

УДК 621.376.43:621.39(024)

Определение полосы захвата системы ФАПЧ при прямоугольной характеристике ФД*

В.С. ПЛАКСИЕНКО¹, Н.Е. ПЛАКСИЕНКО², А.С. СИДЕНКОВ³

¹ 347917, РФ, г. Таганрог, ул. Чехова, 22, Инженерно-технологическая академия Южного федерального университета, д. т. н., профессор, e-mail: vsp46@mail.ru

² 347917, РФ, г. Таганрог, ул. Чехова, 22, Инженерно-технологическая академия Южного федерального университета, к. т. н., доцент, e-mail: vsp46@mail.ru

³ 347917, РФ, г. Таганрог, ул. Чехова, 22, Инженерно-технологическая академия Южного федерального университета, аспирант, e-mail: alexandrsidenkov@rambler.ru

В настоящее время при анализе систем фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) необходимо проанализировать не только величины полос захвата и удержания, но и время входа в синхронизм и т. д. На основе использования критерия исчезновения режима циклических колебаний проведено определение полосы захвата системы ФАПЧ с прямоугольной характеристикой фазового детектора (ФД) и произвольным фильтром нижних частот (ФНЧ). Известно, что полоса захвата при прямоугольной характеристике ФД максимальна и полученное при расчетах значение можно рассматривать как предельное. Важную роль имеет тип выбранного ФНЧ с точки зрения величины полос захвата, удержания и устойчивости. Знание точного значения полосы захвата позволит оценить точность приближенных методов расчета, пригодных при произвольных характеристиках ФД. Задача определения основных характеристик кольца ФАПЧ при сложных ФНЧ решена приближенно. В работе решается задача определения полосы захвата системы ФАПЧ при прямоугольной характеристике ФД и произвольном ФНЧ на основании критерия исчезновения циклического режима в системе ФАПЧ. На основании полученного критерия можно рассчитать полосу захвата системы ФАПЧ с прямоугольной характеристикой ФД при любом ФНЧ, если известен его коэффициент передачи. Прямоугольная характеристика фазового дискриминатора реализуется структурами с обратными связями, обладающими достаточно высокими частотными свойствами и устойчивостью. Важно также отметить, что такие дискриминаторы обеспечивают повышение устойчивости к воздействию аддитивных помех. В результате проведенных исследований установлено, какие параметры фильтров и в какой степени оказывают влияние на полосу захвата системы ФАПЧ.

Ключевые слова: система ФАПЧ, тип ФНЧ, характеристика ФД, режим циклических колебаний, полоса захвата, решение уравнений, приближенное решение, устойчивость к воздействию помех, влияние параметров характеристики ФД на полосу захвата

ВВЕДЕНИЕ

При расчете полосы захвата систем ФАПЧ любого порядка с прямоугольной характеристикой ФД применяют метод переходных характеристик [1]. Определять полосу захвата при прямоугольной характеристике ФД целесообразно по двум причинам [2, 3]:

– полоса захвата при прямоугольной характеристике ФД максимальна, и полученное при расчетах значение можно рассматривать как предельное для выбранного ФНЧ и различных характеристиках ФД;

– знание точного значения полосы захвата позволит оценить точность приближенных методов расчета, пригодных при произвольных характеристиках ФД.

* Статья получена 12 января 2014 г.

В ряде случаев в кольце ФАПЧ необходимо иметь ФНЧ, у которого частотная характеристика имеет крутые спады. Такая задача решается синтезом сложных фильтров. Задача определения основных характеристик кольца ФАПЧ при сложных ФНЧ решена приближенно. При расчете полосы захвата по приближенным формулам возникает большое расхождение между экспериментальными и расчетными данными.

В статье решается задача определения полосы захвата системы ФАПЧ при прямоугольной характеристике ФД [4–8, 11] и произвольном ФНЧ на основании критерия исчезновения циклического режима в системе ФАПЧ.

1. КРИТЕРИЙ ИСЧЕЗНОВЕНИЯ РЕЖИМА ЦИКЛИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

В системе ФАПЧ с прямоугольной характеристикой ФД и произвольным ФНЧ в установившемся режиме биений разность фаз непрерывно увеличивается (рис. 1, *а*), и напряжение на выходе ФД имеет вид последовательности прямоугольных импульсов (рис. 1, *б*). В этой последовательности интервалы времени T_1 и T_2 постоянны, где

T_1 – интервал времени, соответствующий изменению фазы от $2\pi k$ до $2\pi k + \pi$, т. е. положительному напряжению на выходе ФД,

T_2 – интервал времени, соответствующий изменению фазы от $2\pi k + \pi$ до $2\pi k + 2\pi$, т. е. отрицательному напряжению на выходе ФД.

