

УДК 666.9.022.3

Определение центра масс шаровой загрузки первой камеры мельницы, оснащенной лопастными энергообменными устройствами*

А.А. РОМАНОВИЧ

В статье представлены аналитические исследования по определению координат центров масс мелющей загрузки для мельниц, оснащенных лопастными энергообменными устройствами ЛЭУ.

Ключевые слова: помольная линия, шаровая мельница, лопастные энергообменные устройства.

За рубежом широко развита технология получения цемента в помольном комплексе, состоящем из двух агрегатов: пресс-валкового измельчителя и шаровой мельницы (ПВИ-ШМ) [1–5].

Материал, предварительно измельченный в пресс-валковом агрегате выходит в виде спрессованных пластин, для дезагрегации которого используется первая камера мельницы с пониженным коэффициентом её загрузки мелющими телами. Однако шаро-материальная загрузка в камере мельницы движется неэффективно, что снижает её КПД.

Установка лопастного энергообменного устройства (ЛЭУ) в виде лопасти двухстороннего действия ЛДД в барабане шаровой мельницы позволяет интенсифицировать движение мелющей загрузки [3].

В барабане мельницы в зависимости от угла поворота периодически меняется уровень загрузки в первой камере, а в зоне активного влияния ЛЭУ – происходит «зачерпывание» части мелющих тел вместе с измельчаемым материалом, подъем на высоту, и придание им продольно-поперечного движения, отличающегося от создаваемого в мельницах с вертикальными межкамерными перегородками.

При работе мельниц, оснащенных ЛДД, центр масс мелющих шаров загрузки периодически меняет свое положение, в зависимости от угла поворота барабана мельницы.

Мощность привода определяется работой, совершаемой силой за единицу времени, а величина этой силы в мельнице, оснащенной ЛДД, зависит от положения ЛЭУ, в результате действия которого меняется положение центра масс мелющей загрузки.

Для вычисления положения центра масс мелющей загрузки в первой камере барабана мельницы, необходимо рассчитать их координаты центра масс загрузки в двух крайних положениях лопасти двухстороннего действия (ЛДД).

Для выполнения расчетов введем следующие обозначения (рис. 1): R – радиус барабана мельницы в свету; α – угол наклона ЛЭУ к горизонтальной оси; l_1 – расстояние от левого торца барабана мельницы (по оси барабана мельницы) до ЛДД; ϕ – коэффициент заполнения камеры мелющей загрузкой; h – уровень загрузки камеры мелющими телами.

Согласно системы координат $Oxyz$ (рис. 1) объем, занимаемый мелющей загрузкой, ограничен следующими поверхностями:

$$\text{– цилиндрической поверхностью барабана мельницы: } x^2 + z^2 = R^2; \quad (1.1)$$

$$\text{– плоскостью уровня загрузки: } z = -(R - h_1); \quad (1.2)$$

* Статья получена 10 февраля 2013 г.

$$- \text{плоскостью ЛДД: } (y - l_1) \operatorname{tg} \alpha - z = 0 ; \quad (1.3)$$

$$- \text{торцевым днищем барабана мельницы: } y = 0. \quad (1.4)$$

Объем V'_1 , занимаемый мелющей загрузкой в показанном на рис. 1 положении, в соответствии с формулами (1.1)–(1.4) определяется следующим образом:

$$V'_1 = \iiint_{(V'_1)} dx dy dz = \int_{-R}^{-(R-h_1)} dz \int_{-\sqrt{R^2-z^2}}^{\sqrt{R^2-z^2}} dx \int_0^{l_1+z \operatorname{ctg} \alpha} dy. \quad (1.5)$$

