

УДК 621.3.011.71

К моделированию источников электроэнергии*

Л.И. МАЛИНИН, В.Ю. НЕЙМАН

Показано, что условие неизменности токов и напряжений ветвей, не затронутых при преобразованиях схем с источниками электроэнергии, является частным критерием эквивалентности ввиду изменения энергетического состояния схем при преобразованиях. Предложено при синтезе моделей источников электроэнергии дополнительно вводить критерии равенства мощности источников и тепловых потерь, т.е. базироваться на балансе мощности.

Ключевые слова: модели источников электроэнергии, эквивалентность энергетических состояний, управляемые источники и сопротивления.

ВВЕДЕНИЕ

Указанный вопрос представляется хрестоматийным и хорошо изученным. Ответ содержится во всей учебной литературе по курсу теоретической электротехники, например в [1–3]:

«Реальным источникам энергии можно поставить в соответствие двухполюсные схемные элементы: источник э.д.с. (напряжения) и источник тока» [1].

«При расчете цепей принцип действия реальных источников электрической энергии несущественен, и источник напряжения может быть заменен источником тока, ему эквивалентным...» [2].

«Схема реального источника тока эквивалента схеме реального источника э.д.с. только в отношении энергии, выделяющейся в сопротивлении нагрузки...» [3].

В общем случае для сложных цепей «преобразования называют эквивалентными, если выполняется условие неизменности токов и напряжений ветвей в тех частях схемы, которые не затронуты преобразованиями» [1].

Также следует указать, что «... при преобразовании схем с источниками энергии суммарные мощности источников и приемников в исходных схемах не равны в общем случае соответствующим мощностям в эквивалентных схемах» [1].

Следовательно, преобразованные схемы не являются равноценными заменителями друг друга, а приведенный выше критерий носит частный характер. Применение термина «эквивалентные схемы» здесь недопустимо. Однако и в сравнительно простых схемах четкие рекомендации отсутствуют и носят общий характер типа: «В некоторых случаях при анализе цепей удобнее генератор напряжения, в других - генератор тока» [4].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Сформулируем рекомендации по применению схем реальных источников энергии и выясним недостатки классических преобразований, обусловленных частным критерием эквивалентности. Ограничиваемся простыми цепями постоянного тока.

Формальная процедура преобразования общеизвестна и приведена на рис. 1, а–в.

Здесь на рис. 1, б, в штриховыми линиями выделены источники напряжения (E , R_B) и тока (I_K , R_B) эквивалентные по отношению к нагрузке R , т.е. обеспечивающие одинаковый

* Статья получена 20 января 2013 г.

режим нагрузки (U, I). В схемах используются идеализированные источники э.д.с. (E) и тока (I_k).

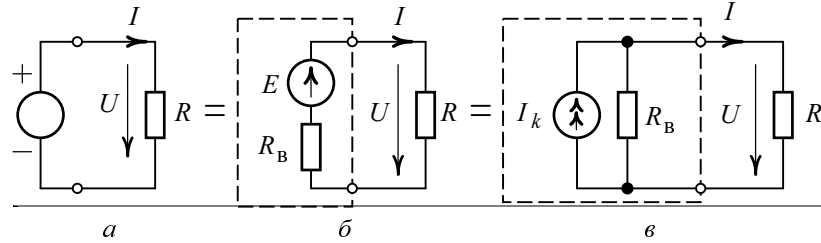


Рис. 1. Процедура преобразования источника э.д.с. в источник тока

На основании законов Кирхгофа и Ома схемы характеризуются следующими соотношениями:

$$E = IR + IR_B, \quad \frac{E}{R_B} = I + \frac{U}{R_B}, \quad I_k = I + \frac{U}{R_B},$$

здесь R_B – внутреннее сопротивление источника энергии, величина которого определяется принципом действия реального источника электроэнергии.

Составим баланс мощности для рассматриваемых схем. Для схемы, рис. 1, б

$$UI = EI - UI \frac{R_B}{R},$$

и, следовательно, к.п.д. схемы с источником э.д.с.

$$\eta_E = \frac{UI}{EI} = \frac{R/R_B}{1 + R/R_B}.$$

Для схемы, рис. 1, в

$$UI = I_k U - UI \frac{R}{R_B}$$

и к.п.д. схемы с источником тока

$$\eta_{I_k} = \frac{UI}{UI_k} = \frac{1}{1 + R/R_B}.$$

Зависимости $\eta_E = f(R/R_B)$ и $\eta_{I_k} = f(R/R_B)$ при $R_B = \text{const}$ приведены на рис. 2.