Сумма интервалов T_1 и T_2 определяет длительность цикла колебаний. Последовательность импульсов представим в виде суммы функции включения, тогда значение разности фаз в любой момент времени определяем через сумму откликов на функцию включения:

$$\varphi(\tau) = \gamma \cdot \tau \pm \sum 2 \cdot q(\tau_i) \pm q(\tau_i), \quad (1)$$

где $q(\tau) = \frac{K(p)}{p^2}$.

Время действия τ_i определяется через сумму интервалов T_1 и T_2 . Знак определяется знаком соответствующей ступеньки. За время T_1 и за время T_2 фаза изменяется на π , а за время $T_1 + T_2$ – на 2π . Эти условия запишем в виде двух уравнений:

$$\begin{aligned} \varphi(\tau'') - \varphi(\tau') &= \pi = \gamma \cdot T_1 + 2q(T_1) + 2q(T_2) - 4q(T_1 + T_2) + \dots \\ &- 3q[(nT_2 + nT_1)] + q[nT_2 + (n+1)T_1]; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \varphi(\tau''') - \varphi(\tau') &= 2\pi = \gamma \cdot (T_1 + T_2) + q(nT_1 + nT_2) - \\ &- 2q[(n+1)T_2 + nT_1] + \dots + q[(n+1)(T_1 + T_2)]. \end{aligned} \quad (3)$$

Если уравнения (2) и (3) имеют действительное решение, то в схеме может существовать режим циклических колебаний, т. е. существует предельный цикл второго рода. Значение расстройки, при которой исчезает действительное решение системы уравнений (2) и (3), определяет границу, при которой исчезают циклические колебания.

В этом случае наступает режим захвата.

На основании полученного критерия можно рассчитать полосу захвата системы ФАПЧ с прямоугольной характеристикой ФД при любом ФНЧ, если известен его коэффициент передачи.

Прямоугольная характеристика ФД реализуется дискриминаторами с обратными связями (ДОС), которые изменением глубины обратных связей позволяют получить различные формы характеристик от линейных до прямоугольных и даже гистерезисных [4–8].

В работах [9, 10] проведен анализ преобразования процессов в дискриминаторах с обратными связями, показана их эффективность и помехоустойчивость.

2. РАСЧЕТ ПОЛОСЫ ЗАХВАТА ПРИ ФНЧ ТИПА 1/1, 2/2 И ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКЕ ФДОС

Пусть в кольце ФАПЧ используются ФНЧ типа 1/1 или 2/2. Коэффициент передачи для ФНЧ типа 1/1 имеет вид

$$K(p) = \frac{1 + p \cdot b_1}{1 + p \cdot a_1};$$

для ФНЧ типа 2/2 коэффициент передачи имеет вид

$$K(p) = \frac{1 + p \cdot b_1 + p^2 \cdot b_2}{1 + p \cdot a_1 + p^2 \cdot a_2}.$$

Переходную функцию $q(\tau)$ запишем в обобщенном виде

$$q(\tau) = \tau + C + A \cdot \exp(-\alpha \cdot \tau) + B \cdot \exp(-\beta \cdot \tau). \tag{4}$$