Вычисляя последовательно интегралы, найдем:

$$\begin{aligned} & \int_0^{l_1+z \operatorname{ctg} \alpha} dy = y \Big|_0^{l_1+z \operatorname{ctg} \alpha} = l_1 + z \operatorname{ctg} \alpha ; \\ & \int_{-\sqrt{R^2-z^2}}^{\sqrt{R^2-z^2}} (l_1 + z \operatorname{ctg} \alpha) dx = (l_1 + z \operatorname{ctg} \alpha) x \Big|_{-\sqrt{R^2-z^2}}^{\sqrt{R^2-z^2}} = \\ & = (l_1 + z \operatorname{ctg} \alpha) (\sqrt{R^2-z^2} - (-\sqrt{R^2-z^2})) = 2(l_1 + z \operatorname{ctg} \alpha) \sqrt{R^2-z^2}; \\ & \int_{-R}^{-(R-h_1)} 2(l_1 + z \operatorname{ctg} \alpha) \sqrt{R^2-z^2} dz = \\ & = 2l_1 \int_{-R}^{-(R-h_1)} \sqrt{R^2-z^2} dz + 2 \operatorname{ctg} \alpha \int_{-R}^{-(R-h_1)} z \sqrt{R^2-z^2} dz = \\ & = 2l_1 \left(\frac{z}{2} \sqrt{R^2-z^2} + \frac{R^2}{2} \arcsin \frac{z}{R} \right) \Big|_{-R}^{-(R-h_1)} + 2 \operatorname{ctg} \alpha \left(-\frac{\sqrt{(R^2-z^2)^3}}{3} \right) \Big|_{-R}^{-(R-h_1)} = \\ & = l_1 \left(-(R-h_1) \sqrt{R^2-(R-h_1)^2} + R^2 \arcsin \frac{-(R-h_1)}{R} - R^2 \arcsin \frac{-R}{R} \right) + \\ & \quad + 2 \operatorname{ctg} \alpha \left(-\frac{\sqrt{(R^2-(R-h_1)^2)^3}}{3} \right) = \\ & = l_1 \left(-(R-h_1) \sqrt{R^2-(R-h_1)^2} - R^2 \arcsin \frac{R-h_1}{R} + R^2 \frac{\pi}{2} \right) - \frac{2 \operatorname{ctg} \alpha}{3} \sqrt{(R^2-(R-h_1)^2)^3} = \\ & = l_1 \left(R^2 \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{R-h_1}{R} \right) - (R-h_1) \sqrt{R^2-(R-h_1)^2} \right) - \frac{2 \operatorname{ctg} \alpha}{3} \sqrt{(R^2-(R-h_1)^2)^3}. \end{aligned}$$

Используя безразмерные (нормированные) константы и переменные, определяемые равенствами:

$$\begin{aligned} \tilde{V}'_1 &= V'_1 / R^3, \\ \lambda_1 &= l_1 / R, \\ \chi_1 &= (R-h_1) / R. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Получим формулу для вычисления V'_1 :

$$\tilde{V}'_1 = \lambda_1 \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \chi_1 - \chi_1 \sqrt{1 - \chi_1^2} \right) - \frac{2 \operatorname{ctg} \alpha}{3} \sqrt{(1 - \chi_1^2)^3}. \quad (1.7)$$

С другой стороны, объем, занимаемый мелющей загрузкой, определяется через коэффициент заполнения φ по формуле

$$V'_1 = \varphi V_1, \quad (1.8)$$

где V_1 – объем первой камеры.

Поскольку

$$V_1 = \pi R^2 l_1, \quad (1.9)$$

или, в нормированном виде,

$$\tilde{V}_1 = \pi \lambda_1, \quad (1.10)$$

то равенство (1.8), с учетом (1.7), запишется в виде

$$\lambda_1 \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \chi_1 - \chi_1 \sqrt{1 - \chi_1^2} \right) - \frac{2 \operatorname{ctg} \alpha}{3} \sqrt{(1 - \chi_1^2)^3} = \pi \varphi \lambda_1 \quad (1.11)$$

$$\text{или} \quad \frac{\pi}{2} - \arcsin \chi_1 - \chi_1 \sqrt{1 - \chi_1^2} - \frac{2 \operatorname{ctg} \alpha}{3 \lambda_1} (1 - \chi_1^2)^{\frac{3}{2}} = \pi \varphi. \quad (1.12)$$

Полученное уравнение (1.12) служит для определения уровня загрузки h_1 (в нормированном виде – χ_1), которое нам потребуется для вычисления координаты центра масс мелющей загрузки по оси Oy .

