

УДК 539.3

## Влияние параметров движущейся в подземном трубопроводе периодической нагрузки на напряжённо-деформированное состояние окружающего его массива<sup>1</sup>

В.Н. УКРАИНЕЦ<sup>1</sup>, С.Р. ГИРНИС<sup>2</sup>, Д.А. АЛИГОЖИНА<sup>3</sup>, А.К. ТЛЕУЛЕСОВ<sup>4</sup>

<sup>1</sup> 140008, Казахстан, г. Павлодар, ул. Ломова, 64, Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова, д. т. н., профессор, e-mail: vitnikukr@mail.ru

<sup>2</sup> 140008, Казахстан, г. Павлодар, ул. Ломова, 64, Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова, к. т. н., доцент, e-mail: girnis@mail.ru

<sup>3</sup> 140008, Казахстан, г. Павлодар, ул. Ломова, 64, Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова, магистрант, e-mail: aligojina@mail.ru

<sup>4</sup> 140008, Казахстан, г. Павлодар, ул. Ломова, 64, Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова, ст. преподаватель, e-mail: askaralek66@mail.ru

На основе решения задачи о действии подвижной периодической нагрузки на толстостенную круговую цилиндрическую оболочку в упругом полупространстве проведен численный анализ влияния скорости и периода равномерно движущейся в подземном трубопроводе нормальной осесимметричной синусоидальной нагрузки на напряжённо-деформированное состояние окружающего его породного массива. Движение оболочки и полупространства описывается динамическими уравнениями теории упругости в подвижной системе координат, связанной с нагрузкой. Вектора смещений выражаются через потенциалы Ламе. Для стационарного решения задачи используется метод неполного разделения переменных и метод разложения потенциалов на плоские волны и плоских волн в ряды по цилиндрическим функциям. Решение получено для скоростей движения нагрузки, не достигающих скорости волны Рэлея в полупространстве. При проведении компьютерных экспериментов рассчитаны прогибы земной поверхности над трубопроводом мелкого заложения и компоненты напряженно-деформированного состояния массива на контуре поперечного сечения трубопровода при различных скоростях и периодах нормальной осесимметричной синусоидальной нагрузки. Результаты расчетов представлены в виде таблиц. Анализируется влияние скорости движения нагрузки и ее периода на напряженно-деформированное состояние окружающего трубопровод породного массива. Установлен критерий для возможности использования более простой расчетной схемы подземного трубопровода.

**Ключевые слова:** подземный трубопровод, породный массив, земная поверхность, цилиндрическая оболочка, упругое полупространство, периодическая нагрузка, подвижная нагрузка, скорость движения нагрузки, напряженно-деформированное состояние

### ВВЕДЕНИЕ

В последние десятилетия широкое развитие получило строительство подземных магистральных трубопроводов, обеспечивающих транспортировку практически всего объема добываемого природного газа, большей части нефти и различных грузов. Наряду со статическим расчётом таких сооружений необходим их динамический расчёт. Среди динамических нагрузок на подземные трубопроводы следует выделить транспортные нагрузки (подвижные нагрузки, передаваемые сооружению транспортируемыми по нему объектами). В качестве основных модельных задач, используемых для динамических расчётов подземных трубопроводов на транспортную нагрузку, обычно рассматриваются задачи о действии подвижных нагру-

<sup>1</sup> Статья получена 29 января 2014 г.

зок на круговую цилиндрическую оболочку в упругом пространстве (в случае глубокого заложения трубопровода) или полупространстве (в случае мелкого заложения трубопровода). Особый интерес вызывает последняя задача, так как в этом случае обязательно следует учитывать влияние земной поверхности на концентрацию напряжений в окрестности оболочки при дифракции отражённых волн [1–7].

