

УДК 62-83: 531.3

Продольная устойчивость в ускорителе-рекуператоре с двумя ускоряющими структурами*

Я.В. ГЕТМАНОВ, Н.А. ВИНОКУРОВ, О.А. ШЕВЧЕНКО

Современные проекты ускорителей-рекуператоров используют сверхпроводящие ускоряющие высокочастотные (ВЧ) структуры. Их добротность очень высока. Поэтому напряжение, наводимое на ускоряющей структуре электронным пучком, также высоко. В ускорителях-рекуператорах ВЧ напряжение, наводимое ускоряемым пучком, практически полностью компенсируется напряжением, наведенным замедляемым пучком. Небольшие отклонения ВЧ напряжения могут вызвать отклонение фаз проходящих пучков. Эти отклонения затем могут вызвать дальнейшее изменение напряжения. Таким образом система может стать неустойчивой. Условия устойчивости для ускорителя-рекуператора с одной ускоряющей структурой хорошо известны. Схема ускорителя-рекуператора с разделенной ВЧ структурой представляется очень перспективной. Условия стабильности для таких ускорителей-рекуператоров обсуждаются в этой статье.

Ключевые слова: ускорители-рекуператоры, продольная устойчивость, пороговый ток неустойчивости, источники излучения.

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы активно обсуждаются проекты источников рентгеновского излучения четвертого поколения. Концепция такого источника на основе многооборотного ускорителя-рекуператора была предложена в 1997 году Г.Н. Кулипановым, А.Н. Скрипинским и Н.А. Винокуровым и получила название MARS (Multiturn Accelerator-Recuperator Radiation Source) [1]. В настоящее время в мире существует только один работающий многооборотный ускоритель-рекуператор. Это ускоритель-рекуператор Новосибирского лазера на свободных электронах в Институте ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН [2]. На основе опыта эксплуатации этой установки было предложено применить в проекте MARS схему ускорителя-рекуператора с двумя разделенными ускоряющими структурами [3]. Предполагается, что это позволит облегчить управление ускорителем благодаря разделению ускоряемых и замедляемых пучков в магнитно-оптических системах поворотов (рис.1).

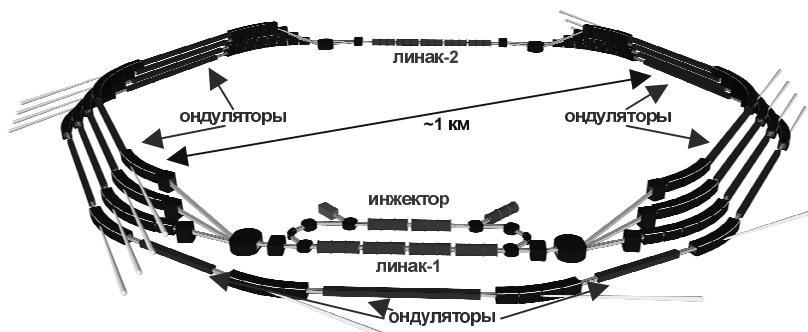


Рис. 1. Схема многооборотного ускорителя-рекуператора MARS

* Статья получена 27 мая 1996 г.

Для получения требуемых длин волн излучения достаточно использовать электронные пучки с энергией около 5.6 ГэВ [1]. Это означает, что ВЧ структура ускорителя, в отличие от Новосибирского ЛСЭ, должна быть сверхпроводящей. Из-за ее высокой добротности в системе возникают различные неустойчивости, связанные с взаимодействием электронных сгустков и резонаторов. Условия продольной устойчивости для системы с одной ускоряющей структурой хорошо известны [4, 5, 6]. Для предлагаемой схемы с двумя ускоряющими ВЧ структурами они обсуждаются в этой статье.

1. УРАВНЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЯ

Схема ускорителя-рекуператора с двумя ускоряющими секциями показана на рис. 2. Электроны инжектируются в ускоряющую структуру (линак) 1. После двух проходов через линак 1 и линак 2 они используются, к примеру, в ондуляторах. После этого, электроны замедляются. Через каждый линак одновременно пролетают четыре пучка электронов с различными энергиями. Каждый пучок наводит на линак большое напряжение, но их сумма невелика (рис. 3). Если фазы пучков меняются, сумма напряжений тоже меняется, и начальное отклонение по фазе может увеличиться вследствие зависимости времени пролёта через арки (ставясь мидесиградусные повороты) от энергии частицы.