Координата центра масс мелющей загрузки по оси Oy – y_c вычисляется по формуле

$$y_c = \frac{1}{V'_1} \iiint_{(V'_1)} y dx dy dz. \quad (1.13)$$

Последнюю формулу, для сокращения записи, запишем в виде

$$y_c V'_1 = \iiint_{(V'_1)} y dx dy dz = \int_{-R}^{-(R-h_1)} dz \int_{-\sqrt{R^2-z^2}}^{\sqrt{R^2-z^2}} dx \int_0^{l_1+z \operatorname{ctg} \alpha} y dy. \quad (1.14)$$

Как и ранее, вычисляя последовательно интегралы, получим:

$$\begin{aligned} \int_0^{l_1+z \operatorname{ctg} \alpha} y dy &= \frac{y^2}{2} \Big|_0^{l_1+z \operatorname{ctg} \alpha} = \frac{1}{2} (l_1 + z \operatorname{ctg} \alpha)^2; \\ \int_{-\sqrt{R^2-z^2}}^{\sqrt{R^2-z^2}} \frac{1}{2} (l_1 + z \operatorname{ctg} \alpha)^2 dx &= \frac{1}{2} (l_1 + z \operatorname{ctg} \alpha)^2 x \Big|_{-\sqrt{R^2-z^2}}^{\sqrt{R^2-z^2}} = \\ &= \frac{1}{2} (l_1 + z \operatorname{ctg} \alpha)^2 (\sqrt{R^2 - z^2} - (-\sqrt{R^2 - z^2})) = (l_1 + z \operatorname{ctg} \alpha)^2 \sqrt{R^2 - z^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \int_{-R}^{-(R-h_1)} (l_1 + z \operatorname{ctg} \alpha)^2 \sqrt{R^2 - z^2} dz = \\
 & = \int_{-R}^{-(R-h_1)} (l_1^2) \sqrt{R^2 - z^2} dz + 2l_1 \operatorname{ctg} \alpha \int_{-R}^{-(R-h_1)} z \sqrt{R^2 - z^2} dz + \operatorname{ctg}^2 \alpha \int_{-R}^{-(R-h_1)} z^2 \sqrt{R^2 - z^2} dz = \\
 & = l_1^2 \left(\frac{z}{2} \sqrt{R^2 - z^2} + \frac{R^2}{2} \arcsin \frac{z}{R} \right) \Big|_{-R}^{-(R-h_1)} + 2l_1 \operatorname{ctg} \alpha \left(-\frac{\sqrt{(R^2 - z^2)^3}}{3} \right) \Big|_{-R}^{-(R-h_1)} + \\
 & + \operatorname{ctg}^2 \alpha \left(\frac{z}{8} (2z^2 - R^2) \sqrt{R^2 - z^2} + \frac{R^4}{8} \arcsin \frac{z}{R} \right) \Big|_{-R}^{-(R-h_1)} = \\
 & = -\frac{l_1^2}{2} \left((R-h_1) \sqrt{R^2 - (R-h_1)^2} + R^2 \left(\arcsin \frac{R-h_1}{R} - \frac{\pi}{2} \right) \right) - \frac{2l_1 \operatorname{ctg} \alpha}{3} \sqrt{(R^2 - (R-h_1)^2)^3} + \\
 & + \operatorname{ctg}^2 \alpha \left(\frac{-(R-h_1)}{8} (2(R-h_1)^2 - R^2) \sqrt{R^2 - (R-h_1)^2} - \frac{R^4}{8} \left(\arcsin \frac{R-h_1}{R} - \frac{\pi}{2} \right) \right).
 \end{aligned}$$

В нормированном виде полученная формула запишется в виде

$$\begin{aligned}
 \tilde{y}_c \tilde{V}_1 = & -\frac{\lambda_1^2}{2} \left(\chi_1 \sqrt{1 - \chi_1^2} + \arcsin \chi_1 - \frac{\pi}{2} \right) - \frac{2\lambda_1 \operatorname{ctg} \alpha}{3} (1 - \chi_1^2)^{\frac{3}{2}} + \\
 & + \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha}{8} \left(\chi_1 (1 - 2\chi_1^2) \sqrt{1 - \chi_1^2} - \arcsin \chi_1 + \frac{\pi}{2} \right).
 \end{aligned} \tag{1.15}$$

Таким образом, по формуле (1.12) находится (численно), для заданных значений λ_1 (l_1), φ и α , величина параметра χ_1 , а затем, по формуле (1.15), вычисляется координата $\tilde{y}_c$ для положения перегородки, показанного на рис. 1.

