ISSN 1814-1196
Научный вестник НГТУ
том 68, № 3, 2017, с. 7–21

http://journals.nstu.ru/vestnik
Science Bulletin of the NSTU
Vol. 68, No. 3, 2017, pp. 7–21

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ

AUTOMATIC CONTROL AND IDENTIFICATION

УДК 519.24

Оценивание параметров многоканальных статических объектов рекуррентным методом наименьших квадратов*

А.А. ВОЕВОДА[1], Г.В. ТРОШИНА[2]

[1] *630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, доктор технических наук, профессор. E-mail: ucit@ucit.ru*
[2] *630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, кандидат технических наук, доцент. E-mail: troshina@corp.nstu.ru*

Для построения многих адаптивных систем используются различные рекуррентные алгоритмы идентификации. Рекуррентный алгоритм наименьших квадратов подразумевает вычисление оценок по накопленным результатам наблюдений. В данной работе реализован рекуррентный алгоритм наименьших квадратов для получения оценок параметров многоканального объекта на основе входных и выходных сигналов в среде Simulink. Рекуррентная процедура оценивания параметров выполнена для случая, когда объект находится под действием гауссовых шумов. В качестве входных сигналов используются сигналы типа меандра с различными периодами. В среде Simulink схема рекуррентного оценивания представлена в виде блоков, находящихся на разных уровнях. Блоки, организованные на верхнем уровне, демонстрируют результаты оценивания параметров объекта, моделирования многоканального объекта при наличии шумов и заданных входных сигналов. Моделирование рекуррентного метода наименьших квадратов осуществляется в блоках более низких уровней. На графиках изображаются входные воздействия и выходные сигналы многоканального объекта, полученные в результате моделирования. Даны оценки параметров объекта и построены их графики. Поведение значений элементов коэффициента усиления демонстрируется на графиках. Высокое значение коэффициента усиления говорит о том, что алгоритм достаточно быстро откликается на изменения параметров, но при этом он также реагирует и на шум, присутствующий в наблюдаемых данных. Использование рекуррентных алгоритмов оценивания параметров позволяет регулировать поступление данных и дает возможность осуществлять обработку результатов наблюдений до получения подходящей точности модели объекта. В дальнейшем предполагается распространение этого метода на идентификацию параметров динамических объектов и регуляторов.

Ключевые слова: моделирование, рекуррентный метод наименьших квадратов, входной сигнал, оценивание параметров, многоканальный объект, шумы измерений, математическая модель, коэффициент усиления

DOI: 10.17212/1814-1196-2017-3-7-21

* *Статья получена 30 мая 2017 г.*

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время все большее внимание уделяется вопросам идентификации параметров систем автоматического управления [1–27]. Ниже рассматривается рекуррентный метод наименьших квадратов для оценивания параметров многоканальных статических объектов при подаче на систему тестовых сигналов. Этот метод позволяет минимизировать величину квадратичного отклонения

$$s(\theta) = \sum_{i=1}^{N} (y_i - x_i\,\theta)^2 , \tag{1}$$

где x_i, y_i – значения входного и выходного сигналов для i-го измерения, N – количество измерений. Вышеприведенная формула соответствует одноканальной системе $y = x\theta$, где x – скалярный вход, y – скалярный выход и θ – оцениваемый параметр [1, 2, 7–9, 13, 20, 21]. В отличие от обычного метода наименьших квадратов, где оценка параметра $\hat{\theta}_N$ по N измерениям вычисляется по формуле

$$\hat{\theta}_N = \left(X_N^{\mathrm{T}} X_N \right)^{-1} X_N^{\mathrm{T}} Y_N , \tag{2}$$

здесь $X_N = (x_1\, x_2 \ldots x_N)^{\mathrm{T}}$ и $Y_N = (y_1\, y_2 \ldots y_N)^{\mathrm{T}}$ – векторы-столбцы размером N, алгоритм *рекуррентного* метода наименьших квадратов оценивания скалярного параметра θ (1) для ***объекта с одним входом и одним выходом*** состоит в вычислениях по формулам:

$$\begin{cases} \hat{\theta}_{N+1} = \hat{\theta}_N + K_{N+1}(y_{N+1} - x_{N+1}\hat{\theta}_N), \\ K_{N+1} = P_N x_{N+1} / (1 + x_{N+1} P_N x_{N+1}), \\ P_{N+1} = \left(1 - P_N \dfrac{x_{N+1} x_{N+1}}{1 + x_{N+1} P_N x_{N+1}} \right) P_N . \end{cases} \tag{3}$$

В (3) все переменные $\hat{\theta}_N$, $\hat{\theta}_{N+1}$, x_{N+1}, y_{N+1}, K_{N+1}, P_N, P_{N+1} скалярные.

В случае ***векторного входа*** $x = (x^1\, x^2 \ldots x^n)^{\mathrm{T}}$ (вектор-столбец) размерностью n и ***скалярного выхода*** y для объекта

$$y = x^{\mathrm{T}}\theta$$

оценка векторного параметра $\hat{\theta} = (\hat{\theta}^1, \hat{\theta}^2, \ldots, \hat{\theta}^n)^{\mathrm{T}}$ вычисляется по формуле (2), где

$$X_N = \begin{pmatrix} x_1^{\mathrm{T}} \\ x_2^{\mathrm{T}} \\ \vdots \\ x_N^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1^1 & x_1^2 & \ldots & x_1^n \\ x_2^1 & x_2^2 & \cdots & x_2^n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_N^1 & x_N^2 & \cdots & x_N^n \end{pmatrix}, \quad Y_N = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{pmatrix}.$$