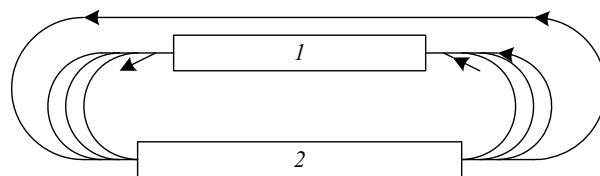


Рис. 2. Схема ускорителя-рекуператора с двумя ускоряющими секциями

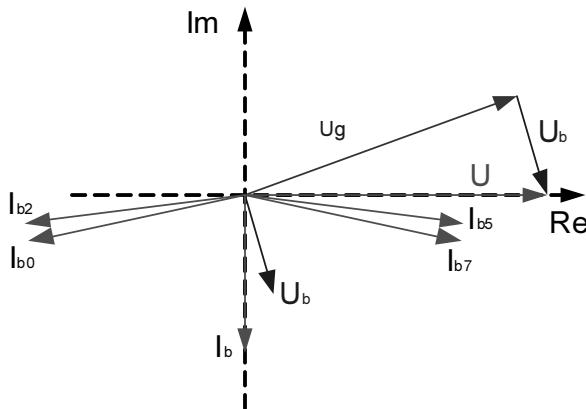


Рис. 3. Фазоры токов пучка и напряжений в первой ускоряющей структуре:

I_{b0} и I_{b2} – токи ускоряемых пучков; I_{bs} и I_{b7} – токи замедляемых пучков; I_b – их сумма; U_b – наведённое напряжение; U_g – напряжение, возбуждаемое генератором; U – суммарное напряжение на ускоряющей структуре

В качестве приближения представим каждый линак в качестве одного ВЧ резонатора.

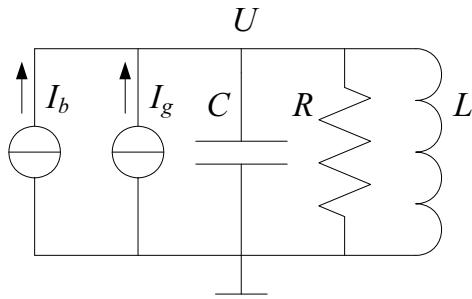


Рис. 4. Эквивалентная схема ускоряющего резонатора

Его эквивалентная схема показана на рис. 4. Выражение для напряжения на зазоре

$$U = L d(I_b + I_g - C dU/dt - U/R)/dt,$$

где I_b и I_g – токи электронного пучка и ВЧ генератора, приводят к стандартному уравнению

$$\frac{d^2U}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{dU}{dt} + \frac{1}{LC} U = \frac{1}{C} \frac{d}{dt}(I_b + I_g). \quad (1)$$

Представляя эффективное напряжение на линаке с номером α в форме $\text{Re}(U_\alpha e^{-i\omega t})$ (ω – частота ВЧ генератора), получаем [7]:

$$\frac{2}{\omega} \frac{dU_\alpha}{dt} = \frac{i\xi_\alpha - 1}{Q_\alpha} U_\alpha + \rho_\alpha (I_{b\alpha} + I_{g\alpha}),$$

где $\omega = 1/\sqrt{L_\alpha C_\alpha} = (1 - \xi_\alpha/2Q_\alpha)\omega$ – резонансная частота, $Q_\alpha = R_\alpha/\sqrt{L_\alpha C_\alpha} \gg 1$ – нагруженная добротность резонатора, $\rho_\alpha = R_\alpha/Q_\alpha = \sqrt{L/C}$ и R_α характеристическое и шунтовое сопротивления фундаментальной моды (Е010), а $I_{b\alpha}$ и $I_{g\alpha}$ – комплексные амплитуды токов пучка и генератора (приведенного к ускоряющему зазору) соответственно. Мы интересуемся случаем постоянных $I_{g\alpha}$. Ток пучков $I_{b\alpha}$ зависит от всех U_α из-за фазового движения. Линеаризация уравнения (1) около стационарного решения

$$U_{0\alpha} = \frac{R_\alpha}{1 - i\xi_\alpha} \left[I_{b\alpha}(\mathbf{U}_0) + I_{g\alpha} \right]$$