### 1. ПОСТАНОВКА И АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Используя для исследований модельный подход, представим подземный трубопровод как бесконечно длинную круговую цилиндрическую оболочку, ось которой совпадает с осью  $z$  декартовой  $(x, y, z)$  или цилиндрической  $(r, \theta, z)$  неподвижной системой координат. Оболочка расположена в линейно-упругом, однородном и изотропном полупространстве  $x \leq h$  параллельно его горизонтальной границе  $x = h$  (земной поверхности), свободной от нагрузок. Обозначим радиус наружной поверхности оболочки  $R_1$  ( $R_1 < h$ ), радиус внутренней поверхности –  $R_2$ . Контакт между оболочкой и окружающим её массивом полагаем жестким. Пусть на внутреннюю поверхность оболочки действует движущаяся с постоянной скоростью  $c$  в направлении оси  $z$  нагрузка  $P$ , периодическая по  $z$ . При этом будем считать, что скорость движения нагрузки меньше скоростей распространения волн сдвига в оболочке и окружающей её среде (дозвуковой случай). Физико-механические свойства массива и оболочки характеризуются соответственно следующими постоянными:  $\nu_1, \mu_1, \rho_1; \nu_2, \mu_2, \rho_2$ , где  $\nu_k$  – коэффициент Пуассона,  $\mu_k$  – модуль сдвига,  $\rho_k$  – плотность ( $k = 1, 2$ ). В дальнейшем индекс  $k = 1$  относится к массиву, а  $k = 2$  – к оболочке.

Определим реакцию оболочки и окружающего её массива на данную подвижную нагрузку, используя для описания их движения динамические уравнения теории упругости в подвижной системе координат  $\eta = z - ct$  [1]:

$$\left( \frac{1}{M_{pk}^2} - \frac{1}{M_{sk}^2} \right) \text{grad div } \mathbf{u}_k + \frac{1}{M_{sk}^2} \nabla^2 \mathbf{u}_k = \frac{\partial^2 \mathbf{u}_k}{\partial \eta^2}, \quad k = 1, 2, \quad (1)$$

где  $M_{pk} = c/c_{pk}$ ,  $M_{sk} = c/c_{sk}$  – числа Маха,  $c_{pk} = \sqrt{(\lambda_k + 2\mu_k)/\rho_k}$ ,  $c_{sk} = \sqrt{\mu_k/\rho_k}$  – скорости распространения волн расширения – сжатия и сдвига в массиве ( $k = 1$ ) и оболочке ( $k = 2$ );  $\lambda_k = 2\mu_k\nu_k / (1 - 2\nu_k)$ ,  $\mathbf{u}_k$  – векторы смещений точек массива и оболочки,  $\nabla^2$  – оператор Лапласа.

Выражая  $\mathbf{u}_k$  через потенциалы Ламе [8]

$$\mathbf{u}_k = \text{grad } \phi_{1k} + \text{rot}(\phi_{2k} \mathbf{e}_\eta) + \text{rot rot}(\phi_{3k} \mathbf{e}_\eta), \quad k = 1, 2, \quad (2)$$

преобразуем уравнения (1) к виду

$$\nabla^2 \phi_{jk} = M_{jk}^2 \frac{\partial^2 \phi_{jk}}{\partial \eta^2}, \quad j = 1, 2, 3, \quad k = 1, 2. \quad (3)$$

Здесь  $M_{1k} = M_{pk}$ ,  $M_{2k} = M_{3k} = M_{sk}$ .

Используя (2) и закон Гука, можно получить выражения для компонент напряжённо-деформированного состояния (НДС) массива ( $k = 1$ ) и оболочки ( $k = 2$ ) как функции от  $\phi_{jk}$ ,  $j = 1, 2, 3$ .

Таким образом, для определения компонент НДС оболочки и окружающей её упругой среды необходимо решить уравнения (3), используя следующие граничные условия:

– для свободной от нагрузок поверхности полупространства ( $x = h$ )

$$\sigma_{xx1} = \sigma_{xy1} = \sigma_{x\eta1} = 0; \quad (4)$$

– для оболочки и контактирующего с ней массива

$$\text{при } r = R_1 \quad u_{j1} = u_{j2}, \quad \sigma_{rj1} = \sigma_{rj2}, \quad \text{при } r = R_2 \quad \sigma_{rj2} = P_j(\theta, \eta), \quad j = r, \theta, \eta. \quad (5)$$

Здесь  $\sigma_{xx1}, \sigma_{xy1}, \sigma_{x\eta1}; \sigma_{rj1}, \sigma_{rj2}$  – компоненты тензоров напряжений,  $u_{j1}, u_{j2}$  – компоненты векторов перемещений,  $P_j(\theta, \eta)$  – составляющие интенсивности подвижной нагрузки  $P(\theta, \eta)$ .