В формуле (2) для этого случая размер матрицы X_N – $N \times n$, размер Y_N – $N \times 1$, размер $X_N^{\mathrm{T}} X_N$ – $n \times n$, размер $X_N^{\mathrm{T}} Y_N$ – $n \times 1$. *Рекуррентный* алгоритм вычисления оценки векторного параметра $\theta = (\theta^1, \theta^2, \ldots, \theta^n)^{\mathrm{T}}$ выполняется по формулам (см. также приложение 1)

$$\begin{cases} \hat{\theta}_{N+1} = \hat{\theta}_N + K_{N+1}\left(y_{N+1} - x_{N+1}^{\mathrm{T}} \hat{\theta}_N\right), \\ K_{N+1} = P_N x_{N+1} \Big/ \left(1 + x_{N+1}^{\mathrm{T}} P_N x_{N+1}\right), \\ P_{N+1} = \left(I - P_N \dfrac{x_{N+1} x_{N+1}^{\mathrm{T}}}{1 + x_{N+1}^{\mathrm{T}} P_N x_{N+1}} \right) P_N, \end{cases} \tag{4}$$

где y_{N+1} – скаляр; $\hat{\theta}_N$, $\hat{\theta}_{N+1}$, x_{N+1} – векторы-столбцы размером n; K_{N+1} – вектор-столбец коэффициентов усиления размером n; P_N, P_{N+1} – ковариационная матрица размером $n \times n$, вычисленная по результатам N и $N+1$ измерений; I – единичная матрица размером $n \times n$.

Содержание данной работы – это итерационный метод наименьших квадратов для многоканального статического объекта с ***векторным входом*** $x = (x^1 \, x^2 \ldots x^n)^{\mathrm{T}}$ размерностью n и ***векторным выходом*** $y = (y^1 \, y^2 \ldots y^n)^{\mathrm{T}}$.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим статический объект (рис. 1) с n входами и n выходами

$$y = x^{\mathrm{T}} \theta.$$

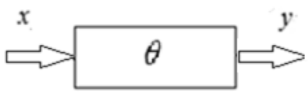


Рис. 1. Многоканальный статический объект идентификации

Оценка n^2 параметров $\theta = [\theta_{ij}]_{n \times n}$ объекта вычисляется также по формуле (2), где

$$X_N = \begin{pmatrix} x_1^{\mathrm{T}} \\ x_2^{\mathrm{T}} \\ \vdots \\ x_N^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1^1 \; x_1^2 \ldots x_1^n \\ x_2^1 \; x_2^2 \cdots x_2^n \\ \vdots \quad \vdots \quad\;\; \vdots \\ x_N^1 \; x_N^2 \cdots x_N^n \end{pmatrix}, \quad Y_N = \begin{pmatrix} y_1^{\mathrm{T}} \\ y_2^{\mathrm{T}} \\ \vdots \\ y_N^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1^1 \; y_1^2 \ldots y_1^n \\ y_2^1 \; y_2^2 \cdots y_2^n \\ \vdots \quad \vdots \quad\;\; \vdots \\ y_N^1 \; y_N^2 \cdots y_N^n \end{pmatrix}.$$

В формуле (2) размер матриц $X_N^{\mathrm{T}} X_N$ и $X_N^{\mathrm{T}} Y_N$ – $n \times n$. Вычисление параметров $\theta = [\theta_{ij}]_{n\times n}$ выполняем в соответствии с алгоритмом (см. также приложение 2):

$$\begin{cases} \hat{\theta}_{N+1} = \hat{\theta}_N + K_{N+1}\left(y_{N+1} - x_{N+1}^{\mathrm{T}}\hat{\theta}_N\right), \\ K_{N+1} = P_N x_{N+1} \Big/ \left(1 + x_{N+1}^{\mathrm{T}} P_N x_{N+1}\right), \\ P_{N+1} = \left(I - P_N \dfrac{x_{N+1} x_{N+1}^{\mathrm{T}}}{1 + x_{N+1}^{\mathrm{T}} P_N x_{N+1}} \right) P_N. \end{cases}$$

Здесь y_{N+1} – вектор-строка размером n; $\hat{\theta}_N$, $\hat{\theta}_{N+1}$ – матрицы размером $n \times n$; x_{N+1} – вектор-столбец размером n; K_{N+1} – вектор-столбец коэффициентов усиления размером n; P_N, P_{N+1} – ковариационная матрица размером $n \times n$, вычисленная по результатам N и $N+1$ измерений; I – единичная матрица размером $n \times n$.

2. ПРИМЕР

Рассматривается двухканальный объект

$$\begin{pmatrix} y_{k+1}^1 \\ y_{k+1}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_{11} & \theta_{12} \\ \theta_{21} & \theta_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_k^1 \\ x_k^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_{k+1}^1 \\ v_{k+1}^2 \end{pmatrix},$$

где x – входной сигнал, y – выходной сигнал, $\theta = [\theta_{ij}]$ – матрица оцениваемых параметров объекта, v – гауссов шум с нулевым математическим ожиданием. Все вычисления осуществляются по мере поступления результатов измерений входных и выходных сигналов. Моделирование выполнено при базовых значениях параметров: $\theta_{11} = 1$, $\theta_{12} = 2$, $\theta_{21} = 0$, $\theta_{22} = 1$. Для случая $N = 100$ измерений имеем следующие результаты оценок неизвестных параметров (рис. 2): $\theta_{11} = 0.9505$, $\theta_{12} = 1.935$, $\theta_{21} = 0.02$, $\theta_{22} = 1.034$. При увеличении числа измерений до $N = 200$ были получены следующие значения оцениваемых параметров: $\theta_{11} = 0.9791$, $\theta_{12} = 1.962$, $\theta_{21} = 0.01646$, $\theta_{22} = 1.025$.

Результаты эксперимента представлены для случая, когда присутствуют шумы измерений с нулевым средним и дисперсией $\sigma^2 = 0.01$. Для коэффициентов усиления получены следующие значения (рис. 3): $K_1 = -0.01028$, $K_2 = -0.01047$ (для $N = 100$).

Для начального значения оценки дисперсии ошибки оценивания выбрано значение $P_0 = [0.5,\ 0.4;\ 0.5,\ 1]$. На рис. 4 приведены результаты поведения элементов матрицы P.