приводит к

$$\frac{2}{\omega} \frac{d\delta U_\alpha}{dt} = \frac{i\xi_\alpha - 1}{Q_\alpha} \delta U_\alpha + \rho_\alpha \sum_\beta \left(\frac{\partial I_{b\alpha}}{\partial \text{Re } U_\beta} \text{Re } \delta U_\beta + \frac{\partial I_{b\alpha}}{\partial \text{Im } U_\beta} \text{Im } \delta U_\beta \right). \quad (2)$$

Вообще говоря, I_b зависит от значений U в предыдущие моменты времени, поэтому уравнение (2) применимо только для случая, когда время затухания Q_α/ω много больше, чем время пролёта через ускоритель.

2. УСЛОВИЯ УСТОЙЧИВОСТИ

Предполагая экспоненциальное решение $\exp(\omega\lambda t/2)$ для системы линейных дифференциальных уравнений (2), можно найти условия устойчивости. Действительно, система (2) соответствует системе линейных однородных уравнений $\lambda \delta \mathbf{U} = \mathbf{M} \delta \mathbf{U}$ с условием разрешимо-

сти $|\mathbf{M} - \lambda \mathbf{E}| = 0$. Тогда неравенство $\operatorname{Re}(\lambda) < 0$ для всех корней этого уравнения λ (т. е. собственных значений матрицы \mathbf{M}) и будет условием устойчивости.

Критерии устойчивости для ускорителя-рекуператора с одним линаком были выведены в статье [4]. В этом случае

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{Q} + \rho \frac{\partial \operatorname{Re} I_b}{\partial \operatorname{Re} U} & -\frac{\xi}{Q} + \rho \frac{\partial \operatorname{Re} I_b}{\partial \operatorname{Im} U} \\ \frac{\xi}{Q} + \rho \frac{\partial \operatorname{Im} I_b}{\partial \operatorname{Re} U} & -\frac{1}{Q} + \rho \frac{\partial \operatorname{Im} I_b}{\partial \operatorname{Im} U} \end{pmatrix}$$

и характеристическое уравнение –

$$\lambda^2 - \lambda \operatorname{Tr}(\mathbf{M}) + |\mathbf{M}| = 0.$$

Соответственно, необходимое условие устойчивости имеет вид

$$\operatorname{Tr}(\mathbf{M}) = \rho \left(\frac{\partial \operatorname{Re} I_b}{\partial \operatorname{Re} U} + \frac{\partial \operatorname{Im} I_b}{\partial \operatorname{Im} U} \right) - \frac{2}{Q} < 0.$$

Можно сказать, что «активная проводимость» пучка $(\partial \operatorname{Re} I_b / \partial \operatorname{Re} U + \partial \operatorname{Im} I_b / \partial \operatorname{Im} U) / 2$ не должна превосходить активную проводимость линака $(\rho Q)^{-1}$.

Для ускорителя-рекуператора с двумя ускоряющими структурами

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \rho_1 \frac{\partial \operatorname{Re} I_{b1}}{\partial \operatorname{Re} U_1} - \frac{1}{Q_1} & \rho_1 \frac{\partial \operatorname{Re} I_{b1}}{\partial \operatorname{Im} U_1} - \frac{\xi_1}{Q_1} & \rho_1 \frac{\partial \operatorname{Re} I_{b1}}{\partial \operatorname{Re} U_2} & \rho_1 \frac{\partial \operatorname{Re} I_{b1}}{\partial \operatorname{Im} U_2} \\ \rho_1 \frac{\partial \operatorname{Im} I_{b1}}{\partial \operatorname{Re} U_1} + \frac{\xi_1}{Q_1} & \rho_1 \frac{\partial \operatorname{Im} I_{b1}}{\partial \operatorname{Im} U_1} - \frac{1}{Q_1} & \rho_1 \frac{\partial \operatorname{Im} I_{b1}}{\partial \operatorname{Re} U_2} & \rho_1 \frac{\partial \operatorname{Im} I_{b1}}{\partial \operatorname{Im} U_2} \\ \rho_2 \frac{\partial \operatorname{Re} I_{b2}}{\partial \operatorname{Re} U_1} & \rho_2 \frac{\partial \operatorname{Re} I_{b2}}{\partial \operatorname{Im} U_1} & \rho_2 \frac{\partial \operatorname{Re} I_{b2}}{\partial \operatorname{Re} U_2} - \frac{1}{Q_2} & \rho_2 \frac{\partial \operatorname{Re} I_{b2}}{\partial \operatorname{Im} U_2} - \frac{\xi_2}{Q_2} \\ \rho_2 \frac{\partial \operatorname{Im} I_{b2}}{\partial \operatorname{Re} U_1} & \rho_2 \frac{\partial \operatorname{Im} I_{b2}}{\partial \operatorname{Im} U_1} & \rho_2 \frac{\partial \operatorname{Im} I_{b2}}{\partial \operatorname{Re} U_2} + \frac{\xi_2}{Q_2} & \rho_2 \frac{\partial \operatorname{Im} I_{b2}}{\partial \operatorname{Im} U_2} - \frac{1}{Q_2} \end{pmatrix}$$