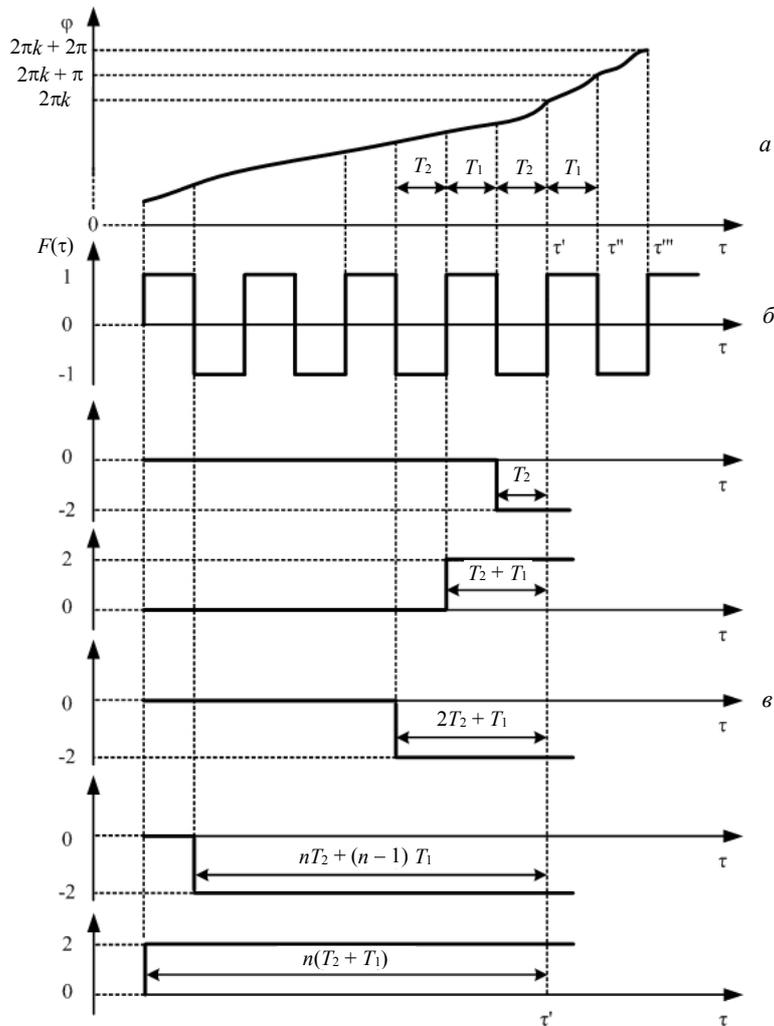


Рис. 1. К пояснению критерия исчезновения циклических колебаний

Значения коэффициентов α , β , A , B , C уравнения (4) для разных типов фильтров приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значения коэффициентов α , β , A , B , C

Значение коэффициента	Тип ФНЧ	
	1/1	2/2
$K(p)$	$\frac{1+p \cdot b_1}{1+p \cdot a_1}$	$\frac{1+p \cdot b_1+p^2 \cdot b_2}{1+p \cdot a_1+p^2 \cdot a_2}$
α	$\frac{1}{a_1}$	$\frac{a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4 \cdot a_2}}{2 \cdot a_2}$
β	0	$\frac{a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4 \cdot a_2}}{2 \cdot a_2}$
A	$a_1 - b_1$	$\frac{\beta - \frac{b_1}{a_1} - \alpha \cdot \frac{b_2}{a_2}}{\alpha \cdot (\beta - \alpha)}$
B	0	$\frac{\frac{b_1}{a_2} - \alpha - \beta \cdot \frac{b_2}{a_2}}{\beta \cdot (\beta - \alpha)}$
C	$b_1 - a_1$	

Подставив значение переходной функции (4) в уравнения (2), (3) и заменив в них геометрические прогрессии их предельными суммами, получим выражения

$$\pi = \gamma \cdot T_1 + T_1 + 2C + 2A \cdot \frac{e^{-\alpha \cdot T_1} + e^{-\alpha \cdot T_2} - 2e^{-\alpha \cdot (T_1+T_2)}}{1 - e^{-\alpha \cdot (T_1+T_2)}} +$$

$$+ 2B \cdot \frac{e^{-\beta \cdot T_1} + e^{-\beta \cdot T_2} - 2e^{-\beta \cdot (T_1+T_2)}}{1 - e^{-\beta \cdot (T_1+T_2)}}; \quad (5)$$

$$2\pi = \gamma \cdot (T_1 + T_2) + (T_1 - T_2). \quad (6)$$

Из уравнения (6) находим интервал времени T_2 :

$$T_2 = \frac{(1+\gamma) \cdot T_1 - 2\pi}{1-\gamma}. \quad (7)$$

Так как этот интервал отличен от нуля, то на величину интервала T_1 накладывается условие

$$T_1 > \frac{2\pi}{1+\gamma}. \quad (8)$$

Подставляя значение T_2 из (7) в уравнение (5), получим одно уравнение, соответствующее условию существования режима циклических колебаний,

$$\pi - 2C - T_1 \cdot (1+\gamma) = 2A \cdot e^{-\alpha \cdot T_1} + e^{-\alpha \frac{(1+\gamma)T_1 - 2\pi}{1-\gamma}} - 2e^{-\alpha \frac{2 \cdot (T_1 - \pi)}{1-\gamma}} +$$

$$+2B \cdot \frac{e^{-\beta \cdot T_1} + e^{-\beta \frac{(1+\gamma)T_1 - 2\pi}{1-\gamma}} - 2e^{-\beta \frac{2(T_1 - 2\pi)}{1-\gamma}}}{1 - e^{-\beta \left\{ T_1 + \frac{(\gamma+1)T_1 - 2\pi}{1-\lambda} \right\}}} \quad (9)$$

