

УДК 538.975

Расчет потенциала и плотности экранирующего заряда в равновесном симметричном двумерном pn -переходе*

Ю.Г. ПЕЙСАХОВИЧ, А.А. ШТЫГАШЕВ, Л.А. БОРЫНЯК, Н.Ю. ПЕТРОВ

Задача о распределении потенциала и плотности поверхностного заряда в тонком слое, содержащем квазидвумерный pn -переход, сведена к решению интегрального уравнения. Реализовано численное решение такого уравнения для симметричного двумерного pn -перехода в условиях равновесия и сильного вырождения. Введены и использованы граничные условия на линиях пересечения уровня Ферми и порогов подзон размерного квантования. Проанализирована зависимость ширины области обеднения и длины экранирования от эффективной массы и концентрации примеси, обнаружено, что с увеличением этих параметров результаты строгого расчета отличаются от результатов, предсказываемых приближенными аналитическими методами.

Ключевые слова: двумерный электронный газ, двумерный дырочный газ, симметричный двумерный pn -переход.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование процессов в квазидвумерном pn -переходе актуально в связи с разработкой новых планарных устройств нанoeлектроники. В патенте [1] было обосновано предложение изготовить светодиод на основе квазидвумерных pn -переходов в пленках высоколегированного кремния. Как известно, в объемном кремнии дно зоны проводимости и потолок валентной зоны находятся в разных точках зоны Бриллюэна, поэтому припороговые излучательно-поглощательные переходы электронов не могут быть вертикальными, они происходят с участием фононов и сравнительно маловероятны [2]. Однако, как показали расчеты Ossichini [3], в трехслойных структурах $\text{CaF}_2/\text{Si}/\text{CaF}_2$ с наноразмерной толщиной кремния его зонная структура существенным образом перестраивается: зоны проводимости и валентная значительно сужаются, возникают подзоны размерного квантования, квазидвумерные эффективные массы электронов и дырок изменяются, запрещенная зона, напротив, становится шире, порог поглощения света смещается к более высокой частоте (голубой сдвиг) и пороговые оптические переходы электронов приобретают высоковероятный вертикальный характер. Это открывает возможность использования прямых рекомбинационно-излучательных процессов на pn -переходе в кремнии. При численно-аналитическом моделировании таких процессов требуется знать пространственное распределение неравновесных концентраций свободных носителей при разных напряжениях смещения и токах через контакт, для чего должны быть разработаны надежные рациональные алгоритмы расчета координатной зависимости взаимно связанных электрического потенциала и плотности зарядов вблизи двумерного pn -перехода.

Теоретическое описание двумерного pn -перехода значительно сложнее описания трехмерного pn -перехода, при оценке основных характеристик которого обычно применяют модель, напоминающую плоский конденсатор, когда можно пренебречь краевыми эффектами и для расчета потенциала решить одномерное уравнение Пуассона [2]. Двумерный pn -переход представляет собой линию, разграничивающую плоские области с разным типом легирования, вблизи которой, как вблизи острого проводящего лезвия, возникает сингулярность электрического поля, существенная часть силовых линий поля выходит за пределы плоскости, это поле даже приближенно нельзя описать одномерным уравнением Пуассона. Контактное электрическое поле возникает обычным образом из-за встречной диффузии электронов и дырок, однако специфичными для квазидвумерного контакта являются настолько сильный изгиб зон и уров-

* Статья получена 13 декабря 2012 г.

ней размерного квантования, что высота запорного потенциального барьера становится больше ширины запрещенной зоны (рис. 1), электроны и дырки при не слишком высокой температуре образуют сильно вырожденный ферми-газ, а по обе стороны технологического контакта возникают области почти полного обеднения свободными носителями [4]. Заряды таких областей равны зарядам ионов легирующих примесей (положительные – со стороны n -контакта и отрицательные – со стороны p -контакта). Вне этих областей происходит экранировка свободными носителями с особенностями, присущими двумерной природе рассматриваемой системы – хотя характерная длина экранировки в сильно вырожденном ферми-газе порядка боровского радиуса, т. е. мала, экранированный потенциал и плотность экранирующего заряда убывают с расстоянием от контакта не по экспоненциальному закону, а более медленно, на асимптоте далеко от областей обеднения – обратно пропорционально расстоянию [5, 6].