и характеристическое уравнение принимает вид [8]

$$\lambda^4 - S_1 \lambda^3 + S_2 \lambda^2 - S_3 \lambda + S_4 = 0, \quad (3)$$

где $S_1 = \sum_{1 \leq k \leq 4} A \binom{k}{k} = \sum_{1 \leq k \leq 4} M_{kk} = \operatorname{Tr}(\mathbf{M})$, $S_2 = \sum_{1 \leq k < l \leq 4} A \binom{k \ l}{k \ l}$,
 $S_3 = \sum_{1 \leq k < l < m \leq 4} A \binom{k \ l \ m}{k \ l \ m}$ и $S_4 = A \binom{1 \ 2 \ 3 \ 4}{1 \ 2 \ 3 \ 4} = |\mathbf{M}|$ – суммы главных миноров матрицы \mathbf{M} .

Необходимое условие устойчивости ($\operatorname{Re}(\lambda) < 0$ для всех четырех корней уравнения (3)) – положительность всех коэффициентов полинома (3). В частности, единственное независимое от расстроек ξ_1 и ξ_2 условие $S_1 < 0$ дает

$$\rho_1 \left(\frac{\partial \operatorname{Re} I_{b1}}{\partial \operatorname{Re} U_1} + \frac{\partial \operatorname{Im} I_{b1}}{\partial \operatorname{Im} U_1} \right) + \rho_2 \left(\frac{\partial \operatorname{Re} I_{b2}}{\partial \operatorname{Re} U_2} + \frac{\partial \operatorname{Im} I_{b2}}{\partial \operatorname{Im} U_2} \right) < \frac{2}{Q_1} + \frac{2}{Q_2}. \quad (4)$$

Необходимые и достаточные условия даются критерием Льенара–Шипара [8]. Он состоит в положительности коэффициентов полинома (3) и третьего минора Гурвица:

$$S_1 < 0, S_2 > 0, S_4 > 0, \Delta_3 = S_1(S_2S_3 - S_1S_4) - S_3^2 > 0. \quad (5)$$

Эти коэффициенты зависят от расстроек следующим образом:

$$\begin{aligned} S_2(\xi_1, \xi_2) &= \sum_{1 \leq k < l \leq 4} A \binom{k}{k} \binom{l}{l} = \frac{\xi_1^2}{Q_1^2} + \frac{\xi_2^2}{Q_2^2} + \frac{\xi_1}{Q_1} \rho_1 \left(\frac{\partial \operatorname{Im} I_{b1}}{\partial \operatorname{Re} U_1} - \frac{\partial \operatorname{Re} I_{b1}}{\partial \operatorname{Im} U_1} \right) + \\ &+ \frac{\xi_2}{Q_2} \rho_2 \left(\frac{\partial \operatorname{Im} I_{b2}}{\partial \operatorname{Re} U_2} - \frac{\partial \operatorname{Re} I_{b2}}{\partial \operatorname{Im} U_2} \right) + S_2(0, 0) \end{aligned}$$

и

$$S_4(\xi_1, \xi_2) = |M(\xi_1, \xi_2)| = |M(0, 0)| + \frac{\xi_1^2}{Q_1^2} \frac{\xi_2^2}{Q_2^2} + \dots$$

Соответственно, условия $S_2(\xi_1, \xi_2) > 0$ и $S_4(\xi_1, \xi_2) > 0$ выполняются при достаточно больших расстройках ξ_1 и ξ_2 .