Запишем (9) в виде $F = F_1 - F_2 - F_3$, где F_1, F_2, F_3 – соответственно:

$$F_1 = \pi - 2C - T_1 \cdot (1 + \gamma);$$

$$F_2 = 2A \cdot \frac{e^{-\alpha \cdot T_1} + e^{-\alpha \frac{(1-\gamma)T_1 + 2\pi}{1-\gamma}} - 2e^{-\alpha \frac{2(T_1 - \pi)}{1-\gamma}}}{1 - e^{-\alpha \frac{2(T_1 - \pi)}{1-\gamma}}};$$

$$F_3 = 2B \cdot \frac{e^{-\beta \cdot T_1} + e^{-\beta \frac{(1-\gamma)T_1 - 2\pi}{1-\gamma}} - 2e^{-\beta \frac{2(T_1 - \pi)}{1-\gamma}}}{1 - e^{-\beta \frac{2(T_1 - \pi)}{1-\gamma}}}.$$

Функция $F(T_1)$ для различных значений начальной расстройки имеет вид, изображенный на рис. 2.

Если начальная расстройка меньше полосы захвата, то функция $F(T_1)$ лежит выше оси абсцисс, т. е. уравнение (9) не имеет действительного решения, в системе наступает захват. Если начальная расстройка больше полосы захвата, то функция имеет две точки пересечения с осью абсцисс и в системе возможен режим биений.

Полоса захвата определяется значением расстройки γ , при котором функция $F(T_1)$ касается оси абсцисс (рис. 2).

Рассмотрение кривых на рис. 2 показывает, что если решение уравнения (9) существует, то оно лежит в той области значений параметра T_1 , для которых функция $F(T_1)$ положительна. Из условия $F(T_1) > 0$ определяем максимальное значение интервала $T_{1\max}$:

$$T_{1\max} = \frac{\pi - 2C}{1 + \gamma}. \quad (10)$$

Знание границ интервала $T_{1\min}$ (8) и $T_{1\max}$ (10), в котором лежит искомое решение уравнения (9), облегчает вычисление полосы захвата γ .

При расчете γ , определяя точку касания T_{13} , одновременно с полосой захвата можно рассчитать период циклических колебаний T в момент захвата.

Согласно (9) он равен

$$T = T_{13} + T_{23} = \frac{2(T_{13} - \pi)}{1 - \gamma_3}. \quad (11)$$

Для пропорционально интегрирующего фильтра низких частот типа 1/1 расчет упрощается, так как $F_3 = 0$, полученные результаты расчета полосы захвата приведены на рис. 3.

