

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ
И УСТРОЙСТВ

MODELING OF PROCESSES
AND DEVICES

УДК 004.75

**Математическое моделирование сложных
гомеостатических систем***

О.М. ГЕРГЕТ¹, В.А. КОЧЕГУРОВ²

¹ 634050, РФ, г. Томск, пр. Ленина, 30, Национальный исследовательский Томский политехнический университет, кандидат технических наук, доцент. E-mail: olgagerget@tpu.ru

² 634050, РФ, г. Томск, пр. Ленина, 30, Национальный исследовательский Томский политехнический университет, кандидат технических наук, доцент. E-mail: kva06@rambler.ru

Статья является результатом научных исследований сотрудников кафедры прикладной математики Томского политехнического университета, работающих в коллективе научной школы «Разработка физических основ программного обеспечения энергоинформационного представления функциональных особенностей организма в задачах лечебно-профилактической медицины», и посвящена вопросам разработки современного инструментария, который позволит решать задачи регулирования и саморегулирования системы с целью поддержания стабильного состояния, компенсации и координации. В статье обоснована актуальность применения энергоинформационного подхода для оценки состояния здоровья организма человека. Выявлены закономерности развития на основе энергетических показателей. Приведена обобщенная структурная схема, отображающая взаимодействие всех систем организма. Рассмотрена гомеостатическая модель развития организма человека. Для оценки уровня изменения вектора состояния, характеризующего взаимные динамические связи между переменными состояниями, использованы среднегеометрические показатели для значений вектора состояний и скорости его изменения. Показана необходимость наблюдения за уровнем и темпом изменения переменных состояний при оценке функциональных возможностей организма ребенка. Изложены основные принципы оценки динамической эластичности и условия, качественно характеризующие упругие свойства организма. Нарушение данных условий указывает на накопление эффектов остаточной деформации, что приводит к деградации системы. В статье представлена методика вычисления коэффициентов, позволяющих охарактеризовать величину отклонения переменных состояний от равновесных значений и способность регуляторных механизмов организма обеспечивать условие устойчивого функционирования. Получены аналитические выражения для оценок характеристик магистралей развития и качественных свойств эластичности внутренней структуры системы по наблюдениям.

Ключевые слова: математическое моделирование, развивающаяся система, энергоинформационный подход, динамическая восприимчивость, эластичность, гомеостаз, равновесное состояние

DOI: 10.17212/1814-1196-2014-4-89-94

ВВЕДЕНИЕ

Баланс в динамической системе обеспечивается одним из главных механизмов, который носит название гомеостаз. В настоящее время существует большое количество определений гомеостаза. С одной стороны, под гомеостазом понимается состояние, при котором все процессы, ответственные за энергетические превращения, находятся в динамическом равновесии [1]. С другой стороны, гомеостаз – это свойство внутренней саморегуляции системы, ко-

* Статья получена 4 июня 2014 г.

Исследования проводились по заказу ГУ «Комитет науки Министерства образования и науки Республики Казахстан» в рамках выполнения госбюджетного договора по программе «Грантовое финансирование научных исследований».

торое определяется наличием совокупности обратных связей и сложных приспособительных реакций, направленных на устранение или максимальное ограничение факторов, нарушающих относительно устойчивое динамическое постоянство показателей внутренней среды [2, 3]. Однако все они отражают свойства компенсации, координации, регулирования и саморегулирования системы с целью поддержания стабильного состояния.

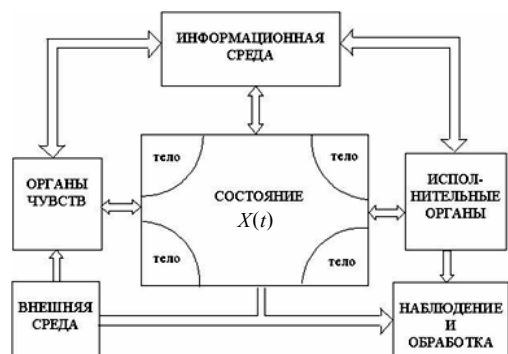
В статье поставлена задача на основе системной модели, отражающей энергоинформационные процессы, происходящие в организме, построить критерий для оценки сохранения на некотором временном интервале постоянства внутренней среды организма, обеспечивая его динамический гомеостаз.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Особой социальной значимостью является оценка здоровья и благополучия детей. Именно этот контингент является единственным резервом, определяющим фактически будущее общества. Организм ребенка при рождении испытывает стресс, что связано с резким изменением среды обитания, изменениями, происходящими в структуре и процессе функционирования жизненно важных систем. Его развитие в новых условиях обуславливается не только генетически, но и той внешней средой, в которой он оказывается после рождения [4, 5]. В связи с этим актуальность создания гомеостатической модели не вызывает сомнения. Наличие в организме регулярных механизмов обеспечивает ему адаптивные реакции на внешнюю среду. При этом адаптационные возможности организма зависят от запаса его функциональных резервов, которые непрерывно расходуются на поддержание балансного равновесия между потребностями организма и изменяющейся внешней средой за счет обменных энергоинформационных процессов.