В наиболее же простом случае ускорителя-рекуператора с изохронными поворотами матрица проводимости нулевая. Поэтому, легко показать, что все условия устойчивости выполняются (так же, как и в случае резонаторов с низкой добротностью).

Так как добротности сверхпроводящих резонаторов очень высоки, то интересно рассмотреть противоположный предельный случай – с пренебрежимо малыми членами $1/Q_{1,2}$ в матрице \mathbf{M} . В этом случае условия устойчивости не зависят от тока пучка. Они зависят только от отношения ρ_1/ρ_2 и матрицы проводимости пучка, которая полностью определяется параметрами магнитной системы ускорителя-рекуператора.

3. МАТРИЦА ПРОВОДИМОСТИ

Для дальнейшего продвижения, нам необходимо определить элементы матрицы проводимости в условиях устойчивости. Комплексная амплитуда тока пучка I_{ba} в резонаторе с номером α ($\alpha = 1, 2$), равна сумме комплексных амплитуд всех проходящих через него токов

$$\begin{aligned} I_{ba} &= -2I \sum_{n=0}^{N-1} (e^{i\varphi_{2n+\alpha-1} + i\psi_{2n+\alpha-1}} + e^{i\varphi_{4N-2n-\alpha} + i\psi_{4N-2n-\alpha}}) \approx \\ &\approx I_{ba}(\mathbf{U}_0) - 2iI \sum_{n=0}^{N-1} (e^{i\varphi_{2n+\alpha-1}} \psi_{2n+\alpha-1} + e^{i\varphi_{4N-2n-\alpha}} \psi_{4N-2n-\alpha}), \end{aligned} \quad (6)$$

где I – средний ток пучка; $\varphi_{2n+\alpha-1}$ – фаза n -го прохода через резонатор, соответствующая стационарному решению, $\psi_{2n+\alpha-1}$ – малое отклонение от этой фазы, а $2N$ – число проходов пучка через каждую ускоряющую секцию. Отклонение набора энергии при прохождении через ускоряющий резонатор зависит от момента (фазы) пролета и отклонения комплексной амплитуды напряжения:

$$\delta E = e \operatorname{Im} \left[U_{0\alpha(n)} e^{-i\varphi_n} \right] \psi_n + e \operatorname{Re} \left[\delta U_{0\alpha(n)} e^{-i\varphi_n} \right],$$

где $\alpha(2n) = 1, \alpha(2n+1) = 2$ для $0 \leq n \leq N-1$, и $\alpha(2n) = 2, \alpha(2n+1) = 1$ для $N \leq n \leq 2N-1$.

Малые отклонения энергии и фазы ε_n и ψ_n удовлетворяют системе линейных уравнений:

$$\begin{cases} \varepsilon_{n+1} = \varepsilon_n + e \operatorname{Im} \left[U_{0\alpha(n)} e^{-i\varphi_n} \right] \psi_n + e \operatorname{Re} \left[\delta U_{\alpha(n)} e^{-i\varphi_n} \right], \\ \psi_{n+1} = \psi_n + \omega \left(\frac{dt}{dE} \right)_{n+1} \varepsilon_{n+1}; \end{cases} \quad (7)$$

$(dt / dE)_n$ – продольная дисперсия n -го ставосьмидесятиградусного поворота. Начальные условия системы (7) – $\varepsilon_0 = 0$ и $\psi_0 = 0$, если для стабильности пучка или других целей у нас нет специальных устройств их контроля. Решение системы (7) может быть переписано с использованием продольной синусоподобной траектории S_{nk} и ее «производной» S'_{nk} (элементы 56 и 66 транспортной матрицы). Эти функции являются решениями однородной системы

$$\begin{cases} S'_{n+1,k} = S'_{n,k} + e \operatorname{Im} \left[U_{0\alpha(n)} e^{-i\varphi_n} \right] S_{n,k} \\ S_{n+1,k} = S_{n,k} + \omega \left(\frac{dt}{dE} \right)_{n+1} S'_{n+1,k} \end{cases}$$