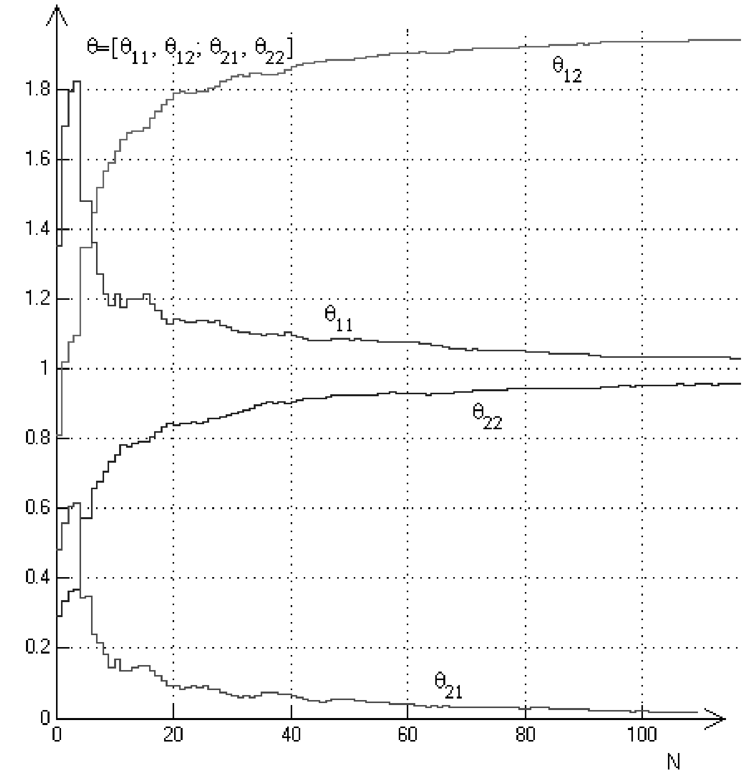


Рис. 2. Оценка вектора параметров $\theta = [\theta_{11}, \theta_{12};\ \theta_{21}, \theta_{22}]$

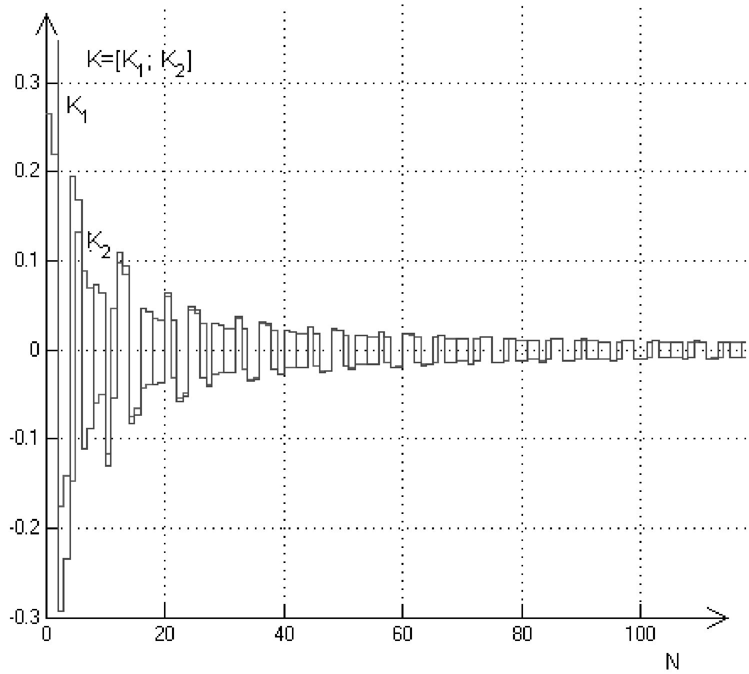


Рис. 3. Коэффициенты усиления $K = [K_1; K_2]$

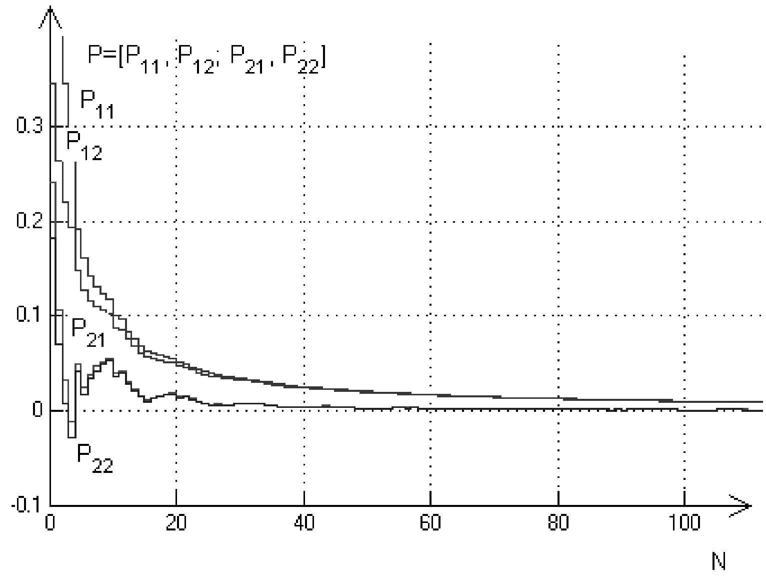


Рис. 4. Матрица $P=[P_{11},P_{12};P_{21},P_{22}]$

В этой работе выбраны входные сигналы типа меандра с периодами $T=6$ (для первого входного сигнала), $T=4$ (для второго входного сигнала) и амплитудой, равной единице (рис. 5).