Для расчета координатных зависимостей указанных величин в строго двумерном pn -переходе можно решать внешнюю задачу, т. е. двумерное уравнение Лапласа в перпендикулярной плоскости с характерными для проводника электростатическими граничными условиями на поверхности полупроводниковой пленки. Такая постановка задачи была сформулирована в работах Петросяна С.Г., Шика А.Я. [5] и группы Петросяна С.Г. [4]. Точное аналитическое решение этой задачи в элементарных или специальных функциях, скорее всего, невозможно, а численное решение двумерного уравнения Лапласа для поставленной задачи представляется весьма непростым и, насколько нам известно, не производилось. Для нахождения приближительного решения в работах [5, 6] предложено применить метод приближенного конформного отображения в условиях малости отношения Боровского радиуса a_B к длине области полного обеднения l . Такой подход применялся в работе группы Петросяна С.Г. [4], в которой изучался симметричный двумерный pn -переход, причем сначала в пренебрежении экранировкой методом конформного отображения было получено чисто электростатическое аналитическое выражение для потенциала ϕ поля в приближении полного обеднения приконтактного слоя, а затем выписана малая по $a_B/l \ll 1$ поправка, приближенно описывающая экранировку при учете статистики Ферми для носителей в низкотемпературном пределе, когда имеет место линейная связь между потенциалом и плотностью заряда носителей. Область применимости этих результатов весьма ограничена.

Другой метод расчета потенциала и плотности заряда пленки основан на составлении и решении одномерного интегрального уравнения в плоскости пленки [7]. Составление такого уравнения не представляет проблемы, позволяя в широких пределах варьировать профиль легирования пленки, учитывать разную степень вырожденности электронно-дырочного газа, асимметрию системы, наличие тока через переход и потенциала смещения. Численное решение этого уравнения может позволить быстрее и проще рассчитать интересующие нас характеристики двумерного pn -перехода. Существенно, что такой метод не требует предположений о малости параметров типа $a_B/l \ll 1$.

Разработке подходов к составлению алгоритмов числового решения подобных интегральных уравнений и посвящена настоящая статья, в которой произведен расчет распределения потенциала и плотности заряда для модели равновесного симметричного двумерного pn -перехода в приближении Томаса-Ферми, т. е. при линейном по полю законе распределения поверхностного заряда вне области полного обеднения. Уже в этом простейшем модельном случае наши результаты демонстрируют отличие от результатов, предсказываемых формулами работы [4].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим квазидвумерную полупроводниковую пленку, расположенную в плоскости $z = 0$, легированную в отрицательной полуплоскости $x < 0$ донорами, а в положительной полуплоскости $x > 0$ – акцепторами. Вблизи $x = 0$, после выравнивания химических потенциалов электронов F_n и дырок F_p , образуется область, обедненная поверхностными носителями

заряда, с контактной разностью потенциалов $V_K \equiv \varphi(-L) - \varphi(L)$, где L – половина длины пленки в x -направлении.