с начальными условиями $S_{kk} = 0$, $S'_{kk} = 1$. Тогда решение системы (7) записывается в виде

$$\psi_n = e \sum_{k=0}^{n-1} S_{nk} \operatorname{Re} \left[\delta U_{\alpha(k)} e^{-i\varphi_k} \right] \quad (8)$$

и

$$\varepsilon_n = e \sum_{k=0}^{n-1} S'_{nk} \operatorname{Re} \left[\delta U_{\alpha(k)} e^{-i\varphi_k} \right].$$

Подстановка этих решений в формулу (6) дает

$$\begin{aligned} \delta I_{ba} = -2ieI \sum_{n=0}^{N-1} & \left\{ e^{i\varphi_{2n+\alpha-1}} \sum_{k=0}^{2n+\alpha-2} S_{2n+\alpha-1,k} \operatorname{Re} \left[\delta U_{\alpha(k)} e^{-i\varphi_k} \right] + \right. \\ & \left. + e^{i\varphi_{4N-2n-\alpha-1}} \sum_{k=0}^{4N-2n-\alpha-1} S_{4N-2n-\alpha,k} \operatorname{Re} \left[\delta U_{\alpha(k)} e^{-i\varphi_k} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

В случае ускорителя-рекуператора, необходимо удовлетворить (хотя бы приближенно) условиям рекуперации

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \left[U_{01} \sum_{n=0}^{N-1} (e^{-i\varphi_{2n}} + e^{-i\varphi_{4N-2n-1}}) \right] &= 0, \\ \operatorname{Re} \left[U_{02} \sum_{n=0}^{N-1} (e^{-i\varphi_{2n+1}} + e^{-i\varphi_{4N-2n-2}}) \right] &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Для продольной устойчивости также необходима продольная фокусировка для большинства проходов через ускоряющие структуры (см. систему (7)):

$$e \operatorname{Im} \left[U_{0\alpha(n)} e^{-i\varphi_n} \right] < 0, \quad (11)$$

если все $(dt / dE)_n > 0$.

Условия (10) и (11) могут быть удовлетворены одновременно, если

$$\arg(eU_{0\alpha(n)}e^{-i\varphi_n}) + \arg(eU_{0\alpha(4N-n-1)}e^{-i\varphi_{4N-n-1}}) = -\pi,$$

из чего получается

$$\varphi_{4N-n-1} = \pi - \kappa_n + 2 \arg(eU_{0\alpha(n)}),$$

как это показано на рис. 3.

Для того, чтобы сделать условие устойчивости (4) более явным, рассмотрим простой пример. Предположим, что равновесные фазы равны во время ускорения. В этом простом случае $\varphi_{2n} - \arg(eU_{01}) = \Phi_1$, $\varphi_{2n+1} - \arg(eU_{02}) = \Phi_2$ для $0 \leq n \leq N-1$. Тогда подстановка (9) в (4) определяет необходимое условие устойчивости

$$e\rho_1 I \sin(2\Phi_1) \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} S_{4N-2n-1,2k} + e\rho_2 I \sin(2\Phi_2) \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} S_{4N-2n-2,2k+1} < \frac{1}{Q_1} + \frac{1}{Q_2}.$$

4. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Для начала рассмотрим наиболее простой и симметричный случай с ненулевой продольной дисперсией только на дорожке с наибольшей энергией. Подобный случай для ускорителя-рекуператора с одной ускоряющей структурой был рассмотрен в [6].

Рассмотрим практически интересный случай $N = 2$. Тогда из-за того, что

$$\omega\left(\frac{dt}{dE}\right)_n = 0, \quad n \neq 4$$

все элементы матрицы S_{nk} (размерами 8×8) равны нулю, кроме элементов нижней левой клетки $4 \leq n \leq 7$, $0 \leq k \leq 3$, которые равны $\omega(dt/dE)_4$:

$$(S_{n,k}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \omega\left(\frac{dt}{dE}\right)_4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача упрощается, если считать, что набор фаз на поворотах для ускоряемых частиц равен 0. Тогда можно выбрать ($\varphi_k = 0$, $k = 0 \dots 3$). С учетом этого можно найти матрицу проводимости