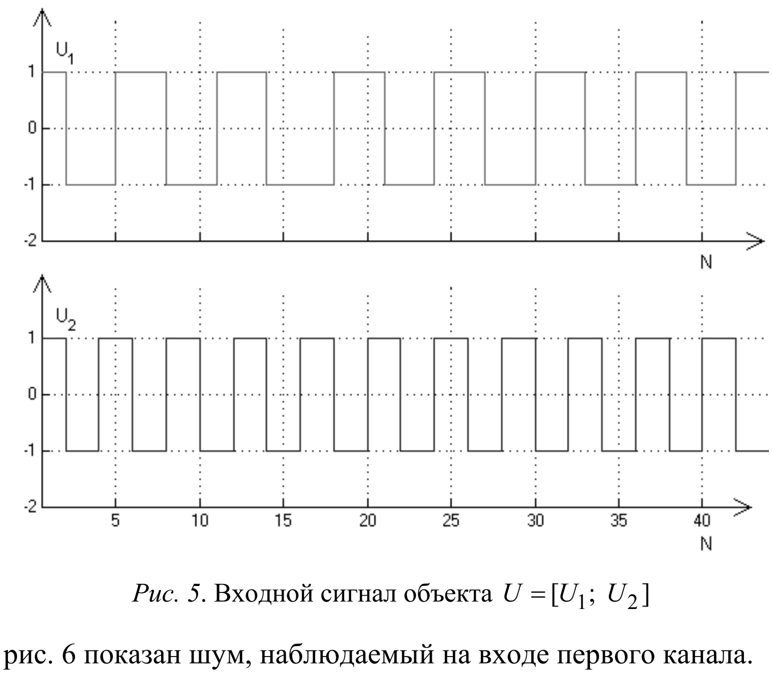


Рис. 5. Входной сигнал объекта $U=[U_1;\ U_2]$

На рис. 6 показан шум, наблюдаемый на входе первого канала.

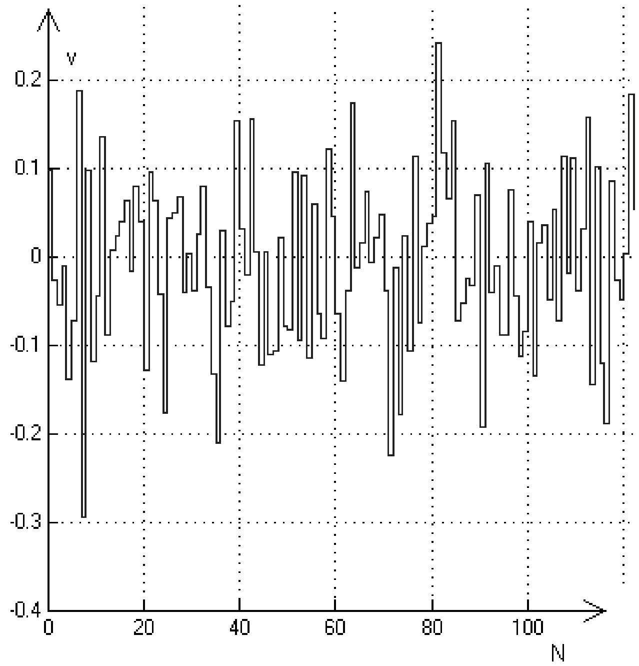


Рис. 6. Шум на входе первого канала v^1

Результаты эксперимента приводились как для $N=100$ измерений, так и для $N=200$. Во всех случаях оценки параметров достаточно быстро сходятся к базовым значениям, примерно за 60–80 шагов.

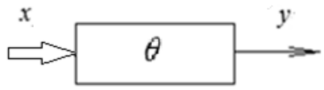
ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе представлены результаты оценивания параметров двухканального объекта, полученные на основе рекуррентной процедуры метода наименьших квадратов. Отметим, что использование рекуррентных процедур оценивания параметров в инженерной практике является важной задачей, поскольку алгоритмы идентификации должны отслеживать любые изменения свойств системы со временем.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

РЕКУРРЕНТНЫЙ МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ СТАТИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА С ВЕКТОРНЫМ ВХОДОМ И СКАЛЯРНЫМ ВЫХОДОМ

В работе [1] рассматривается случай оценивания параметров статического объекта с n входами и одним выходом с помощью рекуррентного метода наименьших квадратов. При выводе ряда уравнений были допущены некоторые опечатки и неточности, которые здесь устранены. Объект с n входами и одним выходом $y=x^{\mathrm{T}}\theta$, где x, θ – векторы-столбцы размерности n, изображен на рисунке.



Статический объект
идентификации

Результаты i-го измерения (x_i, y_i) связаны соотношением $y_i = x_i^{\mathrm{T}}\theta$, где y_i – значение скалярного выхода, $x_i^{\mathrm{T}} = \left(x_i^1,\ x_i^2, \ldots,\ x_i^n\right)$ – значение вектора входного сигнала, $\theta^{\mathrm{T}} = (\theta_1,\ \theta_2, \ldots,\ \theta_n)$ – вектор оцениваемых параметров. Здесь через x_i^j обозначена j-я компонента вектора x для i-го измерения. Для случая N измерений входного и выходного сигналов x_i и y_i, $i \in \overline{1, N}$, имеет место следующая формула квадратичного отклонения [2, 7–9, 13]:

$$s(\theta) = \sum_{i=1}^{N}\left(y_i - x_i^{\mathrm{T}}\theta\right)^2 .$$

Оценка параметров θ по N измерениям $\hat{\theta}_N$ вычисляется с помощью рекуррентного метода наименьших квадратов [2]:

$$\hat{\theta}_N = \left(X_N^{\mathrm{T}} X_N\right)^{-1} X_N^{\mathrm{T}} Y_N , \tag{П.1}$$

где

$$X_N = (x_1,\ x_2, \ldots,\ x_N)^{\mathrm{T}},\quad Y_N = (y_1,\ y_2, \ldots,\ y_N)^{\mathrm{T}}. \tag{П.2}$$

Здесь X_N – матрица размером $N \times n$ и Y_N – вектор размером $N \times 1$. Используем общепринятые обозначения ковариационной матрицы размером $n \times n$:

$$P_N = \left(X_N^{\mathrm{T}} X_N\right)^{-1}. \tag{П.3}$$

Для $N+1$ измерений формула (П.3) может быть записана в рекуррентном виде:

$$P_{N+1} = \left[\begin{bmatrix} X_N \\ x_{N+1}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} X_N \\ x_{N+1}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}\right]^{-1}, \tag{П.4}$$