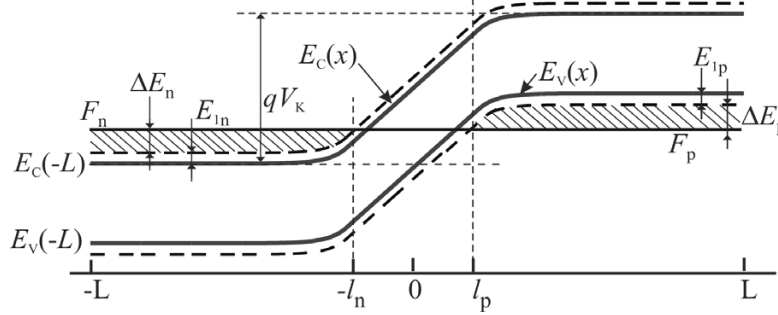


Рис. 1. Координатно-энергетическая диаграмма двумерного pn -перехода

В соответствии с принципом суперпозиции, в плоскости проводящей пленки S , задаваемой уравнением $z = 0$, потенциал электрического поля выражается интегралом

$$\varphi(\mathbf{r}) = (4\pi\epsilon_0\epsilon)^{-1} \int_S \sigma(\mathbf{r}') |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^{-1} dS' + \varphi_{\text{внеш}}(\mathbf{r}), \quad (1)$$

здесь $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}$, $dS' = dx' dy'$, ϵ – диэлектрическая проницаемость окружающей среды, $\varphi_{\text{внеш}}(\mathbf{r})$ – потенциал внешних источников, $\sigma(\mathbf{r}') = \sigma(x)$ – поверхностная плотность заряда, равная

$$\sigma(x) = q(p(x) - n(x) + N_{SD}\theta(-x) - N_{SA}\theta(x)),$$

где q – элементарный заряд, N_{SD} – поверхностная концентрация доноров при $x < 0$, N_{SA} – поверхностная концентрация акцепторов при $x > 0$, $\theta(x)$ – функция Хевисайда, $n(x)$, $p(x)$ – двумерные концентрации электронов и дырок [6]

$$n(x) = v_n kT \ln(1 + \exp((F_n - E_{1n} + q\varphi(x))/kT)),$$

$$p(x) = v_p kT \ln(1 + \exp((E_{1p} - F_p - q(\varphi(x) + V_K))/kT)),$$

где $m_{n,p}$ и $F_{n,p}$ – эффективные массы и уровни Ферми, а $v_n = m_n/\pi\hbar^2$ и $v_p = m_p/\pi\hbar^2$ – двумерные плотности состояний электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне; $E_{1n,1p} = \pi^2\hbar^2/2m_{n,p}d^2$ – первые уровни размерного квантования в полупроводниковой пленке толщины d для электронов и дырок.

При температуре значительно ниже температуры вырождения выражения для концентраций $n(x)$, $p(x)$ упрощаются

$$n(x) = v_n (F_n - E_{1n} + q\varphi(x))\theta(-x - l_n),$$

$$p(x) = v_p (E_{1p} - F_p - q(\varphi(x) + V_K))\theta(x - l_p),$$

В некоторой области $-l_n \leq x \leq l_p$ вокруг контакта происходит полное обеднение свободными носителями. Из рис. 1 видно, что на границах обедненного слоя выполняются условия

$$n(-l_n) = 0, \quad p(l_p) = 0, \quad (2)$$

что определяет значение потенциала на таких границах

$$\begin{cases} q\varphi(-l_n) = E_{1n} - F_n = -\Delta E_n, \\ q\varphi(l_p) = F_p - E_{1p} + qV_K = -\Delta E_p + qV_K. \end{cases} \quad (3)$$

Соотношения (2) и (3) при решении интегрального уравнения (1) выполняют роль граничных условий для плотности заряда и потенциала, они должны согласоваться с условием непрерывности потенциала. Кроме того, $N_{SD} = v_n \Delta E_n$, $N_{SA} = v_p \Delta E_p$, где $\Delta E_n = F_n - E_{1n}$, $\Delta E_p = E_{1p} - F_p$, тогда

$$\begin{aligned} qV_K &= E_g + |E_{1n}| + |E_{1p}| + \Delta E_n + \Delta E_p = \\ &= E_g + v_n^{-1} (0.5d^{-2}\pi + N_{SD}) + v_p^{-1} (0.5d^{-2}\pi + N_{SA}). \end{aligned} \quad (4)$$