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta I_{b\alpha}}{\partial \operatorname{Re} \delta U_\beta} &= -4ieI\omega\left(\frac{dt}{dE}\right)_4 (e^{i\varphi_8-\alpha} + e^{i\varphi_6-\alpha}), \\ \frac{\partial \delta I_{b\alpha}}{\partial \operatorname{Im} \delta U_\beta} &= 0. \end{aligned}$$

Считая для упрощения $\rho_1 = \rho_2$, $Q_1 = Q_2$, $\xi_1 = \xi_2$ и обозначив $\arg(eU_{01}) = \arg(eU_{02}) = \Phi$, можно записать матрицу системы

$$\mathbf{M} = -8eI\omega\rho\left(\frac{dt}{dE}\right) \begin{pmatrix} \sin(2\Phi) & 0 & \sin(2\Phi) & 0 \\ -\cos(2\Phi) & 0 & -\cos(2\Phi) & 0 \\ \sin(2\Phi) & 0 & \sin(2\Phi) & 0 \\ -\cos(2\Phi) & 0 & -\cos(2\Phi) & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{Q} \begin{pmatrix} 1 & \xi & 0 & 0 \\ -\xi & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \xi \\ 0 & 0 & -\xi & 1 \end{pmatrix}$$

в пределе очень высоких добротностей

$$\lambda = -16eI\omega\rho \left(\frac{dt}{dE} \right) \sin(2\Phi).$$

Тогда, устойчивость соответствует положительным значениям $\sin(2\Phi)$, что в свою очередь противоречит условиям рекуперации (10) и фокусировки (11).

В общем случае характеристическое уравнение записывается в виде:

$$\begin{aligned} 0 = & \left(\frac{1}{Q} + \lambda \right)^4 - 2\chi \sin(2\Phi) \left(\frac{1}{Q} + \lambda \right)^3 + \left(-2 \frac{\xi}{Q} \chi \cos(2\Phi) + 2 \frac{\xi^2}{Q^2} \right) \left(\frac{1}{Q} + \lambda \right)^2 - \\ & - 2 \frac{\xi^2}{Q^2} \chi \sin(2\Phi) \left(\frac{1}{Q} + \lambda \right) - 2 \frac{\xi^3}{Q^3} \chi \cos(2\Phi) + \frac{\xi^4}{Q^4} = \\ & \lambda^4 + \lambda^3 2 \left[\frac{2}{Q} - \chi \sin(2\Phi) \right] + \lambda^2 2 \left[3 \frac{1 - \chi \sin(2\Phi)/Q}{Q} - \frac{\xi}{Q} \chi \cos(2\Phi) + \frac{\xi^2}{Q^2} \right] + \dots \end{aligned}$$

где $\chi = -8eI\omega\rho(dt/dE)$. Соответственно, используя критерий устойчивости (5), получим необходимое условие

$$\sin(2\Phi) > - \left[4eI\omega\rho \left(\frac{dt}{dE} \right) Q \right]^{-1}. \quad (12)$$

Численное моделирование показывает, что устойчивость достигается при низком среднем токе, а величина достаточно устойчивой области фаз ВЧ начинается как раз с величины порогового тока, соответствующего оценке (12), т. е. около 0.1 мА.

Несколько другая ситуация возникает в случае поворотов с ненулевой продольной дисперсией. Для определения областей устойчивости необходимы численные расчеты. В качестве исходных параметров были взяты характеристики предполагаемой схемы ускорителя-рекуператора MARS (рис. 1): $Q_1 = Q_2 = 10^6$, $\rho_1 = 40$ МОм, $\rho_2 = 90$ МОм, $\omega = 2\pi \cdot 1.3 \cdot 10^9$ Гц, $I = 10$ мА, $U_1 = 0.9$ ГВ, $U_2 = 1.9$ ГВ. Расчеты показывают, что существует режим ускоряющих резонаторов со стабильным наведенным напряжением и высоким пороговым током. Условия устойчивости для фазового сдвига $\Phi_1 = \Phi_2$ между ВЧ напряжением и током ускоряющего пучка показаны на рис. 5 (приблизительно между -12 и -8 градусами) в случае равных набегов фазы на поворотах.