Рассмотрим случай синусоидальной подвижной нагрузки с произвольной зависимостью от угловой координаты

$$P_j(\theta, \eta) = p_j(\theta) e^{i\xi\eta}, \quad p_j(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} P_{nj} e^{in\theta}, \quad j = r, \theta, \eta, \quad (6)$$

где константа  $\xi$  определяет период  $T = 2\pi/\xi$  действующей нагрузки.

Потенциалы  $\Phi_{jk}$  также будем искать в виде периодических по  $\eta$  функций

$$\Phi_{jk}(r, \theta, \eta) = \Phi_{jk}(r, \theta) e^{i\xi\eta}. \quad (7)$$

Подставляя (7) в (3), получим

$$\nabla_2^2 \Phi_{jk} - m_{jk}^2 \xi^2 \Phi_{jk} = 0, \quad j = 1, 2, 3, \quad k = 1, 2, \quad (8)$$

где  $m_{jk}^2 = 1 - M_{jk}^2$ ,  $m_{1k} \equiv m_{pk}$ ,  $m_{2k} = m_{3k} \equiv m_{sk}$ ,  $\nabla_2^2$  – двумерный оператор Лапласа.

В дозвуковом случае  $M_{sk} < 1$  ( $m_{sk} > 0$ ,  $k = 1, 2$ ), и мы приходим к известным решениям [1] уравнений (8)

$$\Phi_{jk} = \Phi_{jk}^{(1)} + \Phi_{jk}^{(2)}, \quad j = 1, 2, 3, \quad k = 1, 2, \quad (9)$$

где:

– для полупространства

$$\begin{aligned} \Phi_{j1}^{(1)} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nj} K_n(k_{j1}r) e^{in\theta}, \\ \Phi_{j1}^{(2)} &= \int_{-\infty}^{\infty} g_j(\xi, \zeta) \exp\left(iy\zeta + (x-h)\sqrt{\zeta^2 + k_{j1}^2}\right) d\zeta; \end{aligned} \quad (10)$$

– для оболочки

$$\begin{aligned} \Phi_{j2}^{(1)} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nj+3} K_n(k_{j2}r) e^{in\theta}, \\ \Phi_{j2}^{(2)} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nj+6} I_n(k_{j2}r) e^{in\theta}. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь  $I_n(kr)$ ,  $K_n(kr)$  – функции Бесселя первого и второго рода от мнимого аргумента,  $k_{j1} = |m_{j1}\xi|$ ,  $k_{j2} = |m_{j2}\xi|$ ,  $j = 1, 2, 3$ ;  $g_j(\xi, \zeta)$ ,  $a_{n1}, \dots, a_{n9}$  – неизвестные функции и коэффициенты, подлежащие определению.

Аналогично рассмотренной в [1] задачи о действии бегущей нагрузки на круговую полость в упругом полупространстве, в данном случае представление потенциалов в форме (9) с использованием граничных условий (4) и (5), при скоростях нагрузки меньших, чем скорость волны Рэлея  $c_R$  в рассматриваемой среде, приводит к системам линейных алгебраических уравнений с определителями  $\Delta_n(\xi, c)$  относительно неизвестных коэффициентов  $a_{nJ}$  ( $J = 1, 2, 3, \dots, 9$ ), для решения которых может быть использован метод последовательных отражений. Если определители  $\Delta_n(\xi, c)$  не равны нулю, определив коэффициенты  $a_{nJ}$ , можно вычислить компоненты напряжённо-деформированного состояния оболочки и окружающей её среды.

## 2. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ НДС ПОРОДНОГО МАССИВА. ВЫВОДЫ

Исследуем влияние на напряжённо-деформированное состояние окружающего трубопровод массива скорости движения  $c$  и периода  $T = 2\pi/\xi$  нормальной осесимметричной синусоидальной нагрузки  $P_r \equiv P$  с амплитудой  $P_A$ , оказывающей наибольшее давление на внутреннюю поверхность трубопровода в начале подвижной системы координат ( $\eta = 0$ ). В качестве примера рассмотрим подземный стальной трубопровод с характеристиками:  $\nu_2 = 0,3$ ,  $\mu_2 = 8,08 \cdot 10^{10}$  Па,  $\rho_2 = 7,8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $R_1 = 0,61$  м,  $R_2 = 0,59$  м [9]. Принимаем небольшую глубину заложения трубопровода  $h = 2R_1$ . Контакт трубопровода с массивом полагаем жёстким. Для исследований возьмём породы с различными механическими свойствами [10]:

- известняк –  $\nu_1 = 0,25$ ,  $\mu_1 = \mu = 2,8 \cdot 10^3$  МПа,  $\rho_1 = 2,65 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_{s1} = 1028$  м/с;  $c_R = 945$  м/с;
- алевролит –  $\nu_1 = 0,28$ ,  $\mu_1 = \mu = 4,69 \cdot 10^3$  МПа,  $\rho_1 = 2,7 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_{s1} = 1318$  м/с;  $c_R = 1218$  м/с.

В табл. 1 помещены результаты расчётов максимальных прогибов  $u_x = u_{x1}\mu/P_A$  ( $\eta = y = 0$ ,  $x = h$ ) земной поверхности при различных скоростях  $c$  и периодах  $T$  нагрузки. Расчеты проводились для алевролита.

Таблица 1

### Максимальные прогибы $u_x$ земной поверхности

c, м/с	T, м				
	2π	π	π/2	π/4	π/8
	$u_x$ , м				
100	0,204	0,124	0,036	0,003	0,000
400	0,218	0,136	0,041	0,004	0,000
600	0,232	0,153	0,050	0,005	0,000

Из анализа результатов расчётов следует, что увеличение скорости движения нагрузки ведет к увеличению прогибов земной поверхности. С уменьшением  $T$  прогибы уменьшаются и при  $T = \pi/4$  м, т. е. при  $T/h = 0,6$  они, как и другие компоненты НДС земной поверхности, практически равны нулю для всех рассматриваемых скоростей нагрузки. В этом случае толщина окружающего трубопровод динамически активного слоя массива приблизительно равна половине его глубины заложения. При дальнейшем уменьшении  $T$  толщина динамически активного слоя становится меньше. Таким образом, в случае  $T/h < 0,6$  для расчёта трубопровода на данную нагрузку можно использовать более простую расчетную схему – оболочку в безграничном упругом пространстве.

В табл. 2, 3 для нагрузки с периодом  $T = \pi/8$  м приведены результаты расчётов напряжённо-деформированного состояния рассматриваемых породных массивов на контуре поперечного сечения трубопровода в подвижной координатной плоскости  $x\eta$ , произведенные по двум расчетным схемам (РС): 1 – оболочка в упругом полупространстве, 2 – оболочка в упругом пространстве. Числа Маха  $M_R = c/c_R$  для пород – 0,9. В таблицах приняты следующие обозначения:  $u_r = u_{r1}\mu/P_A$ , м,  $\sigma_{rr} = \sigma_{rr1}/P_A$ ,  $\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\theta\theta 1}/P_A$ ,  $\sigma_{\eta\eta} = \sigma_{\eta\eta 1}/P_A$ .



Таблица 5

**Компоненты НДС массива алеврولита на контуре поперечного сечения трубопровода  
( $T = 2\pi$  м,  $c = 122$  м/с)**

РС	Комп. НДС	$\theta$ , град.						
		0	30	60	90	120	150	180
1	$u_r^\circ$	0,289	0,240	0,184	0,137	0,134	0,131	0,141
	$\sigma_{rr}^\circ$	-0,720	-0,388	-0,599	-0,440	-0,643	-0,485	-0,664
	$\sigma_{\theta\theta}^\circ$	0,607	0,484	0,610	0,557	0,571	0,404	0,448
	$\sigma_{\eta\eta}^\circ$	-0,212	-0,158	-0,184	-0,150	-0,194	-0,188	-0,221
2	$u_r^\circ$	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155
	$\sigma_{rr}^\circ$	-0,586	-0,586	-0,586	-0,586	-0,586	-0,586	-0,586
	$\sigma_{\theta\theta}^\circ$	0,432	0,432	0,432	0,432	0,432	0,432	0,432
	$\sigma_{\eta\eta}^\circ$	-0,189	-0,189	-0,189	-0,189	-0,189	-0,189	-0,189