Далее для упрощения модельного расчета будем считать двумерный pn -переход полностью симметричным, т. е. $N_{SD} = N_{SA} \equiv N_S$, $m_p = m_n \equiv m^*$, $l_n = l_p \equiv l$, $v_n = v_p = v \equiv m^*/\pi\hbar^2$, $qV_K = E_g + v^{-1}(\pi d^{-2} + 2N_S)$. Потенциал будем отсчитывать от линии $x = 0$, заменяя $\varphi(x) \rightarrow \varphi(x) + V_k/2$. Тогда $V_k/2 \geq \varphi(x) \geq -V_k/2$, $\sigma(x) = -q^2 v(\varphi(x) \pm 0.5V_k)$ (знак «-» при $x < -l$, знак «+» при $x > l$), $\sigma(x) = \pm qN_S$ (знак «+» при $-l < x \leq 0$, знак «-» при $0 < x \leq l$).

Считая, что внешние источники поля отсутствуют $\varphi_{\text{внеш}}(\mathbf{r}) = 0$, после интегрирования по y -координате из (1) получаем интегральное уравнение на потенциал

$$\varphi(x) = -(2\pi\epsilon_0\epsilon)^{-1} \int_{-L}^L dx' \sigma(x') \ln|x - x'|. \quad (5)$$

Его следует решить с граничными условиями: $\varphi(-L) = V_K/2$, $\varphi(L) = -V_K/2$ и (3). Переходя в интеграле (5) к безразмерным переменным $x \rightarrow x/a_B$, $l \rightarrow l/a_B$, $\sigma \rightarrow 2\sigma/vq^2V_k$ и $\varphi \rightarrow 2\varphi/V_K$, где $a_B = 4\pi\epsilon_0\epsilon\hbar^2/q^2m^*$ – эффективный боровский радиус, получаем

$$\varphi(x) = -A_1 \int_{-L}^L ds \sigma(s) \ln|x - s|, \quad (6)$$

где функция $\sigma(x)$ дается выражениями $\sigma(x) = \pm 1 - \varphi(x)$ (знак «+» при $x < -l$, знак «-» при $x > l$), $\sigma(x) = \pm A_2$ (знак «+» при $-l < x \leq 0$, знак «-» при $0 < x \leq l$), $A_1 = 2/\pi$, $A_2 = 2N_S/vqV_K$, при этом условия (3) принимают вид $\varphi(-l) = -1 - A_2$, $\varphi(l) = +1 - A_2$.

Подставляя $\sigma(x)$ в (6), имеем интегральное уравнение

$$\varphi(x) - A_1 \int_{-L}^L ds \varphi(s) \ln|x - s| - A_1 \int_{-L}^L ds \varphi(s) \ln|x - s| = A(x), \quad (7)$$

где $A(x) = -A_1 J_0(x, -L, -l) - A_3 J_0(x, -l, 0) + A_3 J_0(x, 0, l) + A_1 J_0(x, l, L)$, $A_3 = A_1 A_2$ и

$$J_0(x, a, b) = \int_a^b dx' \ln|x - x'|.$$

Используя линейную интерполяцию на сегменте $[x_{j-1}, x_j]$ равномерной сетки с шагом $\Delta x = x_j - x_{j-1}$

$$\varphi(x) = \Delta x^{-1} (\varphi(x_j)(x - x_{j-1}) + \varphi(x_{j-1})(x_j - x))$$

и применяя квадратурный метод трапеций [8], интегральное уравнение (7) представим в виде

$$\varphi_i - A_1 \Delta x^{-1} \sum_{j=0}^{N_1} v_{i,j} \varphi_j - A_1 \Delta x^{-1} \sum_{j=M_1}^{N+1} w_{i,j} \varphi_j = B_i,$$