или

$$P_{N+1} = \left(X_N^{\mathrm{T}} X_N + x_{N+1} x_{N+1}^{\mathrm{T}}\right)^{-1}. \tag{П.5}$$

Как известно, итерационный алгоритм вычисления параметров приводится к виду

$$\hat{\theta}_{N+1} = \hat{\theta}_N + K_{N+1}\left(y_{N+1} - x_{N+1}^{\mathrm{T}}\hat{\theta}_N\right), \qquad (\text{П}.6)$$

$$K_{N+1} = P_N x_{N+1} \Big/ \left(1 + x_{N+1}^{\mathrm{T}} P_N x_{N+1}\right), \qquad (\text{П}.7)$$

$$P_{N+1} = \left(I - P_N \frac{x_{N+1}x_{N+1}^{\mathrm{T}}}{1 + x_{N+1}^{\mathrm{T}} P_N x_{N+1}}\right) P_N, \qquad (\text{П}.8)$$

где K_{N+1} – вектор коэффициентов усиления размером n, P_{N+1} – ковариационная матрица размером $n \times n$, вычисленные по результатам $N+1$ измерений. Для обоснования формул (П.6) и (П.7) используют следующие утверждения.

Лемма 1. Для матриц A, B, C размерами $n \times n$, $n \times m$ и $m \times n$ соответственно справедливо выражение

$$(A + BC)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(I + CA^{-1}B)^{-1}CA^{-1}.$$

Следствие 1. В случае, если B – столбец размерности n (обозначим через b) и C – строка размерности n (обозначим через c^{T}), лемма сводится к выражению

$$(A + bc^{\mathrm{T}})^{-1} = \left[I - A^{-1}\frac{bc^{\mathrm{T}}}{(1 + c^{\mathrm{T}}A^{-1}b)}\right]A^{-1}. \qquad (\text{П}.9)$$

Перейдем к выводу уравнений (П.6) – (П.8). Выражение (П.8) можно получить из выражения (П.5) после применения формулы (П.9). Для этого выполняются следующие замены: $A \to X_N^{\mathrm{T}}X_N$, $b \to x_{N+1}$, $c^{\mathrm{T}} \to x_{N+1}^{\mathrm{T}}$. Отметим, что в работе [1] *автор ссылается на лемму 1, хотя в данном случае применяется не сама лемма, а ее следствие 1* (выражение (П.9)). На основании уравнений (П.1) и (П.2) получим оценку параметров $\hat{\theta}_{N+1}$ по результатам $N+1$ измерения:

$$\hat{\theta}_{N+1} = P_{N+1}X_{N+1}^{\mathrm{T}}Y_{N+1}.$$

Выразим последнюю формулу через N и $N+1$ измерения:

$$\hat{\theta}_{N+1} = P_{N+1}\left(X_N^{\mathrm{T}}Y_N + x_{N+1}y_{N+1}\right).$$

Следующая формула получена после применения формулы (П.8):

$$\hat{\theta}_{N+1} = \left(I - P_N\frac{x_{N+1}x_{N+1}}{1 + x_{N+1}P_N x_{N+1}}\right)P_N\left(X_N^{\mathrm{T}}Y_N + x_{N+1}y_{N+1}\right).$$

Раскрываем скобки в последнем уравнении:

$$\hat{\theta}_{N+1} = P_N X_N^{\mathrm{T}} Y_N - P_N \frac{x_{N+1} x_{N+1}^{\mathrm{T}}}{1 + x_{N+1}^{\mathrm{T}} P_N x_{N+1}} P_N X_N^{\mathrm{T}} Y_N + P_N x_{N+1} y_{N+1} -$$

$$- P_N \frac{x_{N+1} x_{N+1}^{\mathrm{T}} P_N x_{N+1} y_{N+1}}{1 + x_{N+1}^{\mathrm{T}} P_N x_{N+1}}.$$

Отметим, что *у автора* [1] *в приведенном выражении во втором члене отсутствует знак транспонирования вектора* x_{N+1}. *В последующих преобразованиях в работе* [1] *также отсутствует знак транспонирования*. Проводим дальнейшие преобразования на основе уравнений (П.1) и (П.3):

$$\hat{\theta}_{N+1} = \hat{\theta}_N - P_N \frac{x_{N+1} x_{N+1}^{\mathrm{T}} \hat{\theta}_N}{1 + x_{N+1}^{\mathrm{T}} P_N x_{N+1}} + \frac{P_N x_{N+1} y_{N+1} \left(1 + x_{N+1}^{\mathrm{T}} P_N x_{N+1}\right)}{1 + x_{N+1}^{\mathrm{T}} P_N x_{N+1}} -$$

$$- \frac{P_N x_{N+1} x_{N+1}^{\mathrm{T}} P_N x_{N+1} y_{N+1}}{1 + x_{N+1}^{\mathrm{T}} P_N x_{N+1}} =$$

$$= \hat{\theta}_N - K_{N+1} x_{N+1}^{\mathrm{T}} \hat{\theta}_N + \frac{P_N x_{N+1} y_{N+1} + P_N x_{N+1} y_{N+1} x_{N+1}^{\mathrm{T}} P_N x_{N+1}}{1 + x_{N+1}^{\mathrm{T}} P_N x_{N+1}} -$$

$$- \frac{P_N x_{N+1} x_{N+1}^{\mathrm{T}} P_N x_{N+1} y_{N+1}}{1 + x_{N+1}^{\mathrm{T}} P_N x_{N+1}}.$$

Применяя выражение (П.7), получаем соотношение для оценки параметров (П.6):

$$\hat{\theta}_{N+1} = \hat{\theta}_N + K_{N+1} \left(y_{N+1} - x_{N+1}^{\mathrm{T}} \hat{\theta}_N \right).$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

РЕКУРРЕНТНЫЙ МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ СТАТИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА С ВЕКТОРНЫМ ВХОДОМ И ВЕКТОРНЫМ ВЫХОДОМ

