q \\ \\ p_1^*, p_2^*, ..., p_q^* \end{matrix} \right\}, \quad G_*^i T(t) = \hat{u}_*^i(t) \in \Omega_u, \quad p_i^* \geq 0, \quad \sum_{i=1}^{q} p_i^* = 1$$

затруднительно, поскольку веса p_i^* в общем случае являются произвольными вещественными числами в интервале от нуля до единицы. В случае заданного числа возможных запусков системы ν величины $k_i^* = \nu p_i^*$ могут оказаться нецелыми числами. Необходимо округлить величины k_i^* до целых чисел. Полученный в результате такого округления план будет отличаться от оптимального непрерывного плана, причем приближение будет тем лучше, чем больше число возможных запусков ν. Возможная процедура округления дана в [19].

Для завершения процедуры активной идентификации необходимо еще раз выполнить оценивание параметров, используя план

$$\xi_\nu^* = \left\{ \begin{matrix} \hat{u}_*^1(t), & \hat{u}_*^2(t), \ldots, & \hat{u}_*^q(t) \\ \\ \dfrac{k_1^*}{\nu}, & \dfrac{k_2^*}{\nu}, \ldots, & \dfrac{k_q^*}{\nu} \end{matrix} \right\}.$$

4. ПРИМЕР АКТИВНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Рассмотрим следующую стационарную модель стохастической линейной непрерывно-дискретной системы (данная модель может соответствовать теплообменнику, электромагнитному усилителю, электродвигателю постоянного тока, гидроприводу и т. д.):

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \theta_1 & \theta_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} w(t), \ t \in [0, \ 20],$$

$$y(t_{k+1}) = x_1(t_{k+1}) + v(t_{k+1}), \quad k = 0,1,...,19$$

с неизвестными параметрами θ_1 и θ_2, где $-5 \leq \theta_1 \leq -0.01$, $-5 \leq \theta_2 \leq -0.5$.

Будем считать, что выполнены все априорные предположения из постановки задачи, причем

$$Q = 0.6, \quad R = 0.8, \quad \bar{x}(t_0) = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad P(t_0) = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

Выберем в качестве области допустимых входных сигналов $\Omega_u =$ $= \{0 \le u(t) \le 5,\ t \in [0, 20]\}$, в качестве исходного сигнала

$$u(t) = 0.01 + 1.2866t - 0.1759t^2 + 0.0062t^3, \quad u(t) \in \Omega_u .$$

Для того чтобы ослабить зависимость результатов оценивания от выборочных данных, произведем пять независимых запусков системы с входным сигналом $u(t)$, найдем соответствующие оценки параметров, усредним их по каждой компоненте и получим $\widehat{\theta}_{\text{ср}}$. Реализации выходных сигналов осуществим компьютерным моделированием при истинных значениях параметров $\theta_1^* = -1.5$ и $\theta_2^* = -0.8$, $N = 21$.

Осуществим параметризацию $u(t)$, выбрав размерность аппроксимирующего линейного пространства $d = 4$. С учетом заданного временного интервала из формулы (4) получим:

$$T_0(t) = 1,$$

$$T_1(t) = \frac{t}{10} - 1,$$

$$T_2(t) = \frac{t^2}{50} - \frac{2t}{5} + 1,$$

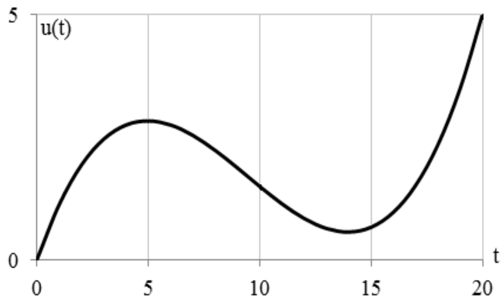
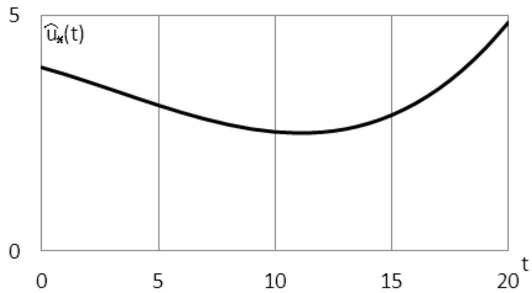
$$T_3(t) = \frac{t^3}{250} - \frac{3t^2}{25} + \frac{9t}{10} - 1,$$

что приводит к $G = (1.991,\quad 0.936,\quad 0.505,\quad 1.550)$.