Положение мелющей загрузки через пол-оборота барабана мельницы показано на рис. 2.

Объем, занимаемый мелющей загрузкой, ограничен, как и ранее, поверхностями, описываемыми уравнениями (1.1) и (1.4), а уравнения (1.2) и (1.3) в данном случае запишутся в виде

$$z = -(R - h_1'), \tag{1.16}$$

где h_1 – уровень загрузки, и

$$(y - l_1) \operatorname{tg} \alpha + z = 0. \tag{1.17}$$

Объем V_1'' , занимаемый мелющей загрузкой, определяется следующим образом:

$$V_1'' = \iiint_{(V_1'')} dx dy dz = \int_{-R}^{-(R-h_1')} dz \int_{-\sqrt{R^2 - z^2}}^{\sqrt{R^2 - z^2}} dx \int_0^{l_1 - z \operatorname{ctg} \alpha} dy. \tag{1.18}$$

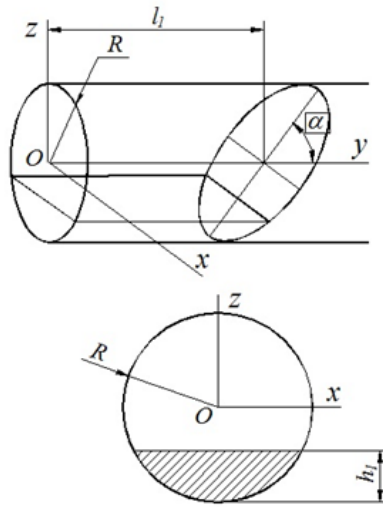


Рис. 1. Положение мелющей загрузки в первой камере мельницы

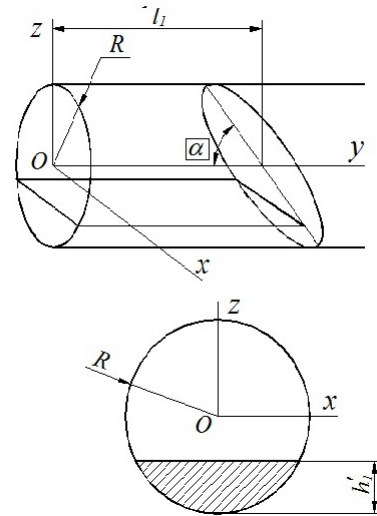


Рис. 2. Положение мелющей загрузки в первой камере через пол-оборота барабана

Вычисляя интеграл, по аналогии с вычислением интеграла (1.5), найдем

$$\int_{-R}^{-(R-h'_1)} dz \int_{-\sqrt{R^2-z^2}}^{\sqrt{R^2-z^2}} dx \int_0^{l_1-z\operatorname{ctg}\alpha} dy = \int_{-R}^{-(R-h'_1)} (l_1 - z\operatorname{ctg}\alpha) 2\sqrt{R^2 - z^2} dz =$$

$$= l_1 \left(R^2 \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{R-h'_1}{R} \right) - (R-h'_1) \sqrt{R^2 - (R-h'_1)^2} \right) + \frac{2\operatorname{ctg}\alpha}{3} \sqrt{(R^2 - (R-h'_1)^2)^3}.$$

Таким образом, формула (1.18) в нормированном виде, поскольку объем V_1'' , как и объем V_1' , удовлетворяет условию (1.8), запишется в виде

$$\lambda_1 \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \chi'_1 - \chi'_1 \sqrt{1 - \chi'^2_1} \right) + \frac{2\operatorname{ctg}\alpha}{3} \sqrt{(1 - \chi'^2_1)^3} = \pi \phi \lambda_1$$