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Гомеостатические свойства организма обусловлены индивидуальными особенностями ребенка, но в своей основе имеют единую структурную форму. Графически это отражено на рисунке.



Обобщенная структурная схема

Переменные $x(t)$ определяют внутреннее состояние организма и его изменение во времени, определяемое энергоинформационными процессами, поддерживаемыми информационной средой. Наличие информационной среды и обратных связей обеспечивает устойчивое функционирование организма вблизи равновесных состояний $x_0(t)$. Это исходит из понимания того, что организм обладает не только потенциальными резервами, но и кинетическими ресурсами, которые поддерживают внутренние энергетические затраты и восполнение усилий, расходуемых на взаимодействие с внешней средой [5–8].

Если ввести замену переменных состояния на обобщенные переменные $Q(t)$, то для них можно записать балансное уравнение, описывающее энергоинформационные процессы, кото-

рые представляют собой нелинейный многомерный гармонический осциллятор с медленно меняющейся правой частью [9]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \Delta W(Q(t), \dot{Q}(t))}{\partial \dot{Q}(t)} - \frac{\partial W(Q(t), \dot{Q}(t))}{\partial Q(t)} = F(Q(t), \dot{Q}(t)). \quad (1)$$

Здесь $Q(t) = Q(x(t))$, $\dot{Q}(t) = \dot{Q}(\dot{x}(t))$ – обобщенные переменные состояния, измеряемые в единой шкале; $F(Q(t), \dot{Q}(t))$ – силовая функция, которая при естественных потерях способствует восстановлению функциональных возможностей организма за счет внутренних и внешних источников энергии; $\Delta W(Q(t), \dot{Q}(t))$ характеризует энергетическую разность между внутренними кинетическими ресурсами и потенциальными резервами вблизи равновесных значений.

Режим $F_0(Q(t), \dot{Q}(t))$ характеризует динамическое равновесие, при котором исходные переменные состояния $x(t)$ совершают колебания вблизи равновесных значений $x_0(t)$. Медленные изменения равновесных значений $x_0(t)$ во времени фактически определяют закономерность развития организма, а колебания, формируемые многомерным гармоническим осциллятором, отражают внутреннюю структуру динамического гомеостаза организма (его эластичность). Это означает, что при оценке функциональных возможностей организма и его состояния на каждой стадии необходимо иметь наблюдение не только уровней переменных состояния, но и их динамических характеристик, к которым относится, в частности, сохранение эластичности внутренней структуры организма.

Ниже для оценки уровня изменений вектора состояния $x(t)$ будем использовать средне-геометрические показания для значений вектора $x(t)$ и скоростей его изменения:

$$r(x(t)) = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i(t)}, \quad r(\dot{x}(t)) = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n \dot{x}_i(t)}. \quad (2)$$

Относительное их изменение во времени вблизи равновесных значений $X_0(t)$ и $\dot{X}_0(t)$ равно

$$\begin{aligned} \left. \frac{1}{r(x(t))} \frac{dr(x(t))}{dt} \right|_{x=x_0} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\dot{x}_i(t)}{x_i}, \\ \left. \frac{1}{r(\dot{x}(t))} \frac{dr(\dot{x}(t))}{dt} \right|_{\dot{x}=\dot{x}_0} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\dot{x}_i(t)}{\dot{x}_i(t)}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь первое выражение указывает на возможный дрейф среднего значения показателей от их равновесных значений. Второе выражение указывает на наличие циклических процессов и позволяет оценить в среднем динамические характеристики организма.

Эти показатели на практике можно определить на основе силовых функций системных уравнений, которые записываются в виде

$$\dot{x}(t) = F(x(t)). \quad (4)$$

Вблизи равновесных траекторий $x(t) = x_0(t) + \Delta x(t)$ это уравнение можно представить в виде

$$\Delta \dot{x}(t) = \frac{\partial F^T(x(t))}{\partial x} \Delta x(t),$$

$$\Delta \bar{x}(t) = \left(\frac{\partial F^T(x(t))}{\partial x} \right)^2 \Delta x(t). \quad (5)$$

Подставляя эти выражения в уравнения (2) и (3), можно получить аналитические выражения для оценок характеристик магистралей развития и качественных свойств эластичности внутренней структуры системы в любой момент времени по наблюдениям. Важно знать значения входящих в уравнение параметров, которые можно получить, используя обучающую выборку.