где $\varphi_j = \varphi(x_j)$, $w_{i,M_1} = J_1(x_i, x_{M_1}, x_{M_1+1})$, $w_{i,j} = J_2(x_i, x_{j-1}, x_j) + J_1(x_i, x_j, x_{j+1})$,
 $w_{i,N+1} = J_2(x_i, x_N, x_{N+1})$, $v_{i,0} = J_1(x_i, x_1, x_2)$, $v_{i,j} = J_2(x_i, x_{j-1}, x_j) + J_1(x_i, x_j, x_{j+1})$,
 $v_{i,N_1} = J_2(x_i, x_{N_1-1}, x_{N_1})$, $B_i = A(x_i) + A_1(J_1(x_i, x_0, x_1) - J_2(x_i, x_N, x_{N+1}))/\Delta x$,

$$J_1(x, a, b) = \int_a^b dx' (b - x') \ln |x - x'|, \quad J_2(x, a, b) = \int_a^b dx' (x' - a) \ln |x - x'|.$$

В результате получим систему линейных алгебраических уравнений относительно вектор-столбца $\{\varphi_j\}$, $j = 1, 2, \dots, N$:

$$\sum_{j=1}^N D_{ij} \varphi_j = B_i, \quad (8)$$

	1	N_1	M_1	N
1	1	4	7	
N_1	2	5	8	
M_1	3	6	9	
N				

причем граничные условия на краях пластины $\pm L$ дают $\varphi_0 = 1$, $\varphi_{N+1} = -1$, а условия (3) – $\varphi_{N_1} = -1 - A_2$, $\varphi_{M_1} = 1 - A_2$. Матрица $D = \{D_{ij}\}$ имеет блочную структуру, показанную на рис. 2, где 4, 6 – нулевые блоки размером $N_1 \times N_2$, $N_2 = M_1 - N_1$, 5 – единичная матрица I_{N_2} размером $N_2 \times N_2$, в блоках 1, 2, 3 элементы матрицы равны $D_{ij} = \delta_{ij} - A_1 v_{ij} \Delta x^{-1}$, в блоках 7, 8, 9 элементы матрицы равны $D_{ij} = \delta_{ij} - A_1 w_{ij} \Delta x^{-1}$.

Рис. 2. Структура матрицы D

Решая численно систему уравнений (8) с указанными физическими граничными условиями, определяем значения функции $\varphi(x)$, $E(x)$, $\sigma(x)$.

При используемых в расчетах параметрах число обусловленности $\text{cond}_2 D$ матрицы D велико ($\text{cond}_2 D \sim 10^2 - 10^4$), поэтому матрица D является плохо обусловленной, и для решения системы линейных уравнений необходимо использовать не широко применяемые методы решения типа метода Гаусса и т. п., а более специализированные методы. В нашей работе применяется метод сингулярного разложения матрицы D [9].

Как известно [10], погрешности вычислений плохо обусловленных матриц, в основном, связаны с погрешностями округлений при замене вещественных чисел их машинными аналогами с конечным числом разрядов. Поэтому одним из способов добиться приемлемой точности решения является увеличение разрядной сетки машинного числа. Численный расчет системы (8) проводился с достаточно большим числом разрядов и контролировался по невязке $\|D\varphi - B\|$, величина которой пренебрежимо мала по сравнению с погрешностью метода расчета.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА

При расчете были заданы следующие значения модельных параметров симметричного двумерного pn -перехода: $d = 5$ нм, $N_S = 5.0 \times 10^{15} \text{ м}^{-2}$, $m^* = 0.1 m_0$, m_0 – масса свободного электрона, $E_g = 1.12$ эВ, $\varepsilon = 11.8$. Им соответствуют значения расчетных параметров: $E_{1n} = E_{1p} = 0.151$ эВ, $V_k = 1.45$ В, $l = 28.9 a_B = 1.81 \times 10^{-7}$ м, $a_B = 6.26 \times 10^{-9}$ м, $A_2 = 0.0166$. При этом результаты решения интегрального уравнения (6) в виде кривых представлены на рис. 3, а.