Таким образом, в режимах работы цепи с переменной нагрузкой эквивалентные в указанном выше смысле источники напряжения и тока обуславливают различную энергетическую эффективность схем «источник питания–нагрузка».

При одинаковой мощности в нагрузке мощности источников э.д.с. и тока, а также мощности потерь во внутренних сопротивлениях будут различными.

Режим при $R \gg R_B$ характерен для электроэнергетических цепей (цепей передачи энергии), работающих с высоким к.п.д. Поэтому для данных цепей следует использовать модель источника напряжения (э.д.с.). Режим при $R \ll R_B$ характерен для информационных цепей передачи сигнала, и высокая энергетическая эффективность обеспечивается при применении моделей источников токов. В реальных информационных цепях соотношение $R \ll R_B$ обеспечивает слабую зависимость сигнала от величины нагрузки.

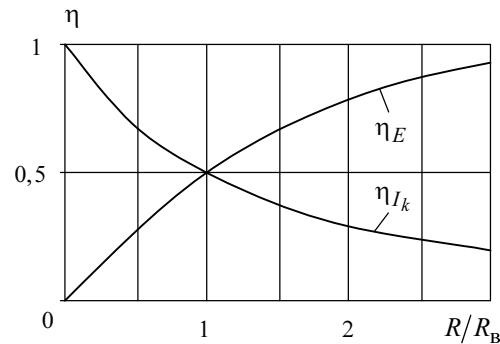


Рис. 2. Зависимости $\eta_E = f(R/R_B)$
и $\eta_{I_k} = f(R/R_B)$ при $R_B = \text{const}$

Если моделирование проводить, не обращая внимания на соотношение внутреннего сопротивления и нагрузки, т.е. обоснования расчетной модели, результаты приведут к неприемлемой ситуации в отношении потерь. Например, цепь содержит генератор с э.д.с. $E = 100$ В и внутренним сопротивлением $R_B = 1$ Ом, сопротивление нагрузки $R = 99$ Ом (рис. 1, б). Применение модели с источником э.д.с. обусловит ток нагрузки $I = 1$ А при мощности нагрузки 99 Вт. При этом мощность источника E равна 100 Вт, а внутренние потери в источнике 1 Вт.

Применив недопустимую в данном случае модель цепи с источником тока (рис. 1, в) при той же мощности нагрузки 99 Вт, имеем мощность источника тока ($I_k = 100$ А) равную 9,9 кВт с внутренними потерями 9,801 кВт.

Полученный результат полностью согласуется с исследованиями представленными на рис. 2 согласно которым соотношения мощности идеализированных источников э.д.с. и тока определяются соотношением к.п.д. равным значению R/R_B . Следовательно, при классическом преобразовании происходит изменение мощности источника по указанному соотношению, что является теоретическим обоснованием факта изменения мощности в эквивалентных схемах, указанному во введении со ссылкой на [1], где это положение теоретически не обосновывается.

Приведенные примеры наглядно показывают, что ограничиваться формальными преобразованиями рис. 1, б и в без четких рекомендаций по выбору модели недопустимо. Предлагаемые в нормированном виде зависимости энергетического к.п.д. (рис. 2) позволяют выбрать модель при известном соотношении R/R_B , руководствуясь условием получения наибольшего значения к.п.д. Полная эквивалентность моделей цепей «источник питания–нагрузка» обеспечивается только в согласованном режиме ($R = R_B$). Здесь одинаковы как мощности нагрузок, так и мощности потерь, а также мощности источников E и I_k .

При фиксированной нагрузке ($R = \text{const}$) выбор источника питания заключается в обеспечении требуемого значения R_B .

Зависимости $\eta_E = f(R_B/R)$ и $\eta_{I_k} = f(R_B/R)$ при $R = \text{const}$ приобретают вид

$$\eta_E = \frac{1}{1 + R_B/R}, \quad \eta_{I_k} = \frac{R_B/R}{1 + R_B/R}$$

и приведены на рис. 3.