Выберем критерий D-оптимальности, для которого $X[M(\xi)] =$ $= -\ln\det M(\xi)$. Применение этого критерия способствует минимизации объема эллипсоида рассеивания оценок параметров. В качестве начального плана выберем одноточечный план, сосредоточенный в точке G ($\widehat{u}(t) = GT(t) \in \Omega_u$ и практически совпадает с $u(t)$). Применяя прямую градиентную процедуру (с проверкой необходимого условия оптимальности [1]), синтезируем непрерывный план ξ^* (он оказался одноточечным), сосредоточенный в точке $G^* = (3.000,\quad 0.801,\quad -1.505,\quad -0.550)$. Осуществим снова пять независимых запусков системы, смоделируем данные наблюдений, пересчитаем оценки неизвестных параметров с входным сигналом $\widehat{u}_*(t) = G^*T(t)$, усредним их и получим $\widehat{\theta}^*_{\text{ср}}$.

Результаты выполнения процедуры активной параметрической идентификации при параметризации входного сигнала представим в таблице.

Результаты выполнения процедуры активной параметрической идентификации при параметризации входного сигнала

Входной сигнал	Номер запуска системы	Значения оценок параметров	
		$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$
Исходный 	1	–1.531	–0.733
	2	–1.609	–0.756
	3	–1.749	–1.120
	4	–1.442	–0.578
	5	–1.492	–1.390
	$\hat{\theta}_{ср}$	–1.564	–0.916
Синтезированный 	1	–1.552	–0.720
	2	–1.531	–0.849
	3	–1.496	–1.009
	4	–1.447	–0.778
	5	–1.562	–0.857
	$\hat{\theta}^*_{ср}$	–1.518	–0.843

Воспользовавшись соотношениями $\delta_\theta = \dfrac{\left\| \theta^* - \hat{\theta}_{ср} \right\|}{\left\| \theta^* \right\|}$ и $\delta^*_\theta = \dfrac{\left\| \theta^* - \hat{\theta}^*_{ср} \right\|}{\left\| \theta^* \right\|}$ (здесь $\|\cdot\|$ – евклидова векторная норма), найдем относительные ошибки оценивания в пространстве параметров δ_θ и δ^*_θ:

$$\delta_\theta = 0.078; \quad \delta^*_\theta = 0.027 .$$

Таким образом, в результате выполнения процедуры активной идентификации с применением параметризации входного сигнала удалось уменьшить относительную ошибку оценивания с 7.8 % до 2.7 %.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана процедура активной параметрической идентификации стохастических линейных непрерывно-дискретных систем при параметризации входного сигнала в виде линейной комбинации полиномов Чебышева первого рода. Рассмотрен случай вхождения неизвестных параметров в уравнения состояния и наблюдения, начальные условия и ковариационные матрицы шумов системы и измерений. На примере одной модельной структуры продемонстрирована эффективность и целесообразность применения разработанной процедуры при построении моделей стохастических динамических систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Активная параметрическая идентификация стохастических линейных систем / В.И. Денисов, В.М. Чубич, О.С. Черникова, Д.И. Бобылева. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2009. – 192 с.

2. *Денисов В.И., Чубич В.М., Филиппова Е.В.* Активная параметрическая идентификация стохастических непрерывно-дискретных систем, полученных в результате применения статистической линеаризации // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2012. – Т. 15, № 4 (52). – С. 78–89.

3. *Чубич В.М., Филиппова Е.В.* Активная параметрическая идентификация стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем на основе планирования входных сигналов. Ч. 1 // Научный вестник НГТУ. – 2013. – № 2 (51). – С. 25–34.