Рассматривается объект с n входами и n выходами $y = x^{\mathrm{T}}\theta$, где x – вектор-столбец размерности n, y – вектор-строка размерности n, $\theta = [\theta_{ij}]$ – матрица размером $n \times n$. Здесь полагаем, что число входов равно числу выходов. Результаты i-го измерения (x_i, y_i) связаны соотношением $y_i = x_i^{\mathrm{T}}\theta$, где $x_i^{\mathrm{T}} = \left(x_i^1, \;\; x_i^2, \;\; \ldots, \;\; x_i^n\right)$ – значение вектора входного сигнала для i-го измерения. В данном случае квадратичное отклонение по результатам N измерений вычисляется по формуле [2, 8, 13]:

$$s(\theta) = \sum_{i=1}^{N} \left(y_i - x_i^{\mathrm{T}} \theta \right) \left(y_i - x_i^{\mathrm{T}} \theta \right)^{\mathrm{T}}.$$

Оценка параметров $\hat{\theta}_N$ по N измерениям на основе рекуррентного метода наименьших квадратов вычисляется также по формуле (П.1), где

$$X_N = (x_1,\ x_2, \ldots,\ x_N)^{\mathrm{T}}, \quad Y_N = \left(y_1^{\mathrm{T}},\ y_2^{\mathrm{T}}, \ldots,\ y_N^{\mathrm{T}} \right)^{\mathrm{T}}.$$

Здесь X_N, Y_N – матрицы размером $N \times n$; $X_N Y_N$ – матрица размером $n \times n$. Ковариационная матрица $P_N = \left(X_N^{\mathrm{T}} X_N \right)^{-1}$, как и в приложении 1, записывается в рекуррентном виде:

$$P_{N+1} = \left[\begin{bmatrix} X_N \\ x_{N+1}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} X_N \\ x_{N+1}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \right]^{-1} = \left(X_N^{\mathrm{T}} X_N + x_{N+1} x_{N+1}^{\mathrm{T}} \right)^{-1}.$$

В отличие от приложения 1, где рассматривается скалярный выход, в данном случае y_i – вектор, что приводит к незначительным изменениям в формулах (П.6) – (П.8):

$$\hat{\theta}_{N+1} = \hat{\theta}_N + K_{N+1} \left(y_{N+1} - x_{N+1}^{\mathrm{T}} \hat{\theta}_N \right),$$

$$K_{N+1} = P_N x_{N+1} \Big/ \left(1 + x_{N+1}^{\mathrm{T}} P_N x_{N+1} \right),$$

$$P_{N+1} = \left(I - P_N \frac{x_{N+1} x_{N+1}^{\mathrm{T}}}{1 + x_{N+1}^{\mathrm{T}} P_N x_{N+1}} \right) P_N,$$

т. е. изменились размеры матриц в (П.6): $\hat{\theta}_N$ – матрица размером $n \times n$, y_{N+1} – вектор-строка размером n.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Goodwin G.C., Payne R.L.* Dynamic system identification: experiment design and data analysis. – New York: Academic Press, 1977. – 291 p.

2. *Льюнг Л.* Идентификация систем: теория для пользователя / под ред. Я.З. Цыпкина. – М.: Наука, 1991. – 432 с.

3. *Эйкхофф П.* Основы идентификации систем управления: оценивание параметров и состояния. – М.: Мир, 1975. – 683 с.

4. *Огарков М.А.* Методы статистического оценивания параметров случайных процессов. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 208 с.

5. *Сейдж Э.П., Мелса Дж.Л.* Идентификация систем управления. – М.: Наука, 1974. – 248 с.

6. *Гроп Д.* Методы идентификации систем. – М.: Мир, 1979. – 302 с.

7. *Спиди К., Браун Р., Гудвин Дж.* Теория управления (идентификация и оптимальное управление). – М.: Мир, 1973. – 248 с.

8. *Линник Ю.В.* Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Физматгиз, 1962. – 349 с.

9. *Коновалов В.И.* Идентификация и диагностика систем: учебное пособие / Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во ТПУ, 2010. – 163 с.

10. *Штейнберг Ш.Е.* Идентификация в системах управления. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 80 с.

11. *Сейдж Э.П., Мелса Дж.* Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. – М.: Связь, 1976. – 495 с.

12. *Медич Дж.* Статистически оптимальные линейные оценки и управление. – М.: Энергия, 1973. – 440 с.

13. *Фомин В.Н.* Рекуррентное оценивание и адаптивная фильтрация. – М.: Наука, 1984. – 288 с.

14. *Воскобойников Ю.Е.* Критерий расходимости и алгоритм адаптации рекуррентного алгоритма оценивания вектора состояния // Научный вестник НГТУ. – 2015. – № 3 (60). – С. 7–22. – doi: 10.17212/1814-1196-2015-3-7-22.

15. *Иванов Д.В., Ширинов И.Р.* Идентификация линейных динамических систем дробного порядка многомерных по входу с ошибками в переменных [Электронный ресурс] // XII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2014, Москва, 16–19 июня 2014 года: труды. – М.: Ин-т проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2014. – С. 2658–2668. – URL: http://vspu2014.ipu.ru/proceedings/vspu2014.zip (дата обращения: 26.09.2017).

16. *Блюмин С.Л., Сараев П.В.* Комбинация норм невязок и методы параметрической идентификации моделей [Электронный ресурс] // XII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2014, Москва, 16–19 июня 2014 года: труды. – М.: Ин-т проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2014. – С. 2612–2618. – URL: http://vspu2014.ipu.ru/proceedings/vspu2014.zip (дата обращения: 26.09.2017).

17. *Mehra R.K.* Optimal input for linear system identification // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1974. – Vol. 19, N 3. – P. 192–200.

18. *Mehra R.K.* Optimal input signal for parameter estimation in dynamic system – survey and new results // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1974. – Vol. AC-19, N 6. – P. 753–768.

19. *Voevoda A.A., Troshina G.V.* The parameters vector estimation in the steady state for the linear dynamic systems // 11 International Forum on Strategic Technology (IFOST 2016): Proceedings, Novosibirsk, 1–3 June 2016. – Novosibirsk: NSTU, 2016. – Pt. 1. – P. 582–584.