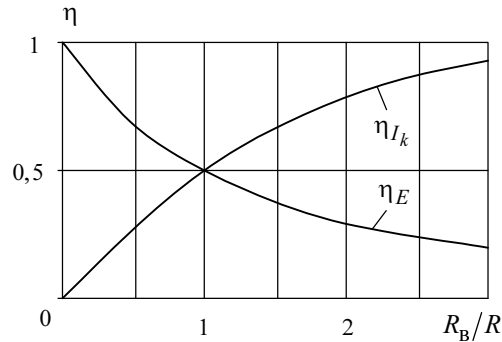


Рис. 3. Зависимости $\eta_E = f(R_B / R)$
и $\eta_{I_k} = f(R_B / R)$ при $R = \text{const}$

Из зависимости для η_E , η_{I_k} следует, что источник напряжения целесообразно выполнять с $R_B \rightarrow 0$ ($\eta_E \rightarrow 1$), что превращает этот источник в идеализированный источник э.д.с.

Источник тока целесообразно выполнять с $R_B \rightarrow \infty$ ($\eta_{I_k} \rightarrow 1$), что превращает его в идеализированный источник тока.

Идеализированные источники обеспечивают одинаковую эффективность схем

$$\eta_E = \eta_{I_k} \rightarrow 1,$$

и преобразуются один в другой по указанному выше критерию эквивалентности по отношению к нагрузке R . Из равенства мощности нагрузки

$$I_k^2 R = \frac{E^2}{R}$$

следует выражение для определения э.д.с. и тока ($E = I_k R$), что предопределяет зависимости идеализированных источников от нагрузки R , т. е. источники являются зависимыми.

Приведенный выше анализ объясняет, почему в курсах ТОЭ рекомендуется реальные цепи моделировать схемами с использованием идеализированных источников э.д.с. и тока. Для более глубокого понимания рассмотрим конкретный пример. Пусть фрагмент схемы имеет вид, представленный на рис. 4.

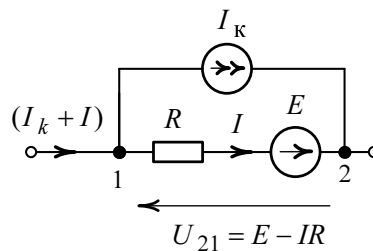


Рис. 4. Фрагмент схемы с идеализированными источниками

Преобразования идеализированных источников э.д.с. (E) и тока (I_k) должны быть выполнены таким образом, чтобы входной ток фрагмента схемы $I_k + I$ и входное напряжение U_{21} оставались неизменными. Преобразование источника тока I_k в источник э.д.с. E'

показано на рис. 5, а преобразование источника э.д.с. (E) в источник тока (I'_k) с последующим возможным эквивалентированием источников тока показаны на рис. 6, а, б.

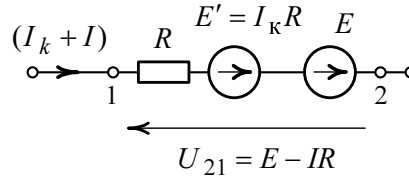


Рис. 5. Преобразование идеализированного источника тока в источник э.д.с.

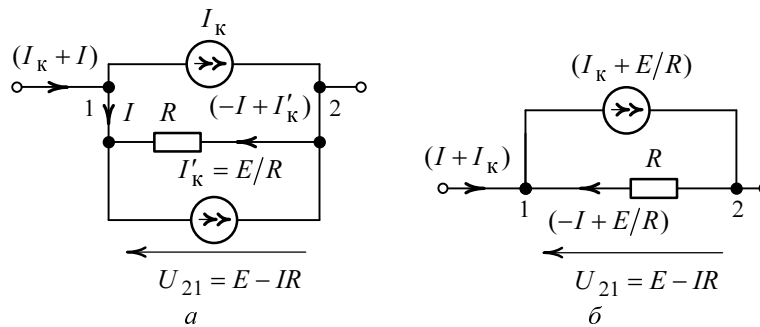


Рис. 6. Преобразование идеализированного источника э.д.с. в источник тока

Следует обратить внимание, что существующее мнение о невозможности преобразования идеального источника э.д.с. в источник тока неправомерно [3], или, по крайней мере требует уточнения, что речь идет о независимом источнике тока.