Определение допустимых границ изменений средних величин в верхнем выражении (3) не представляет трудности, поскольку известны максимально возможные отклонения от каждой переменной состояния. Сложнее с нижним уравнением. Здесь можно воспользоваться обобщенными решениями для гармонического осциллятора в условиях равновесного баланса $\dot{x}_0(t) = F(x_0(t))$ в виде

$$\Delta \dot{x}^T(t) \Delta \dot{x}(t) + \Delta x^T(t) \left(\frac{\partial F^T(x(t))}{\partial x} \right)^2 = C^2.$$

В крайней точке, когда $\Delta \dot{x}(t) = 0$, $\Delta x(t)$ принимает максимальное (допустимое) значение Δx_m :

$$C^2 = \Delta x_m^T \left(\frac{\partial F^T(x)}{\partial x} \right)^2 \Delta x_m,$$

C^2 является энергетической характеристикой обменных процессов. С учетом (5) уравнение (3) можно записать в виде

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\frac{\partial F_i^T(x(t))}{\partial x_i} \Delta x_i(t)}{x_{i0}},$$

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\left(\frac{\partial F_i^T}{\partial x_i} \right)^2 \Delta x_i(t)}{\Delta \dot{x}_{i_d}}.$$

Здесь $\bar{\alpha}$ характеризует среднее значение отклонения переменных состояния от x_0 , $\bar{\gamma}$ определяет усредненное значение отклонений динамической взаимосвязи переменных состояния организма, что фактически характеризует динамическую эластичность организма. Данные условия качественно характеризуют упругие свойства организма.

При практическом применении полученных выражений необходимо знать численные значения входящих в уравнение коэффициентов и их взаимную зависимость. Это можно сделать, используя обучающие выборки [7].

ВЫВОДЫ

Приведена системная модель, отражающая энергоинформационные обменные процессы в организме и позволяющая получить адекватные оценки состояния обменных процессов, характеризующих состояние здоровья организма. Показана необходимость одновременного контроля не только уровня вектора состояния, но и динамическую взаимосвязь переменных состояния,

отражающего гомеостатические свойства организма. Получены аналитические выражения для критериев оценки функционирования динамических систем, использование которых на практике при обработке наблюдений позволяет сформировать более полную картину их состояния.

При этом обработка результатов наблюдений не является столь сложной. Однако при большом количестве наблюдаемых величин задачи обработки значительно усложняются, и в этих условиях целесообразно использовать математический аппарат и алгоритмы, базирующиеся на основе бионических моделей [10].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рохлов В.С., Трофимов С.Б. История развития учения о гомеостазе // Биология. – 2005. – № 22 (797). – С. 42–49.
2. Новосельцев В.Н. Теория управления и биосистемы. – М.: Наука, 1978. – 319 с.
3. Казначеев В.П. Проблемы гомеостаза в свете теории общей патологии и адаптации человека // Гомеостатика живых, технических, социальных и экологических систем. – Новосибирск: Наука, Сибирское отделение, 1990. – С. 9–19.
4. Прогнозирование здоровья детей раннего возраста / Е.И. Степанова, Р.П. Нарциссов, В.А. Кочегуров, Л.И. Константинова. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1987. – 160 с.
5. Кочегуров В.А., Константинова А.И. Динамическая модель гомеостаза для исследования степени напряжения регулярных механизмов при массовых обследованиях // Моделирование процессов и систем: межвуз. сб. – Томск: Изд-во Том. политехн. ин-та, 1982. – С. 164–169.
6. Гергет О.М., Кочегуров В.А. Использование энергетических и информационных показателей в оценке состояния функционирования медицинских систем // Известия Томского политехнического университета. – 2012. – Т. 321, № 5. – С. 117–120.
7. Константинова А.И., Кочегуров В.А., Кочегуров А.И. Информационные технологии магистралей в задачах доказательной медицины // Известия Томского политехнического университета. – 2011. – Т. 318, № 5. – С. 85–89.
8. Гергет О.М., Кочегуров В.А. Решение актуальных медицинских задач математическими методами: монография. – Saarbrücken, Germany: LAP Lambert Academic Publishing, 2012. – 145 с.
9. Кочегуров В.А. Системный подход при моделировании процессов в задачах лечебно-восстановительной медицины // Проблемы управления в социальных системах. – 2012. – Т. 5, вып. 8. – С. 41–48.
10. Гергет О.М., Константинова Л.И., Кочегуров В.А. Математические методы прогнозирования здоровья детей раннего возраста // Успехи современного естествознания. – 2013. – № 5. – С. 165–169.