20. *Воевода А.А., Трошина Г.В.* Оценивание параметров линейных статистических объектов с использованием рекуррентного метода наименьших квадратов в среде Simulink // Сборник научных трудов НГТУ. – 2016. – № 3 (85). – С. 33–48.

21. *Воевода А.А., Трошина Г.В.* Рекуррентный метод оценивания параметров в динамическом объекте // Научный вестник НГТУ. – 2016. – № 4 (65). – С. 7–18.

22. *Воевода А.А., Трошина Г.В.* О некоторых методах фильтрации в задаче идентификации // Сборник научных трудов НГТУ. – 2014. – № 2 (76). – С. 16–25.

23. *Трошина Г.В.* Вычислительные аспекты задачи восстановления вектора состояния для модели с неточно заданными параметрами // Сборник научных трудов НГТУ. – 2008. – № 3 (53). – С. 25–34.

24. *Воевода А.А., Трошина Г.В.* Об оценке вектора состояния и вектора параметров в задаче идентификации // Сборник научных трудов НГТУ. – 2014. – № 4 (78). – С. 53–68. – doi: 10.17212/2307-6879-2014-4-53-68.

25. *Трошина Г.В.* Моделирование динамических объектов в среде Simulink. Ч. 1 // Сборник научных трудов НГТУ. – 2015. – № 3 (81). – С. 55–68. – doi: 10.17212/2307-6879-2015-3-55-68.

26. *Воевода А.А., Трошина Г.В.* Реализация итерационного метода наименьших квадратов для оценивания параметров статических объектов в среде MATLAB // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. – 2017. – № 1. – С. 28–36. – doi: 10.24143/2072-9502-2017-1-28-36.

27. *Трошина Г.В.* Оценивание параметров динамической системы на основе уравнений рекуррентного метода наименьших квадратов // Сборник научных трудов НГТУ. – 2017. – № 1 (87). – С. 53–63. – doi: 10.17212/2307-6879-2017-1-53-63.

Воевода Александр Александрович, доктор технических наук, профессор кафедры автоматики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – управление многоканальными объектами. Имеет более 200 публикаций. E-mail: ucit@ucit.ru

Трошина Галина Васильевна, кандидат технических наук, доцент кафедры вычислительной техники Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – идентификация динамических объектов. Имеет более 60 публикаций. E-mail: troshina@dean.cs.nstu.ru

Estimation of multichannel static object parameters by the recurrent least-squares method[*]

A.A. VOEVODA[1], *G.V. TROSHINA*[2]

[1.] *Novosibirsk State Technical University, 20, K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, D.Sc. (Eng.), professor, the automation department. E-mail: ucit@ucit.ru*
[2.] *Novosibirsk State Technical University, 20, K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, PhD (Eng.), associate professor, the computer engineering department. E-mail: troshina@dean.cs.nstu.ru*

Various recurrent identification algorithms are used to create many adaptive systems. The recurrent least-squares algorithm means the calculation of estimates based on the cumulative observation results. In this work the recurrent least-squares algorithm for receiving parameter estimates of a multichannel object based on the input and output signals is realized in the Simulink environment. The procedure of recurrent parameter estimation is performed for the case when an object is under the Gaussian noise. Signals of the meander type with various periods are used as input signals. The recurrent estimation scheme is presented in the Simulink environment in the form of blocks which are at different levels. The blocks organized at the top level show the results of object parameter estimation and multichannel object modeling in the presence of noises and the given input signals. The modeling of the recurrent least-squares method is carried out in blocks at the lower levels. Input actions and output signals of the multichannel object received during modeling are shown on graphs. Object parameters are estimated and their plots are constructed. The behavior of the values of the gain actor elements are shown on graphs. A high gain factor value means that the algorithm responds to parameter changes quickly enough, but at the same time it also reacts to the noise which is present in the observed data. The use of recurrent estimation algorithms makes it possible to regulate the receiving of data and allows processing observation results until a required accuracy of the object model is obtained. Further it is supposed to extend this method to the parameter identification of dynamic objects and regulators.

Keywords: active identification; modeling; recursive least-squares method; input signal; parameters estimation; dynamic object; measurement noises; mathematical model; gain factor

DOI: 10.17212/1814-1196-2017-3-7-21

REFERENCES

1. Goodwin G.C., Payne R.L. *Dynamic system identification: experiment design and data analysis*. New York, Academic Press, 1977. 291 p.

2. Ljung L. *System identification: theory for the user*. New Jersey, Prentice Hall, 1987. 384 p. (Russ. ed.: L'yung L. *Identifikatsiya sistem. Teoriya dlya pol'zovatelya*. Translated from English. Moscow, Nauka Publ., 1991. 432 p.).

[*] *Received 30 May 2017.*

3. Eykhoff P. *System identification: parameter and state estimation*. London, John Wiley & Sons, 1974. 555 p. (Russ. ed.: Eikkhoff P. *Osnovy identifikatsii sistem upravleniya: otsenivanie parametrov i sostoyaniya*. Translated from English. Moscow, Mir Publ., 1975. 680 p.).

4. Ogarkov M.A. *Metody statisticheskogo otsenivaniya parametrov sluchainykh protsessov* [Satistical estimation methods of the noise processes parameters]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1990. 208 p.

5. Sage A.P., Melsa J.L. *System identification*. Academic Press, New York, London, 1971 (Russ. ed.: Seidzh E.P., Melsa Dzh.L. *Identifikatsiya sistem upravleniya.* Translated from English. Moscow, Nauka Publ., 1974. 248 p.).

6. Graupe D. *Identification of systems*. Huntington, New York, Robert E. Krieger Publ., 1976. 287 p. (Russ. ed.: Grop D. *Metody identifikatsii sistem*. Translated from English. Moscow, Mir Publ., 1979. 302 p.).

7. Speedy C.B., Brown R.F., Goodwin G.C. *Control theory: identification and optimal control*. Edinburgh, Oliver & Boyd, 1970 (Russ. ed.: Spidi K., Braun R., Gudvin Dzh. *Teoriya upravleniya (identifikatsiya i optimal'noe upravlenie)*. Moscow, Mir Publ., 1973. 248 p.).