Введение понятий зависимых от нагрузки идеализированных источников токов позволяет вернуться к началу данной работы и по-другому решить вопрос эквивалентирования схем «источник питания–нагрузка». Частный критерий эквивалентности схем источников питания по отношению к нагрузке дополняем критерием равенства мощностей идеализированных источников э.д.с. и тока, а также равенством тепловых потерь на реальных и приведенных сопротивлениях. На рис. 7, а, б приведены соответствующие схемы, где R'_B – приведенное внутреннее сопротивление источника тока. Формально переход от схемы рис. 7, а к схеме рис. 7, б, формируется на основе уравнения

$$E/R = U/R + U/(R^2/R_B).$$

Соответствующие этим схемам балансы мощностей имеют вид: $EI = UI + I^2 R_B$ (рис. 7, а) и $I_k U = UI + (I^*)^2 R_B^*$ (рис. 7, б).

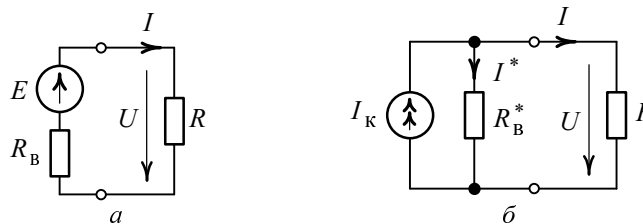


Рис. 7. Эквивалентные схемы зависимых от нагрузки источников

Из равенства мощности идеализированных источников Э.д.с. и тока следует

$$EI = I_K U, \text{ т. е. } I_K = E/R.$$

Из равенства мощности потерь $I^2 R_B = (I^*)^2 R_B^* = (I_K - I)^2 R_B^*$ определяется приведенное внутреннее сопротивление источника тока

$$R_B^* = R^2 / R_B.$$

Например, для ранее рассматриваемого примера ($E = 100 \text{ В}$, $R_B = 1 \text{ Ом}$, $R = 99 \text{ Ом}$) модель рис. 7, б будет обладать параметрами $I_K = 1,01 \text{ А}$, $R_B^* = 9,801 \text{ кОм}$, $I^* = 10^{-2} \text{ А}$, $I = 1 \text{ А}$, т. е. иметь мощность идеализированного источника тока 100 Вт , а внутренние потери в источнике -1 Вт .

Приведенный пример наглядно показывает одинаковую энергетическую эффективность схем реальных источников при предлагаемом подходе.

При анализе режимов схемы, рис. 7 необходимо учитывать особенности, вносимые зависимым источником тока и приведенным внутренним сопротивлением:

$$I^* = \frac{I_K}{1 + \frac{R}{R_B}} \quad I = \frac{I_K}{1 + \frac{R_B}{R}}.$$

Так при холостом ходе схемы ($R \rightarrow \infty$) $I^* \rightarrow 0$, $I \rightarrow I_K$, а $U = IR \rightarrow I_K R = \frac{E}{R} R = E$.

При коротком замыкании ($R \rightarrow 0$) $I^* \rightarrow I_K$, $I \rightarrow 0$ и $U = IR \rightarrow 0$.

Полученные результаты полностью соответствуют указанным режимам.

Рассмотрим преобразования источников в сложных схемах на классической основе и новом подходе на базе эквивалентности балансов мощности. Обычно в этом случае используют классические преобразования, установленные для простых схем. Пример преобразования источников в сложной электрической цепи приведен на рис. 8 [5]. Все преобразования на рис. 8 выполнены автором работы [5] на классической основе и воспроизведены без изменений.

В исходной схеме рис. 8, а все источники функционируют в режиме генераторов, обуславливая суммарную мощность 17 Вт при суммарных тепловых потерях в резистивных сопротивлениях 17 Вт . В преобразованной схеме рис. 8, б все источники, кроме E'_4 , работают в режиме генераторов с суммарной мощностью 9 Вт , тепловых потерях 8 Вт при мощности источника E'_4 величиной 1 Вт , потребляющего энергию. В схеме рис. 8, в источник E'_4 потребляет мощность 1 Вт при тепловых потерях в схеме 5 Вт .