### ВЫВОДЫ

Из анализа результатов следует, что даже при низких скоростях движения нагрузки отличия в значениях сравниваемых выше компонент напряжённо-деформированного состояния породных массивов довольно существенны. С увеличением скорости движения нагрузки эта тенденция усиливается.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] **Ержанов Ж.С., Айталиев Ш.М., Алексеева Л.А.** Динамика тоннелей и подземных трубопроводов. – Алма-Ата: Наука, 1989. – 240 с.
- [2] **Алексеева Л.А.** Фундаментальные решения уравнений движения упругого полупространства при дозвуковых бегущих нагрузках // Изв. Нац. акад. наук Респ. Казахстан. Сер. физ.-мат. – 2002. – № 5. – С. 53–58.
- [3] **Алексеева Л.А.** Действие стационарных бегущих нагрузок в упругом полупространстве // Мат. журн. – Алма-Ата, 2003. – Т. 3, № 1 (7). – С. 18–25.
- [4] **Украинец В.Н.** Динамика тоннелей и трубопроводов мелкого заложения под воздействием подвижных нагрузок. – Павлодар: Изд-во НИЦ ПГУ им. С. Торайгырова, 2006. – 123 с.
- [5] **Украинец В.Н.** Реакция упругого полупространства на движущуюся по подкрепленной полости скручивающую нагрузку // Тр. НГАСУ. – 2007. – Т. 10, № 1 (39). – С. 43–50.
- [6] **Алексеева Л.А., Украинец В.Н.** Динамика упругого полупространства с подкрепленной цилиндрической полостью при подвижных нагрузках // Прикладная механика. – 2009. – Т. 45, № 9. – С. 75–85.
- [7] **Украинец В.Н.** Реакция земной поверхности на движущуюся в тоннеле нагрузку // Изв. РАН. Механика твёрдого тела. – 2009. – № 2 (578). – С. 101–107.
- [8] **Новацкий В.** Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 872 с.
- [9] **Бородавкин П.П.** Подземные магистральные трубопроводы. – М.: Недра, 1982. – 384 с.
- [10] **Булычев Н.С.** Механика подземных сооружений в примерах и задачах. – М.: Недра, 1989. – 270 с.

*Украинец Виталий Николаевич*, доктор технических наук, профессор кафедры безопасности жизнедеятельности и защиты окружающей среды Павлодарского государственного университета Министерства образования и науки Республики Казахстан. Основное направление научных исследований – динамика подземных сооружений. Имеет около 150 публикаций, в том числе 3 монографии. E-mail: vitnikukr@mail.ru

*Гирнис Светлана Римонтовна*, кандидат технических наук, доцент кафедры вычислительной техники и программирования Павлодарского государственного университета Министерства образования и науки Республики Казахстан. Основное направление научных исследований – динамика подземных сооружений. Имеет более 70 публикаций, в том числе 3 монографии. E-mail: girnis@mail.ru

Алигожина Дина Амангельдыевна, магистрант кафедры безопасности жизнедеятельности и защиты окружающей среды Павлодарского государственного университета Министерства образования и науки Республики Казахстан. Основное направление научных исследований – безопасность эксплуатации подземных магистральных нефтепроводов. Имеет 3 публикации. E-mail: aligojina@mail.ru

Тлеулесов Аскар Каримжанович, старший преподаватель кафедры безопасности жизнедеятельности и защиты окружающей среды Павлодарского государственного университета Министерства образования и науки Республики Казахстан. Основные направления научных исследований – строительные материалы, динамика подземных сооружений. Имеет более 20 публикаций. E-mail: askaralek66@mail.ru

### ***Influence of parameters of a periodic load moving in the underground pipeline on the tense-deformed condition of the surrounding massif\****

V.N. UKRAINETS<sup>1</sup>, S.R. GIRNIS<sup>2</sup>, D.A. ALIGOZHINA<sup>3</sup>, A.K. TLEULESSOV<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Pavlodar State University. 64, Lomova St., Pavlodar, 140008, Kazakhstan, D.Sc. (Eng.), professor, e-mail: vitnikukr@mail.ru

<sup>2</sup> Pavlodar State University. 64, Lomova St., Pavlodar, 140008, PhD (Eng.), associate professor, e-mail: girnis@mail.ru

<sup>3</sup> Pavlodar State University. 64, Lomova St., Pavlodar, 140008, Kazakhstan, master student, e-mail: aligojina@mail.ru

<sup>4</sup> Pavlodar State University. 64, Lomova St., Pavlodar, 140008, Kazakhstan, senior teacher, e-mail: askaralek66@mail.ru