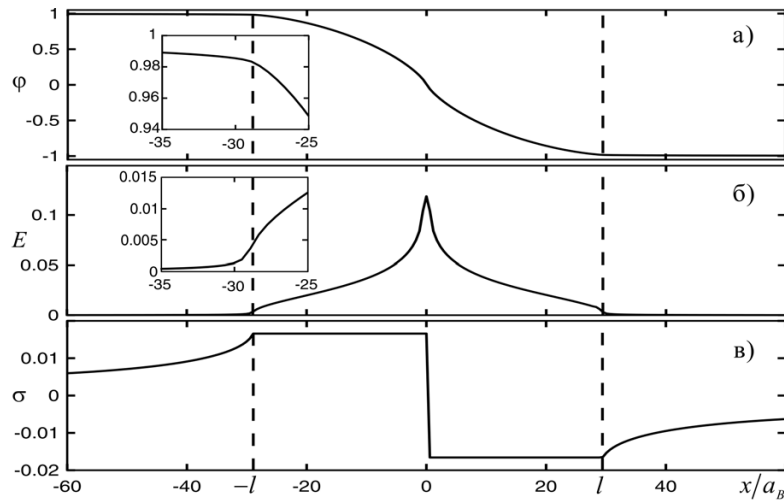


Рис. 3. Распределение безразмерных:

а – потенциала (на врезке в увеличенном масштабе показан ход потенциала вблизи $x = -l$); б – напряженности поля (на врезке в увеличенном масштабе показан ход напряженности поля вблизи $x = -l$); в – плотности поверхностного заряда внутри пленки с pn -переходом при $x = 0$

Кроме того, были проведены аналогичные расчеты с большими значениями эффективной массы m^* и поверхностной концентрации N_S .

Из расчетов следует, что при увеличении эффективной массы уменьшается ширина области полного обеднения, значения которой равны: $l = 22a_B \approx 1.9 \times 10^{-7}$ м при $m^* = 0.07m_0$, $l = 29a_B = 1.8 \times 10^{-7}$ м при $m^* = 0.1m_0$, $l = 116a_B \approx 1.5 \times 10^{-7}$ м при $m^* = 0.5m_0$, $l = 221a_B \approx 1.4 \times 10^{-7}$ м при $m^* = 1.0m_0$ (кружки на рис. 4).

Такая зависимость, в общем, согласуется с оценками, которые дает приводимое в работах [4, 5] выражение

$$l = \epsilon_0 \epsilon V_K (qN_S)^{-1}, \quad (9)$$

после подстановки в него $qV_K = E_g + v^{-1}(\pi d^{-2} + 2N_S)$ из (4), что предсказывает закон убывания l с ростом m^* , эта зависимость представлена на рис. 4 сплошной линией. Однако наш расчет дает более быстрое убывание l с ростом m^* .

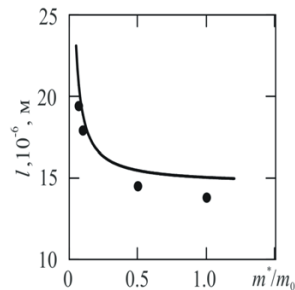
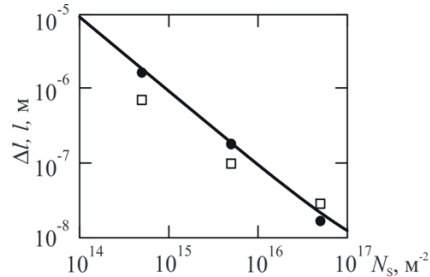


Рис. 4. Зависимость полуширины области полного обеднения от эффективной массы носителей

Рис. 5. Зависимость полуширины l области полного обеднения – кружки (сплошная линия – расчет по (9)), и длины экранировки Δl (квадратики) от поверхностной концентрации зарядов