Если разработчик при реализации конструкции будет основываться на тепловых потерях в схеме 5 Вт , что в 3,4 раза меньше реальных потерь в схеме, то создаваемое устройство будет неработоспособное в тепловом отношении.

Кроме того, при указанных преобразованиях наблюдается искажение физической сути. В исходной схеме четвертый источник (I_{K4} , R_4) работает в режиме генератора, а в преобразованной «эквивалентный» источник напряжения (E'_4) функционирует в режиме потребителя. Разумеется, что между генератором и потребителем не может быть эквивалентности.

Как это было сделано для простых схем (см. рис. 7, б), для сложных схем критерием эквивалентности также примем неизменность мощности, как источника, так и потерь. Фрагмент правой части схемы (рис. 8, а) имеет вид (рис. 9, а) с эквивалентом (рис. 9, б).

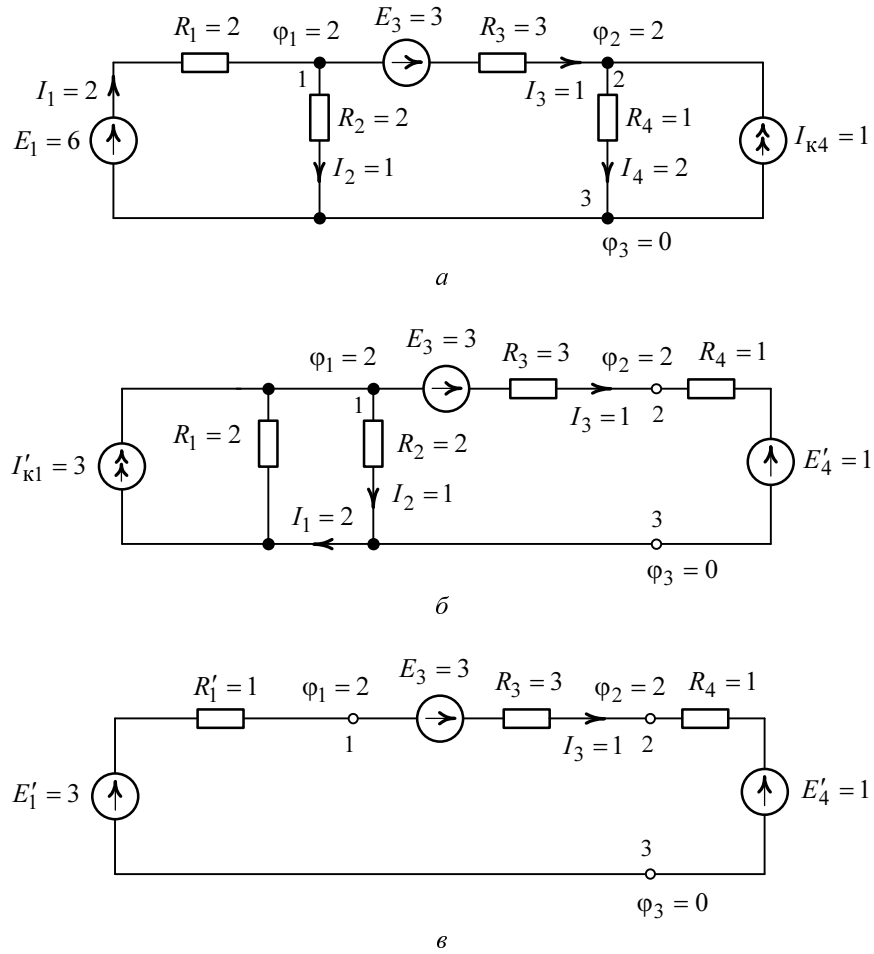


Рис. 8. Классический подход к преобразованию источников э.д.с. и тока

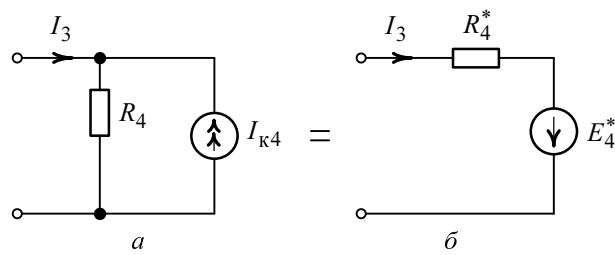


Рис. 9. Эквивалентное преобразование источника тока в источник э.д.с. при эквивалентности балансов мощности