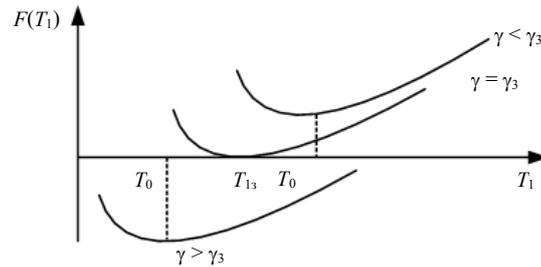


Рис. 2. График функции $F(T_1)$

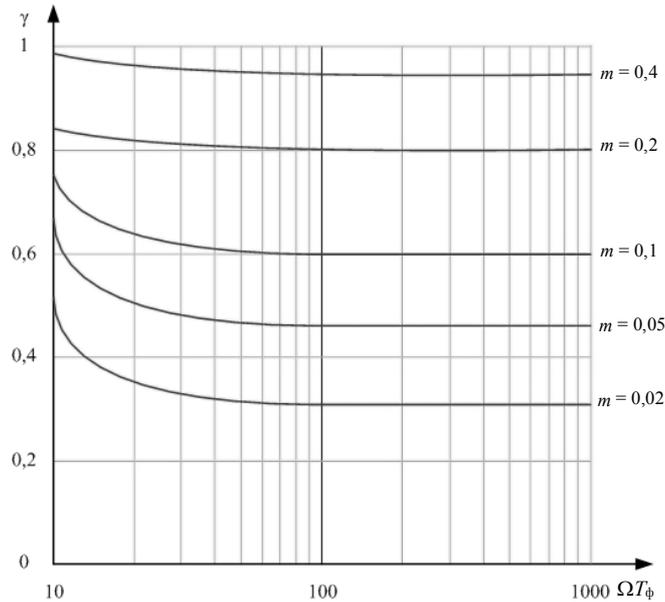


Рис. 3. Зависимость полосы захвата системы ФАПЧ γ при ФНЧ типа 1/1

Полоса захвата уменьшается с ростом постоянной времени фильтра и возрастает при увеличении отношения $m = \frac{R1}{R}$.

Для системы ФАПЧ с ФНЧ типа 2/2 на рис. 4 и 5 приведены графики зависимости полосы захвата от параметров фильтра a_1 , a_2 , b_1 и b_2 .

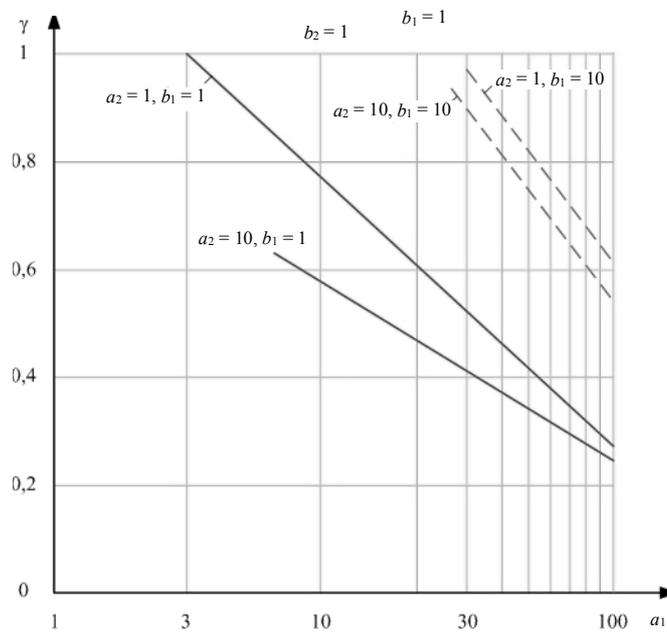


Рис. 4. Зависимость полосы захвата системы ФАПЧ γ при ФНЧ типа 2/2

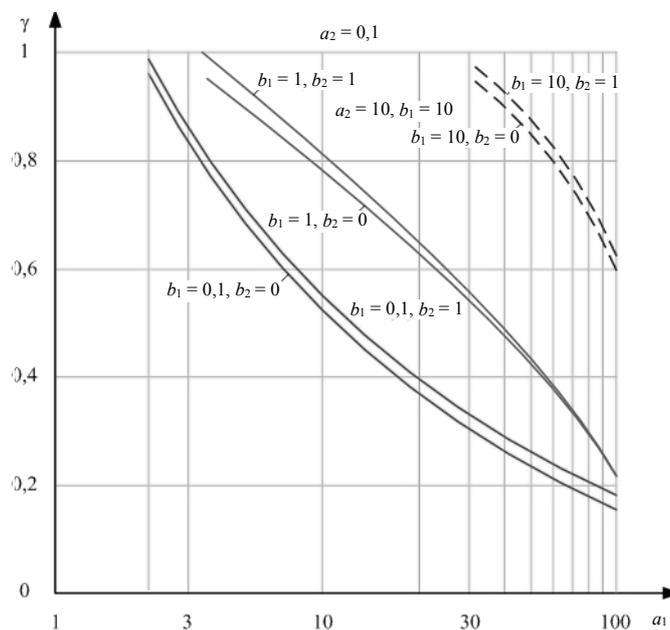


Рис. 5. Зависимость полосы захвата системы ФАПЧ γ при ФНЧ типа 2/2

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из анализа полученных результатов можно сделать вывод: полоса захвата системы ФАПЧ с прямоугольной характеристикой ФДОС уменьшается с ростом a_1 и a_2 (рис. 4) и увеличивается с ростом b_1 и b_2 (рис. 5). При этом на значение полосы захвата большое влияние оказывает коэффициент b_1 .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Самойло К.А., Федосова Т.С. Критерий исчезновения режима циклических колебаний в системе ФАПЧ // Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника. – 1975. – Т. 18, № 11. – С. 147–155.