8. Linnik Yu.V. *Metod naimen'shikh kvadratov i osnovy matematiko-statisticheskoi teorii obrabotki nablyudenii* [Least-squares method and the observations processing theory basis]. 2nd ed. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1962. 349 p.

9. Konovalov V.I. *Identifikatsiya i diagnostika sistem: uchebnoe posobie* [Identification and the systems diagnostics]. Tomsk Polytechnic University. Tomsk, TPU Publ., 2010. 163 p.

10. Shteinberg Sh.E. *Identifikatsiya v sistemakh upravleniya* [Identification in control systems]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1987. 80 p.

11. Sage A.P., Melsa J.L. *Estimation theory with application to communication and control*. New York, McGraw-Hill, 1972. 540 p. (Russ. ed.: Seidzh E.P., Melsa Dzh. *Teoriya otsenivaniya i ee primenenie v svyazi i upravlenii*. Translated from English. Moscow, Svyaz' Publ., 1976. 495 p.).

12. Meditch J.S. *Stochastic optimal linear estimation and control*. New York, McGraw-Hill, 1969. 384 p. (Russ. ed.: Medich Dzh. *Statisticheski optimal'nye lineinye otsenki i upravlenie*. Translated from English. Moscow, Energiya Publ., 1973. 440 p.).

13. Fomin V.N. *Rekurrentnoe otsenivanie i adaptivnaya fil'tratsiya* [Recurrent estimation and adaptive filtration]. Moscow, Nauka Publ., 1984. 288 p.

14. Voskoboinikov Yu.E. Kriterii raskhodimosti i algoritm adaptatsii rekurrentnogo algoritma otsenivaniya vektora sostoyaniya [The divergence criterion and the adaptation algorithm of the recurrent algorithm of the state vector estimation]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2015, no. 3 (60), pp. 7–22. doi: 10.17212/1814-1196-2015-3-7-22.

15. Ivanov D.V., Shirinov I.R. [Identification of a fractional order linear dynamic systems and multidimensional on an entrance with mistakes in variables] *XII Vserossiiskoe soveshchanie po problemam upravleniya VSPU-2014*: trudy [Proceedings of the XII All-Russian meeting on problems of management VSPU-2014], Moscow, 16–19 June 2014, pp. 2658–2668. (In Russian). Available at: http://vspu2014.ipu.ru/proceedings/vspu2014.zip (accessed 26.09.2017).

16. Blyumin S.L., Saraev P.V. [Combinations of discrepancy norms and models parametrical identification methods]. *XII Vserossiiskoe soveshchanie po problemam upravleniya VSPU-2014*: trudy [Proceedings of the XII All-Russian meeting on problems of management VSPU-2014], Moscow, 16–19 June 2014, pp. 2612–2618. (In Russian). Available at: http://vspu2014.ipu.ru/proceedings/vspu2014.zip (accessed 28.10.2014).

17. Mehra R.K. Optimal input for linear system identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, vol. 19, no. 3, pp. 192–200.

18. Mehra R.K. Optimal input signal for parameter estimation in dynamic system – survey and new results. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, vol. AC-19, no. 6, pp. 753–768.

19. Voevoda A.A., Troshina G.V. The parameters vector estimation in the steady state for the linear dynamic systems. *11 International Forum on Strategic Technology (IFOST 2016)*: proceedings, Novosibirsk, 1–3 June 2016. Novosibirsk, NSTU Publ., 2016, pt. 1, pp. 582–584.

20. Voevoda A.A., Troshina G.V. Otsenivanie parametrov lineinykh statisticheskikh ob"ektov s ispol'zovaniem rekurrentnogo metoda naimen'shikh kvadratov v srede Simulink [The parameters es-

timation of the linear static objects with use of the recursive least-squares method in the Simulink environment]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 3 (85), pp. 33–48.

21. Voevoda A.A., Troshina G.V. Rekurentnyi metod otsenivaniya parametrov v dinamicheskom ob"ekte [A recurrent method for parameter estimation in the dynamic object]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 4 (65), pp. 7–18.

22. Voevoda A.A., Troshina G.V. O nekotorykh metodakh fil'tratsii v zadache identifikatsii [About some filtration methods in the identification problem]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2014, no. 2 (76), pp. 16–25.

23. Troshina G.V. Vychislitel'nye aspekty zadachi vosstanovleniya vektora sostoyaniya dlya modeli s netochno zadannymi parametrami [Computing aspects of problem of the state vector recovering for models with inexact given parameters]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2008, no. 3 (53), pp. 25–34.

24. Voevoda A.A., Troshina G.V. Ob otsenke vektora sostoyaniya i vektora parametrov v zadache identifikatsii [About parameters vector estimation and state vector estimation in identification problem]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2014, no. 4 (78), pp. 53–68. doi: 10.17212/2307-6879-2014-4-53-68.

25. Troshina G.V. Modelirovanie dinamicheskikh ob"ektov v srede Simulink. Ch. 1 [The dynamic objects modelling in Simulink environment. Pt. 1]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2015, no. 3 (81), pp. 55–68. doi: 10.17212/2307-6879-2015-3-55-68.

26. Voevoda A.A., Troshina G.V. Realizatsiya iteratsionnogo metoda naimen'shikh kvadratov dlya otsenivaniya parametrov staticheskikh ob"ektov v srede MATLAB [The iterative least squares method for the parameters estimation of static objects in Matlab]. *Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Management, Computer Science and Informatics*, 2017, no. 1, pp. 28–36. doi: 10.24143/2072-9502-2017-1-28-36.

27. Troshina G.V. Otsenivanie parametrov dinamicheskoi sistemy na osnove uravnenii rekurrentnogo metoda naimen'shikh kvadratov [Dynamic system parameters estimation on the basis of the recurrent least-squares method]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2017, no. 1 (87), pp. 53–63. doi: 10.17212/2307-6879-2017-1-53-63.