или

$$\frac{\pi}{2} - \arcsin \chi'_1 - \chi'_1 \sqrt{1 - \chi'^2_1} + \frac{2\operatorname{ctg}\alpha}{3\lambda_1} (1 - \chi'^2_1)^{\frac{3}{2}} = \pi \phi, \quad (1.19)$$

где

$$\chi'_1 = (R - h'_1) / R. \quad (1.20)$$

Уравнение (1.19) является уравнением для вычисления уровня загрузки h'_1 (в нормированном виде – χ'_1).

Произведем расчет координаты центра масс через пол-оборота мельницы. Координата центра масс мелющей загрузки по оси Oy – y'_c , вычисляется по формуле

$$y'_c V_1'' = \iiint_{(V_1'')} y dx dy dz = \int_{-R}^{-(R-h'_1)} dz \int_{-\sqrt{R^2-z^2}}^{\sqrt{R^2-z^2}} dx \int_0^{l_1-z\operatorname{ctg}\alpha} y dy.$$

Вычисляя интеграл, получим:

$$\begin{aligned} \tilde{y}'_c \tilde{V}''_1 = & -\frac{\lambda_1^2}{2} \left(\chi'_1 \sqrt{1 - \chi'^2_1} + \arcsin \chi'_1 - \frac{\pi}{2} \right) + \frac{2\lambda_1 \operatorname{ctg} \alpha}{3} (1 - \chi'^2_1)^{\frac{3}{2}} + \\ & + \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha}{8} \left(\chi'_1 (1 - 2\chi'^2_1) \sqrt{1 - \chi'^2_1} - \arcsin \chi'_1 + \frac{\pi}{2} \right). \end{aligned} \quad (1.21)$$

Таким образом, по формуле (1.19) находится (численно), для заданных значений λ_1 (l_1), φ и α , величина параметра χ'_1 , а затем, по формуле (1.21), вычисляется координата $\tilde{y}'_c$ для положения перегородки, показанного на рис. 2.

Используя данные уравнения достаточно несложно определить потребляемую мощность приводом мельницы в различных положениях её лопасти двухстороннего действия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] **Schonert K.** Mahlen von Zement in der GuttbettWalzenmuhle / K. Schonert, O. Knobloch // Zement – Kalk – Gips. – 1984. – № 11 – S. 563–568
- [2] **Романович А.А.** Особенности процесса постадийного измельчения материалов с использованием пресс-валкового агрегата / А.А. Романович // Изв. вузов. Строительство. – 2007. – № 9. – С. 88–90.
- [3] **Романович А.А.** Энергосберегающий помольный комплекс для переработки природных и техногенных материалов: монография / А.А. Романович. – Белгород: Изд-во БГТУ, 2006. – 187 с.
- [4] **Богданов В.С.** Дезинтегратор с узлом высокоскоростной подачи измельчаемого материала / В.С. Богданов, И.А. Семикопченко, А.Н. Масловская, П.П. Пензев // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. – 2009. – № 1. – С. 101–103.
- [5] **Романович А.А.** Определение усилия измельчения анизотропных материалов в пресс-валковом измельчителе / А.А. Романович, П.В. Алёхин, С.А. Мещеряков // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. – 2010. – № 3. – С. 79–82.

Романович Алексей Алексеевич, кандидат технических наук, профессор кафедры подъёмно-транспортных и дорожных машин Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. Основное направление научных исследований: разработка научных основ расчёта и проектирования энергосберегающего помольного оборудования. Имеет 60 публикаций, в том числе авторских свидетельств и патентов 19, монографий 3, учебных пособий 10. E-mail: alexejrom@yandex.ru

Romanovich A.A.

Determination of the center of mass of milling boot grinding chamber, energy-exchange devices equipped with paddle

The paper presents analytical studies to determine the coordinates of the centers of mass of milling load for mills, equipped with paddle-ern energoob devices lobed energy-exchange devices.

Key words: grinding line, ball mill, lobed energy-exchange devices.