[2] Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А. Системы фазовой автоподстройки частоты. – М.: Связь, 1972. – 447 с.

[3] Клэпер Дж., Фрэнкл Дж. Системы фазовой и частотной автоподстройки частоты: пер. с англ. / под ред. А.Ф. Фомина. – М.: Энергия, 1977. – 440 с.

[4] Плаксиенко В.С. Уровневая статистическая обработка дискретных сигналов. – М.: Учеб. лит., 2006. – 274 с.

[5] Плаксиенко В.С., Бондарь П.А. Балансные дискриминаторы с управляемой характеристикой // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. – 2009. – №3. – С. 12–14.

[6] Плаксиенко В.С., Кравченко Д.А. Моделирование и исследование дискриминаторов с обратными связями // Методы и алгоритмы эффективных решений (МАПР–09): материалы 17 междунар. науч. конф. – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2009. – С. 67–73.

[7] Плаксиенко В.С., Плаксиенко Н.Е. Система ФАПЧ с дискриминатором с управляемой характеристикой // Изв. акад. инж. наук им. А.М. Прохорова. – М.–Н. Новгород, 2011. – Юбилейный том, посвященный 20-летию Академии инженерных наук РФ. – С. 164–168.

[8] Плаксиенко В.С. Плотности распределения вероятностей в дискриминаторе с обратными связями // Изв. акад. инж. наук им. А.М. Прохорова. – М.–Н. Новгород, 2011. – Юбилейный том, посвященный 20-летию Академии инженерных наук РФ. – С. 155–163.

[9] Даниленко А.И., Плаксиенко В.С. Фазовый дискриминатор с обратными связями // Известия вузов СССР. Приборостроение. – 1973. – № 7. – С. 41–44.

[10] Радиоприемные устройства: учебник / Н.Н. Фомин, В.С. Плаксиенко и др.; под ред. Н.Н. Фомина. – 2-е изд. – М.: Радио и связь, 2003. – 520 с.

Плаксиенко Владимир Сергеевич, доктор технических наук, профессор, действительный член Академии инженерных наук им. А.М. Прохорова. Основное направление научных исследований – синтез и анализ систем и устройств формирования и обработки сигналов. Имеет более 200 публикаций. E-mail: vsp46@mail.ru

Плаксиенко Нина Евгеньевна, кандидат технических наук, доцент Инженерно-технической академии Южного федерального университета. Основное направление научных исследований – разработка и исследование систем и устройств формирования и обработки сигналов. Имеет более 100 публикаций. E-mail: vsp46@mail.ru

Сиденков Александр Сергеевич, аспирант Инженерно-технической академии Южного федерального университета. Основное направление научных исследований – разработка и исследование устройств формирования и обработки сигналов. Имеет 10 публикаций. E-mail: alexandrsidenkov@rambler.ru

The PLL capture range with the PD rectangular characteristic *

V.S. PLAKSIENKO¹, N.E. PLAKSIENKO², A.S. SIDENKOV³

¹ Southern Federal University, 44 Nekrasovskiy Lane, Taganrog, 347928, Russian Federation, D.Sc. (Eng.), e-mail: vsp46@mail.ru

² Southern Federal University, 44 Nekrasovskiy Lane, Taganrog, 347928, Russian Federation, PhD (Eng.), associate professor e-mail: vsp46@mail.ru

³ Southern Federal University, 44 Nekrasovskiy Lane, Taganrog, 347928, Russian Federation, post-graduate student, e-mail: alexandrsidenkov@rambler.ru

At present, to analyze systems with the phase-locked loop (PLL) it is necessary to analyze not only the magnitude of capture and holding ranges, but also the time of entry into synchronism, etc. Through the use of the criterion of the cyclical fluctuation mode disappearance, the PLL capture range was calculated with the phase detector (PD) rectangular characteristic and an arbitrary low-pass filter (LPF). It is known that the capture range with the PD rectangular characteristic is maximal and a calculated value can be considered as marginal. The type of the selected LPF is very important in terms of the magnitude of capture and holding ranges and in terms of sustainability. Given the exact value of the capture range it is possible to estimate the accuracy of approximate calculation methods suitable for arbitrary PD characteristics. The problem of determining the main characteristics of the PLL rings with complex LPF is solved approximately. In this article, the problem of determining the PLL capture range with a PD rectangular characteristic and arbitrary LPFs based on the criterion of the cyclic mode disappearance in the PLL is considered. Based on these criteria it is possible to calculate the PLL capture range with a PD rectangular characteristic with any LPFs if the transfer coefficient of these LPFs is known. A rectangular characteristic of the phase discriminator is implemented by structures with feedback that has sufficiently high frequency properties and resistance. It is also important to note that such discriminators increase the resistance to the effect of additive noises. The research results show what filter parameters and to what extent effect the PLL capture range.