Based on the solved problem of an action of a moving periodic load on the thick-walled circular cylindrical cover in the elastic half-space, a numerical analysis of the effect of the velocity and the period of a normal axisymmetric sinusoidal load uniformly moving in the underground pipeline on the stress-deformed condition of the surrounding massif it is made. The movement of the shell and the half-space is described by dynamic equations of the elasticity theory in the load moving coordinates. Displacement vectors are expressed in terms of Lamé potentials. For a stationary solution of the problem, the method of incomplete separation of variables and the method of expansion of potentials into plane waves and plane waves into a series of cylindrical functions are used. The solution is obtained for load speeds that do not reach the velocity of the Rayleigh wave in a half-space. When conducting computer experiments, deflections of the ground surface above the pipeline of shallow laying as well as components of the stress-deformed condition of the pipeline cross section contour at various speeds and periods of a normal axisymmetric sinusoidal load are calculated. The results are presented in tabular form. The effect of the load movement speed and its period on the stress-deformed condition of the massif surrounding the pipeline is analyzed. A criterion for using a simpler design scheme of the underground pipeline is proposed.

**Keywords:** underground pipeline, massif, terrestrial surface, cylindrical shell, elastic half-space, periodic load, moving load, load speed, stress-deformed condition

#### **REFERENCES**

- [1] Erzhanov Zh.S., Aitaliev Sh.M., Alekseeva L.A. *Dinamika tonnelei i podzemnykh truboprovodov* [Dynamics of tunnels and underground pipelines]. Alma-Ata, Nauka Publ., 1989. 240 p.
- [2] Alekseeva L.A. Fundamental'nye reshenija uravnenij dvizhenija uprugogo poluprostranstva pri dozvukovyh begushhij nagruzkah [Fundamental solutions of the equations of movement of an elastic half-space at subsonic running loadings]. *Izvestija NAN RK* [Bulletin of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Series of physical-mathematical], 2002, no. 5. pp. 53-58.
- [3] Alekseeva L.A. Dejstvie stacionarnykh begushhij nagruzok v uprugom poluprostranstve [Action stationary running loads in an elastic half-space]. *Matematicheskij zhurnal – Mathematical Journal*, 2003, no. 1, pp. 18-25.
- [4] Ukrainets V.N. *Dinamika tonnelej i truboprovodov melkogo zalozenija pod vozdejstviem podvizhnyh nagruzok* [Dynamics of tunnels and pipelines under the influence of moving loads]. Pavlodar, Pavlodar State University named Torajgyrov Publ., 2006. 123 p.
- [5] Ukrainets V.N. Reakcija uprugogo poluprostranstva na dvizhushhujusja po podkreplennoj polosti skrudivajushhuju nagruzku [Reaction of the elastic half-space to twisting load moving along reinforced by cavity]. *Trudy NGASU* [Proc. of the Novosibirsk State Architectural and Construction University], 2007, no. 1, pp. 43-50.

---

\* Manuscript received January 29, 2014.

[6] Alekseeva L.A., Ukrainets V.N. Dinamika uprugogo poluprostranstva s podkreplenoj cilindricheskoj polost'ju pri podviznyh nagruzkah [Dynamics of elastic half-space reinforced by a cylindrical cavity under moving loads]. *Prikladnaja mehanika – International Applied Mechanics*, 2009, no. 9. – pp. 75-85.

[7] Ukrainets V.N. Reakcija zemnoj poverhnosti na dvizhushhujusja v tonnele nagruzku [Earth surface response to a load moving in a tunnel]. *Izvestija Rossijskoj akademii nauk. Mehanika tverdogo tela – Mechanics of Solids: a Journal of Russian Academy of Sciences*, 2009, no. 2 (578), pp. 101-107.

[8] Novackij V. *Teorija uprugosti* [Theory of elasticity]. Moscow, Mir Publ., 1975. 872 p.

[9] Borodavkin P.P. *Podzemnye magistral'nye truboprovody* [Underground pipelines]. Moscow, Nedra Publ., 1982. 384 p.

[10] Bulychev N.S. *Mekhanika podzemnykh sooruzhenii v primerakh i zadachakh* [Mechanics of underground structures in examples and problems]. Moscow, Nedra Publ., 1989. 270 p.