4. *Чубич В.М., Филиппова Е.В.* Активная параметрическая идентификация стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем на основе планирования входных сигналов. Ч. 2 // Научный вестник НГТУ. – 2013. – № 3 (52). – С. 24–31.

5. Активная параметрическая идентификация стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем на основе планирования эксперимента [Электронный ресурс] / В.И. Денисов, А.А. Воевода, В.М. Чубич, Е.В. Филиппова // Труды 12 Всероссийского совещания по проблемам управления (ВСПУ-2014), Москва, 16–19 июня 2014 г. – М.: ИПУ РАН, 2014. – С. 2795–2806. – URL: http://vspu2014.ipu.ru/node/8581 (дата обращения: 28.03.2017).

6. *Суетин П.К.* Классические ортогональные многочлены. – М.: Физматлит, 2005. – 480 с.

7. *Льюнг Л.* Идентификация систем. Теория для пользователя / под ред. Я.З. Цыпкина. – М.: Наука, 1991. – 432 с.

8. *Walter E., Pronzato L.* Identification of parametric models from experimental data. – Berlin: Springer-Verlag, 1997. – 413 p.

9. *Ивченко Г.И., Медведев Ю.И.* Введение в математическую статистику. – М.: ЛКИ, 2010. – 600 с.

10. *Åström K.J.* Maximum likelihood and prediction errors methods // Automatica. – 1980. – Vol. 16. – P. 551–574.

11. *Gupta N.K., Mehra R.K.* Computational aspects of maximum likelihood estimation and reduction in sensitivity function calculations // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1974. – Vol. 19, N 6. – P. 774–783.

12. *Огарков М.А.* Методы статистического оценивания параметров случайных процессов. – М.: Энергоатомиздат, 1980. – 208 с.

13. *Измаилов А.Ф., Солодов М.В.* Численные методы оптимизации. – М.: Физматлит, 2008. – 320 с.

14. *Филиппова Е.В.* Оценивание неизвестных параметров в задаче активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем // XXIII Международная заочная научно-практическая конференция «Технические науки – от теории к практике». – Новосибирск: СибАК, 2013. – С. 14–28.

15. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т. 2. Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления / под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 640 с.

16. *Чубич В.М.* Особенности вычисления информационной матрицы Фишера в задаче активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем // Научный вестник НГТУ. – 2009. – № 1 (34). – С. 41–54.

17. *Чубич В.М.* Алгоритм вычисления информационной матрицы Фишера в задаче активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем // Научный вестник НГТУ. – 2009. – № 3 (36). – С. 15–22.

18. *Chubich V.M., Filippova E.V.* Synthesis of D-optimal continuous input signals for stochastic linear systems // 13th International Scientific-Technical Conference on Actual problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE-2016): proceedings, Novosibirsk, 3–6 October 2016. – Novosibirsk, 2016. – Vol. 1, pt. 2. – P. 381–384.

19. *Ермаков С.М., Жиглявский А.А.* Математическая теория оптимального эксперимента. – М.: Наука, 1987. – 320 с.

20. *Chubich V.M., Filippova E.V.* Calculation of derivatives Fisher information matrix in problem of active identification stochastic linear systems with input signal parameterization // 11th International Forum on Strategic Technology (IFOST 2016): proceedings, Novosibirsk, 1–3 June 2016. – Novosibirsk, 2016. – Pt. 1. – P. 324–328.

Денисов Владимир Иванович, заслуженный деятель науки РФ, доктор технических наук, профессор, академик МАН ВШ, член-корреспондент Академии инженерных наук РФ, советник проректора по научной работе Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – разработка и исследование статистических методов анализа, планирования экспериментов и прогнозирования многофакторных статистических и динамических объектов. Имеет более 250 публикаций. E-mail: videnis@nstu.ru.

Чубич Владимир Михайлович, доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой теоретической и прикладной информатики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – анализ и планирование экспериментов для стохастических динамических систем. Имеет более 70 публикаций, в том числе 9 учебных пособий и монографию. E-mail: chubich@ami.nstu.ru.