Keywords: PLL, type low-pass filter, characteristic FD, cyclical fluctuation mode, capture range, solving equations, approximate solution, resistance to interference, the influence of the FD characteristics on the swath

REFERENCES

- [1] Samoylo K.A., Fedosova T.S. Kriterii ischeznoventia rezhima tsiklicheskih kolebaniy v sisteme FAPCh [Criterion of disappearances of the regime cyclical fluctuations in the PLL]. *Izv. vuzov SSSR. Radioelektronika – Proc. of Higher School of the USSR, Radioelectronics, 1975, vol. 18, no. 11, pp. 147-155.*
- [2] Shahgildyan V.V., Lyahovkin A.A. *Sistemy fazovoi avtopodstroiki chastoty* [System of phase-locked loop]. Moscow, Svyaz Publ., 1972. 447 p.
- [3] Kleper Dzh., Frenkl Dzh. *Sistemy fazovoi i chastotnoi avtopodstroiki chastoty* [System frequency and phase-locked loop]. Moscow, Energy Publ., 1977. 440 p.
- [4] Plaksienko V.S. *Urovnevaya statisticheskaya obrabotka diskretnykh signalov* [Level statistical processing of discrete signals]. Moscow, Uchebnaya literatura Publ., 2006. 274 p.
- [5] Plaksienko V.S., Bondar P.A. Balansnyie diskriminatory s upravlyaemoy harakteristikoy [Balanced discriminatory with controlled characteristic]. *Izvestiia vuzov Rossii. Radioelektronika – Proc. of Higher School. Radioelectronics, 2009, no. 3, pp. 12-14.*
- [6] Plaksienko V.S., Kravchenko D.A. Modelirovanie i issledovanie diskriminatorov s obratnymi svyazyami [Modeling and research of discrimination with feedback]. *Metody i algoritmy effektivnykh reshenii (MAPR-09). Materialy 17 mezhdunarodnoi nauchnoi konferentsii [Methods and algorithms of effective solutions (MAES-09)]. Materials of the 17th intern. sci. conf. Taganrog, 2009, pp. 67-73.*
- [7] Plaksienko V.S., Plaksienko N.E. Sistema FAPCh s diskriminatorom s upravlyaemoy harakteristikoy [PLL with discriminator with controlled characteristic] *Izvestiia akademii inzhenernykh nauk im. A.M. Prokhorova. Iubileinyi tom, posviashchennyi 20-letiiu Akademii inzhenernykh nauk RF – Proc. of the Academy of engineering Sciences named A.M. Prokhorov.*

* Manuscript received on 14 January 2014.

Jubilee, in proc. the 20th anniversary of the Academy of Engineering Sciences of the Russian Federation. Moscow-Nizhnii Novgorod, 2011, pp. 164-168.

[8] Plaksienko V.S. Plotnosti raspredeleniya veroyatnostey v diskriminatore s obratnymi svyaziyami [Density of distribution of probabilities in the discriminator with feedback]. *Izvestiia akademii inzhenernykh nauk im. A.M. Prokhorova. Jubileinyi tom, posviashchennyi 20-letiiu Akademii inzhenernykh nauk RF – Proceedings of the Academy of engineering Sciences named A.M. Prokhorov. Jubilee, in proc. the 20th anniversary of the Academy of Engineering Sciences of the Russian Federation*. Moscow-Nizhnii Novgorod, 2011, pp. 155-163.]

[9] Danilenko A.I., Plaksienko V.S. Fazovyi diskriminator s obratnymi svyaziyami [The phase discriminator with feedbacks]. *Izvestiia vuzov SSSR. Priborostroenie – News of higher education institutions of the USSR. Instrument making.* – 1973, no. 7. – P. 41-44.

[10] Fomin N.N., Plaksienko V.S. et al. *Radiopriemnyye ustroystva* [Radio receivers]. Moscow, Radio i svyaz Publ., 2003. 520 p.