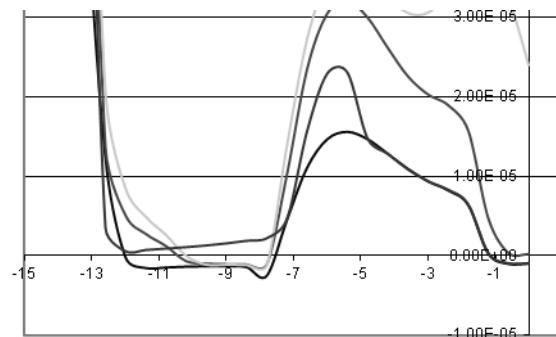


Рис. 5. Зависимость между максимальным инкрементом (верт.) и фазой ускорения (гор.), вычисленная при различных расстройках $\xi = -1; -0.1; 1; 1000$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этой статье рассмотрены критерии продольной устойчивости для ускорителя-рекуператора с двумя ускоряющими структурами. Численные расчеты определили область устойчивости с высоким пороговым током для установки с двумя ускоряющими структурами.

Работа выполнена при использовании оборудования ЦКП СЦСТИ и финансовой поддержке Минобрнауки России.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Kulipanov G.N. Synchrotron light sources and recent development of accelerator technology / G.N. Kulipanov, A.N. Skrinsky, N.A. Vinokurov // J. of Synchrotron Radiation. –1998. – Vol. 5 pt. 3. – P. 176; MARS – recirculator-based diffraction limited X-ray source, Budker INP preprint No 97-103 (1997).
- [2] Vinokurov N.A. Novosibirsk Free Electron Laser Facility: Two-orbit ERL with Two FELs / N.A. Vinokurov, E.N. Dementyev, B.A. Dovzhenko et al. // proc. IPAC'10. – P. 2427–2430.
- [3] Douglas D. A Generic Energy-Recovering Bisected Asymmetric Linac (GERBAL), ICFA BD-NI 26. – 2001. – P. 40–45.
- [4] Vinokurov N.A. Critical Issues for High-Power FEL Based on Microtron Recuperator / N.A. Vinokurov, A.A. Zholents, W.M. Fawley, K.-J. Kim // Electron Out-Coupling Scheme: proc. SPIE 2988 (1997) 221. – P. 11.
- [5] L. Merminga, D. Douglas, G. Krafft, High-Current Energy-Recovery Electron Linacs, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 53(2003). – 387–429.
- [6] L. Merminga, J. J. Bisognano, Energy Stability in a High Average Power FEL, IEEE, 1996. – C. 3.
- [7] Wilson P. High Energy Electron Linacs: Applications to Storage Ring RF System and Linar Colliders, 1991. – C. 101
- [8] Гантмахер Ф.Р. Теория матриц / Ф.Р. Гантмахер // Наука, (1966). – C. 577.
- [9] Kulipanov G.N. MARS – a project of the diffraction-limited fourth generation X-ray source based on supermicrotron / G.N. Kulipanov, A.N. Skrinsky, N.A. Vinokurov // Nuclear Instrument and Methods. – A467/468. – 2001. – P. 16–20.

Винокуров Николай Александрович, доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент РАН, заведующий лабораторией института ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН. Основное направление научных исследований: физика ускорителей заряженных частиц, лазеры на свободных электронах. E-mail: N.A.Vinokurov@inp.nsk.su

Шевченко Олег Александрович, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник института ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН. Основное направление научных исследований: физика ускорителей заряженных частиц, лазеры на свободных электронах. E-mail: O.A.Shevchenko@inp.nsk.su

Гетманов Ярослав Владимирович, аспирант института ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН. E-mail: y_getmanov@mail.ru

Ya.V. Getmanov, N.A. Vinokurov, O.A. Shevchenko

Longitudinal stability of Energy Recovery Linac with two accelerating radio-frequency structures

Modern Energy Recovery Linac (ERL) projects use superconductive accelerating radio-frequency structures (RF). Their RF quality is typically very high. Therefore, the RF voltage induced by electron beam is also high. In ERL the RF voltage induced by the accelerating beam is almost cancelled by the RF voltage induced by the decelerating beam. But, a small variation of the RF voltage may cause the deviations of the accelerating phases. These deviations then may cause further voltage variation. Thus, the system may be unstable. The stability conditions for ERL with one accelerating structure are well known. The ERL with split RF structure was discussed recently. The stability conditions for such ERLs are discussed in this paper.

Key words: Energy-recovery linacs, beam-cavity interaction, beam loading instability, threshold current.