Филиппова Елена Владимировна, кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической и прикладной информатики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – активная идентификация стохастических динамических систем. Имеет более 20 публикаций, в том числе 1 учебное пособие. E-mail: e.filippova@corp.nstu.ru

Active identification of stochastic systems with input signal parameterization[*]

V.I. DENISOV[1], *V.M. CHUBICH*[2], *E.V. FILIPPOVA*[3]

[1] *Novosibirsk State Technical University, 20, K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, D. Sc. (Eng.), professor. E-mail: videnis@nstu.ru*

[2] *Novosibirsk State Technical University, 20, K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, D. Sc. (Eng.), department head. E-mail: chubich@ami.nstu.ru*

[3] *Novosibirsk State Technical University, 20, K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, PhD (Eng.), associate professor. E-mail: e.filippova@corp.nstu.ru*

The theoretical and application issues of active parametric identification of stochastic continuous-discrete systems using approximation of the input signal is a linear combination of orthogonal Chebyshev polynomials of the first kind are considered. The multivariate models in the state space are used. This assumes the implementation of all the classical assumptions required for the application of Kalman filtering. We consider the case of the entry of parameters subject to estimation into the equation of state. We also consider observations, initial conditions and covariance matrices of the system noise and measurement in various combinations. The

[*] *Received 14 November 2017.*

procedure of active identification involves a combination of traditional methods of parametric estimation with the ideas and methods of the modern theory of experiment design. The estimation of unknown model parameters is performed by the maximum likelihood method that makes it possible to find estimates possessing practically useful asymptotic properties. The corresponding expression for the criterion of identification is given. The task of experiment design is reduced to finding optimal coefficients of the input signal by the chosen system of basis functions. For the criteria of A - and D - optimality this task can be solved by using appropriate straight or dual combined procedures. The developed procedure of active parametric identification is implemented in software and tested on the example of one model structure using the criterion of D - optimality. In practice, this model can applied to a heat exchanger, an electromagnetic amplifier, a DC motor or a hydraulic drive. The results obtained from computer simulation showed a 5.1%, improvement in the estimation quality in the parameter space, which gives grounds to speak about the appropriateness and effectiveness of the application of the developed procedure of active identification.

Keywords: stochastic system, estimation of parameters, maximum likelihood method, parameterization of input signal, Chebyshev polynomials of the first kind, experiment design, information matrix, optimality criterion

DOI: 10.17212/1814-1196-2017-1-86-98

REFERENCES

1. Denisov V.I., Chubich V.M., Chernikova O.S., Bobyleva D.I. *Aktivnaya parametricheskaya identifikatsiya stokhasticheskikh lineinykh sistem* [Active parametric identification of stochastic linear systems]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2009. 192 p.

2. Denisov V.I., Chubich V.M., Filippova E.V. Aktivnaya parametricheskaya identifikatsiya stokhasti-cheskikh nepreryvno-diskretnykh sistem, poluchennykh v rezul'tate primeneniya statisticheskoi linearizatsii [Active parametric identification of stochastic continuous-discrete systems obtained by application of statistical linearization]. *Sibirskii zhurnal industrial'noi matematiki – Journal of Applied and Industrial Mathematics*, 2012, vol. 15, no. 4 (52), pp. 78–89. (In Russian)

3. Chubich V.M., Filippova E.V. Aktivnaya parametricheskaya identifikatsiya stokhasticheskikh neli-neinykh nepreryvno-diskretnykh sistem na osnove planirovaniya vkhodnykh signalov. Ch. 1 [Active parametrical identification of stochastic continuous-discrete systems on basis of design input signals. Pt. 1]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 2 (51), pp. 25–34.

4. Chubich V.M., Filippova E.V. Aktivnaya parametricheskaya identifikatsiya stokhasticheskikh neli-neinykh nepreryvno-diskretnykh sistem na osnove planirovaniya vkhodnykh signalov. Ch. 2 [Active parametrical identification of stochastic continuous-discrete systems on basis of design input signals. Pt. 2]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 3 (52), pp. 24–31.