Из равенства мощности источников

$$I_{к4}(I_3 + I_{к4})R_4 = I_3 E_4^*$$

и потерь

$$(I_3 + I_{к4})^2 R_4 = I_3^2 R_4^*$$

Имеем

$$E_4^* = I_{K4} R_4 \left(1 + \frac{I_{K4}}{I_3} \right), \quad R_4^* = R_4 \left(1 + \frac{I_{K4}}{I_3} \right)^2$$

Направление E_4^* определяется условием генераторного режима источника (I_{K4} , R_4) схемы, рис. 8, а.

Фрагмент левой части схемы (рис. 8, а) имеет вид (рис. 10, а) с эквивалентом (рис. 10, б). Поступая аналогично, из равенства мощностей источников и потерь получаем расчетные формулы для эквивалента, рис. 10, б:

$$E_1^* = \frac{(E_1/I_3)^2}{R_1 + R_2} \cdot \left(1 + \frac{I_3 R_2}{E_1} \right) I_3,$$

$$R_1^* = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{(E_1/I_3)^2}{R_1 + R_2}.$$

В результате получаем преобразованную схему в виде рис. 11.

Следует обратить внимание, что преобразованная схема носит нелинейный характер, так как э.д.с. E_1^* и E_4^* представляют собой управляемые в функции тока источники, а сопротивления R_1^* и R_4^* являются нелинейными и зависят также от управляющего тока I_3 .

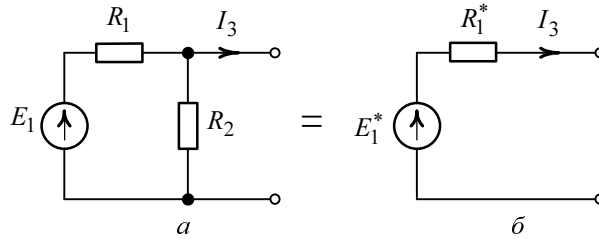


Рис. 10. Эквивалентное преобразование источника э.д.с. в источник тока при эквивалентности балансов мощности

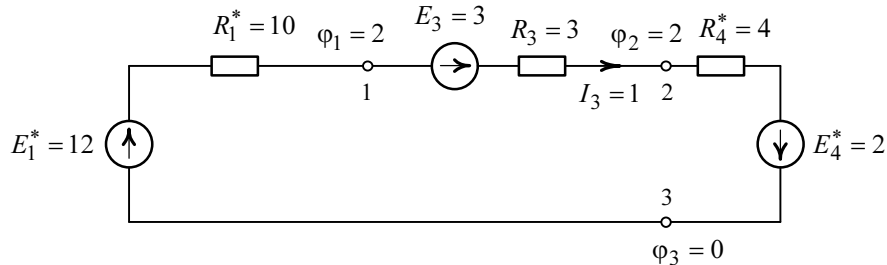


Рис. 11. Эквивалентная схеме рис. 8, а преобразованная схема

Преобразования выполнены так, что все нелинейные величины управляются одним и тем же током I_3 .

Ввиду простоты одноконтурной схемы (рис. 11), значение тока I_3 можно определить на основании второго закона Кирхгофа для преобразованной схемы

$$E_1^* + E_3 + E_4 = I_3 (R_1^* + R_3 + R_4^*),$$

где, с учетом параметров схемы, $E_1^* = 3 + 9/I_3$, $R_1^* = 1 + 9/I_3^2$, $E_4^* = 1 + 1/I_3$, $R_4^* = (1 + 1/I_3)^2$. В результате получаем квадратное уравнение для управляющего тока $5I_3^2 - 5I_3 = 0$ и значение $I_3 = 1$ А.

Пользуясь расчетными формулами, получаем $E_1^* = 12$ В, $R_1^* = 10$ Ом, $E_4^* = 12$ В, $R_4^* = 4$ Ом.