На рис. 5 представлены результаты расчета полуширины l области полного обеднения при эффективной массе $m^* = 0.1m_0$, а также характерной длины экранировки Δl (на которой плотность экранированного заряда уменьшается вдвое, т. е. $\sigma(l + \Delta l) = 0.5\sigma(l)$). Обе эти величины убывают с ростом N_S . Видно, что при высокой степени легирования l убывает быстрее, чем предсказывает формула (9).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан и апробирован основанный на решении интегрального уравнения численный алгоритм расчета распределения потенциала и поверхностной плотности заряда в плоскости полупроводниковой пленки для модельного симметричного двумерного pn -перехода в равновесии. Область применимости разрабатываемого подхода значительно шире области применимости алгоритма расчета распределения поверхностных потенциала и плотности заряда, основанного на решении двумерного уравнения Лапласа методом приближенного конформного отображения [4, 5]. Найденные в численном расчете величины полуширины области обеднения и длины экранировки носителями заряда количественно согласуются с оценками по формулам работы [4] только при сравнительно небольших значениях эффективных масс и уровней легирования, с увеличением этих параметров наблюдается расхождение результатов.

Метод расчета потенциала и плотности заряда пленки, основанный на составлении и решении одномерного интегрального уравнения, может быть обобщен для задач с разными профилями легирования пленки, степенью вырожденности электронно-дырочного газа, асимметрией системы, наличием тока через переход и потенциала смещения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Пат. 2300855 РФ. Инжекционное светоизлучающее устройство. А.А. Величко, В.А. Илюшин, Ю.Г. Пейсахович, А.А. Штыгашев. Подано 07.07.2005. Опубликовано 10.06.2007, *Бюллетень изобретений*, 2007, № 16, Приоритет от 07.07.2005.
- [2] Бонч-Бруевич В.Л. Физика полупроводников / В.Л. Бонч-Бруевич, С.Г. Калашников. – М.: Наука, 1990. – 688 с.
- [3] Ossicini S. Gap opening in Si ultra-thin layers: Role of confined and interface states / S. Ossicini, A. Fasolino, F. Bernardini // *Phys. Rev. Lett.* – 1994. – Vol. 72. – P. 1044–1047.
- [4] Ачоян А.Ш. Двумерный p - n -переход в равновесии / А.Ш. Ачоян, А.Э. Есаян, Э.М. Казарян, С.Г. Петросян // *ФТП*. – 2002. – № 8. – Т. 36. – С. 969–973.
- [5] Петросян С.Г. Контактные явления в электронных системах пониженной размерности / С.Г. Петросян, А.Я. Шик // *ЖЭТФ*. – 1989. – № 6. – Т. 96. – С. 2229–2239.
- [6] Шик А.Я. Электродинамика двумерных электронных систем / А.Я. Шик // *ФТП*. – 1995. – № 8. – Т. 29. – С. 1345–1381.
- [7] Liu X. Electron depletion due to in-plane bias on split two-dimensional electron gas / X. Liu, Q. Niu // *Phys. Rev.* – 1992. – № 16. – Vol. 46. – P. 10215–10220.
- [8] Atkinson K.E. The numerical solution of integral equation of the second kind / K.E. Atkinson. – Cambridge: Cambridge University Press, 1997. – 571 p.
- [9] Мальшев А.Н. Введение в вычислительную линейную алгебру / А.Н. Мальшева. – Новосибирск, 1991. – 229 с.
- [10] Бабенко К.И. Основы численного анализа / К.И. Бабенко. – М.: Наука, 1987. – 743 с.