5. Denisov V.I., Voevoda A.A., Chubich V.M., Filippova E.V. [Active parametric identification of stochastic nonlinear continuous-discrete systems based on experimental design]. *Trudy 12 Vserossiiskogo soveshchaniya po problemam upravleniya* [Proceedings of the 12 All-Russian meeting on problems of management]. Moscow, 2014, pp. 2795–2806. (In Russian) Available at: http://vspu2014.ipu.ru/node/8581 (accessed 28.03.2017)

6. Suetin P.K. *Klassicheskie ortogonal'nye mnogochleny* [Classical orthogonal polynomials]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2005. 480 p.

7. Ljung L. *Systems identification: theory for the user*. New Jersey, Prentice Hall, 1987. 384 p. (Russ. ed.: L'yung L. *Identifikatsiya system. Teoriya pol'zovatelya*. Translated from English. Moscow, Nauka Publ., 1991. 432 p.).

8. Walter E., *Pronzato L. Identification of parametric models from experimental data*. Berlin, Springer-Verlag, 1997. 413 p.

9. Ivchenko G.I., Medvedev Yu.I. *Vvedenie v matematicheskuyu statistiku* [Introduction to mathematical statistics]. Moscow, LKI Publ., 2010. 600 p.

10. Astrom K.J. Maximum likelihood and prediction errors methods. *Automatica*, 1980, vol. 16, pp. 551–574.

11. Gupta N.K., Mehra R.K. Computational aspects of maximum likelihood estimation and reduction in sensitivity function calculations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, vol. 19, no. 6, pp. 774–783.

12. Ogarkov M.A. *Metody statisticheskogo otsenivaniya parametrov sluchainykh protsessov* [Methods of statistical estimation of parameters of random processes]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1980. 208 p.

13. Izmailov A.F., Solodov M.V. *Chislennye metody optimizatsii* [Numerical optimization methods]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2008. 320 p.

14. Filippova E.V. [Estimation of the unknown parameters in the problem of active parametric identification of stochastic nonlinear continuous-discrete systems]. *XXIII Mezhdunarodnaya zaochnaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya “Tekhnicheskie nauki – ot teorii k praktike”* [XXIII international correspondence scientific-practical conference "Technical Sciences – from theory to practice"]. Novosibirsk, Sibak Publ., 2013, pp. 14–28.

15. Pupkov K.A., Egupov N.D., eds. *Metody klassicheskoi i sovremennoi teorii avtomaticheskogo upravleniya.* T. 2. Sta*tisticheskaya dinamika i identifikatsiya sistem avtomaticheskogo upravleniya* [Methods of classical and modern automatic control theory. Vol. 2. Statistical dynamics and identification of automatic control systems]. 2nd ed. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2004. 640 p.

16. Chubich V.M. Osobennosti vychisleniya informatsionnoi matritsy Fishera v zadache aktivnoi parametricheskoi identifikatsii stokhasticheskikh nelineinykh nepreryvno-diskretnykh sistem [Particulars of the calculation of the Fisher information matrix in the problem of active parametric identification for stochastic nonlinear continues-discrete systems]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2009, no. 1 (34), pp. 41–54.

17. Chubich V.M. Algoritm vychisleniya informatsionnoi matritsy Fishera v zadache aktivnoi para-metricheskoi identifikatsii stokhasticheskikh nelineinykh nepreryvno-diskretnykh sistem [The procedure of the computation of the Fisher information matrix in the problem of active parametric identification for stochastic nonlinear continues-discrete systems]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2009, no. 3 (36), pp. 15–22.

18. Chubich V.M., Filippova E.V. Synthesis of D-optimal continuous input signals for stochastic linear systems. *13th International Scientific-Technical Conference on Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE 2016): proceedings*, Novosibirsk, 3–6 October 2016, vol. 1, pt. 2, pp. 381–384.

19. Ermakov S.M., Zhiglyavskii A.A. *Matematicheskaya teoriya optimal'nogo eksperimenta* [The mathematical theory of optimal experiment]. Moscow, Nauka Publ., 1987. 320 p.

20. Chubich V.M., Filippova E.V. Calculation of derivatives Fisher information matrix in problem of active identification stochastic linear systems with input signal parameterization. *11th International Forum on Strategic Technology (IFOST 2016): proceedings*, Novosibirsk, 1–3 June 2016, pt. 1, pp. 324–328.