Полученная схема (рис. 11) полностью отражает энергетику реальной исходной цепи рис. 8, а.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение можно дать следующие рекомендации по рассмотренным вопросам:

1. В простых цепях «источник–нагрузка» выбор схемы модели реального источника энергии, содержащей идеализированный источник э.д.с. (тока) и внутреннее сопротивление, учитывающее принцип действия реального источника, целесообразно проводить на основании энергетического к.п.д. Для электроэнергетических цепей ($R \gg R_B$) целесообразно применение схем с источниками э.д.с., а для информационных ($R \ll R_B$) – схем с источниками тока.

2. В простых схемах классические преобразования реальных источников э.д.с. и токов искажают энергетику схемы, характеризуемую балансом мощности. От частного критерия неизменности мощности нагрузки предлагается переход к полному энергетическому критерию, т. е. неизменность всех составляющих баланса мощности, что приводит к зависимым от нагрузки источникам токов и внутренним сопротивлениям. В этом случае модели адекватно описывают энергетику реальной цепи.

3. В сложных схемах, требующих нескольких преобразований реальных источников, классические преобразования на каждом этапе искажают энергетику схемы. Эти искажения могут носить не только количественный характер, но и приводить к физической ошибке. Например, перевод источника из генераторного режима в режим потребителя.

При преобразованиях каждый реальный источник эквивалентизируется на основе равенства мощности источников и равенства тепловых потерь. При этом преобразованные источники приобретают свойства управляемых источников, как в отношении э.д.с. и токов, так и сопротивлений, что приводит к нелинейному характеру схемы. Поэтому преобразования целесообразно выполнять так, чтобы управляющий ток сохранялся для всех преобразований. Определение этого тока может быть выполнено как на основании преобразованной, так и не преобразованной схемы.

4. Переход при преобразованиях от частного энергетического критерия эквивалентности по отношению к нагрузке к полному, т.е. энергетическому балансу, учитывающему потери, требует уточнение классификации источников. Существующая классификация, например [6], предусматривает разделение источников напряжения и тока на независимые ($I_K = E / R_B$) и управляемые (зависимые) в функции или тока, или управляющего напряжения. Необходимо введение категории зависимых от нагрузки источников ($I_K = E / R$) и понятий, приведенных внутренних сопротивлений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] **Ионкин П.А.** Теоретические основы электротехники. Т.1. Основы теории линейных цепей / П.А. Ионкин, А.И. Даревский, Е.С. Кухаркин, В.Г. Миронов, Н.А.Мельников; под. ред. П.А. Ионкина. – М.: Высшая школа, 1976. – 544 с.
- [2] **Каплянский А.Е.** Теоретические основы электротехники / А.Е. Каплянский, А.П. Лысенко, Л.С. Полотовский. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1961. – 527 с.
- [3] **Бессонов Л.А.** Теоретические основы электротехники / Л.А. Бессонов. – М.: Высшая школа, 1973. – 750 с.
- [4] **Скучик Е.** Простые и сложные колебательные системы / Е. Скучик. – М.: Мир, 1971. – 557 с.
- [5] **Матханов П.Н.** Основы анализа электрических цепей. Линейные цепи / П.Н. Матханов. – М.: Высшая школа, 1990. – 400 с.
- [6] **Сиберт У.М.** Цепи, сигналы, системы. Ч. 1 / У.М. Сиберт. – М.: Мир, 1988. – 336 с.

Малинин Леонид Иванович, доктор технических наук, профессор НГТУ, Почетный работник высшей школы. Основное направление научных исследований: автоматизированный электропривод. Автор более 180 публикаций в области теоретических основ электротехники, автоматизированного электропривода и промышленной электроники.

Нейман Владимир Юрьевич, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретических основ электротехники НГТУ. Основное направление научных исследований: силовые электромагнитные импульсные системы. Имеет более 120 публикаций в области электротехники. E-mail: nv.nstu@ngs.ru

Malinin L.I., Neyman V.Yu.

Power Sources Simulation

When reducing circuits with power sources, currents in invariant branches and voltages across them are proved also to be invariant. With respect to energy state change this equivalence criterion is a partial one. Synthesizing power sources models is proposed to be based on additional criterions concerning the balance between sources and heat losses.

Key words: power sources models, energy state equivalence, controlled power sources, resistances.