REFERENCES

- [1] Pat. 2300855 RF. Inzhektionnoe svetoizluchajushhee ustrojstvo. A.A. Velichko, V.A. Iljushin, Ju.G. Pejsahovich, A.A. Shtygashv. Podano 07.07.2005. Opublikovano 10.06.2007, Bjulleten' izobretenij, 2007, № 16, Prioritet ot 07.07.2005.
- [2] Bonch-Bruevich V.L., Kalashnikov S.G. Fizika poluprovodnikov. M.: Nauka, 1990. 688 s.
- [3] Ossicini S., Fasolino A., Bernardini F. Gap opening in Si ultra-thin layers: Role of confined and interface states. *Phys. Rev. Lett.* 1994. V.72. P.1044–1047.
- [4] Achojan A.Sh., Esajan A.Je., Kazarjan Je.M., Petrosjan S.G. Dvumernyj p-n-perehod v ravnoesii. *FTP*. 2002. T.36. № 8. S. 969–973.
- [5] Petrosjan S.G., Shik A.Ja. Kontaktnye javlenija v jelektronnyh sistemah ponizhennoj razmernosti. *ZhJeTF* 1989. T. 96. № 6. S. 2229–2239.

- [6] Shik A.Ja. *Elektrodinamika dvumernyh jelektronnyh sistem*. FTP. 1995. Т. 29. № 8. S.1345–1381.
- [7] Liu X., Niu Q. Electron depletion due to in-plane bias on split two-dimensional electron gas. *Phys. Rev.* 1992 V. 46 N. 16. P. 10215–10220.
- [8] Atkinson K.E. *The numerical solution of integral equation of the second kind*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997. 571 p.
- [9] Malyshev A.N. *Vvedenie v vychislitel'nuju linejnuju algebru*. Novosibirsk, 1991. 229 s.
- [10] Babenko K.I. *Osnovy chislennoho analiza*. M.: Nauka, 1987. 743 s.

Пейсахович Юрий Григорьевич, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры общей физики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – физика конденсированного состояния. Имеет более 60 публикаций, в том числе 1 монографию. E-mail: yugp@kof.ref.nstu.ru.

Штыгашев Александр Анатольевич, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры общей физики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – математическое моделирование физических процессов в квантово-размерных системах. Имеет более 40 публикаций, в том числе 1 монографию. E-mail: shtyg@kof.ref.nstu.ru.

Борыняк Леонид Александрович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой общей физики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – оптические методы измерения. Имеет более 60 публикаций, в том числе 1 монографию. E-mail: ofbor@kof.ref.nstu.ru.

Петров Никита Юрьевич, ассистент кафедры общей физики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – математическое моделирование физических процессов в квантово-размерных системах. Имеет 1 публикацию. E-mail: petr@kof.ref.nstu.ru.

Yu.G. Peisakhovich, A.A. Shtygashev, L.A. Borynyak, N.Yu. Petrov

Calculation of potential and screening charge density in the equilibrium symmetric two-dimensional pn-junction

The problem about the potential and charge distributions in a thin layer with quasi-two-dimensional *pn*-junction is converted to the solution of integral equation. We present the numerical solution of such equation for the equilibrium symmetric two-dimensional *pn*-junction at the strong degeneracy. The boundary conditions were introduced and used for points of crossing the edges of size quantization subbands by the Fermi-level. The size of depletion region and the length of screening were calculated at different effective masses of the carriers and at different dopant concentrations. The domain of applicability of our algorithm for the potential and surface charge density calculation is much wider than the domain of applicability of the algorithm which is based on the solution of the two-dimensional Laplace's equation by approximate conformal mapping at supposition that the ratio of effective Bohr radius to width of the space charge region is low. The method of integral equation has no use for such approximations. The values found in the numerical computation, agree quantitatively with the formulas of the approximate conformal mapping only for relatively small carriers' effective masses and the levels of doping, discrepancy between the results observed with the increase in these parameters.

Key words: two-dimensional electron gas, two-dimensional hole gas, symmetric two-dimensional *pn*-junction, nanoelectronics, degenerate Fermi gas, Poisson equation, numerical solution, semiconductor film.