Гергет Ольга Михайловна, кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики Национального исследовательского Томского политехнического университета. Основное направление научных исследований – разработка математических моделей для оценки состояния развивающихся систем. Автор более 80 научных публикаций. E-mail: olgagerget@tpu.ru

Кочегуров Владимир Александрович, доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики Национального исследовательского Томского политехнического университета. Основное направление научных исследований – математическое моделирование. Автор более 150 научных публикаций. E-mail: kva06@rambler.ru

*Mathematical modeling of complex homeostatic systems**

O.M. GERGET¹, V.A. KOCHEGUROV²

¹ National Research Tomsk Polytechnic University. 30 Lenin Prospekt, Tomsk, 634050, Russian Federation, Ph.D (Eng.), associate professor. E-mail: olgagerget@tpu.ru

² National Research Tomsk Polytechnic University. 30 Lenin Prospekt, Tomsk, 634050, Russian Federation, Ph.D (Eng.), associate professor. E-mail: kva06@rambler.ru

The article introduces the results obtained by staff members of the Applied Mathematics Department, National Research Tomsk Polytechnic University. Research was carried out within the school of thought concerned with the development of software physical foundations for the energy and information representation of human organism functional characteristics for curative and preventive treatment. The paper addresses the development of modern tools for

* Received 4 June 2014.

The studies were conducted to order of the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (SI) in the framework of the state budgetary agreement on the program "Grant funding for research" and was supported by the Ministry of education and science of the Russian Federation, project no 7.559.2011, state registration number of scientific research works 01201255056

solving problems of system regularization, compensation and coordination. The authors prove the relevance of the proposed energy-information approach to human health-state estimation and reveal progress patterns based on energy indexes. A generalized block diagram that reveals the interaction of all body internal subsystems is given. A homeostatic model of the human organism development is considered. To assess the level of a state-vector change characterizing mutual dependencies of variable states the authors use geometric mean values of the human body state vector and the rate of its change. It is necessary to observe the degree and rate of variable state changes while estimating functional capabilities of a child's organism. Basic principles of dynamic resilience evaluation as well as conditions qualitatively characterizing elastic properties of a human organism are described in the paper. The violation of these conditions indicates residual deformation accumulation, which results in system degradation. The paper proposes a method for calculating coefficients that characterize a variable state deviation from the equilibrium values and the ability of human regulation mechanisms to provide conditions for their stable functioning. Based on the authors' observations analytical expressions for estimating the characteristics of the development and qualitative properties of the system's internal structure elasticity are proposed.

Keywords: mathematical modeling, developing system, energy-information approach, dynamic susceptibility, resilient, homeostasis, equilibrium

REFERENCES

1. Rokhlov V.S., Trofimov S.B. Istoriya razvitiya ucheniya o gomeostaze [History of the development of the doctrine of homeostasis]. *Biologiya – Biology*, 2005, no. 22 (797), pp. 42–49.
2. Novosel'tsev V.N. *Teoriya upravleniya i biosistemy* [Control theory and biosystems]. Moscow, Nauka Publ., 1978. 319 p.
3. Kaznacheev V.P. Problemy gomeostaza v svete teorii obshchei patologii i adaptatsii cheloveka [Problems homeostasis in the light of the theory of general pathology and human adaptation]. *Gomeostatika zhivyykh, tekhnicheskikh, sotsial'nykh i ekologicheskikh system* [Homeostatics of living, technical, social and ecological systems]. Novosibirsk, Nauka Publ., Siberian Branch, 1990, pp. 9–19.
4. Stepanova E.I., Nartsisov R.P., Kochegurov V.A., Konstantinova L.I. Prognozirovaniye zdorov'ya detei rannego vozrasta [Predicting health of young children]. Tomsk, TSU Publ., 1987. 160 p.
5. Kochegurov V.A., Konstantinova A.I. [Dynamic model for the study of homeostasis degree of tension regular mechanisms for mass surveys]. *Mezhvuzovskii sbornik "Modelirovaniye protsessov i system"* [Interuniversity collection "Modeling of processes and systems"]. Tomsk, TPU Publ., 1982, pp. 164–169.
6. Gerget O.M., Kochegurov V.A. Ispol'zovaniye energeticheskikh i informatsionnykh pokazatelei v otsenke sostoyaniya funktsionirovaniya meditsinskikh system [The use of energy and information indicators when estimating the state of medical system functioning]. *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta – Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2012, vol. 321, no. 5, pp. 117–120.
7. Konstantinova A.I., Kochegurov V.A., Kochegurov A.I. Informatsionnye tekhnologii magistranei v zadachakh dokazatel'noi meditsiny [Highways information technologies in evidentiary medicine problems]. *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta – Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2011, vol. 318, no. 5, pp. 85–89.
8. Gerget O.M., Kochegurov V.A. *Reshenie aktual'nykh meditsinskikh zadach matematicheskimi metodami* [Actual medical problems are solved by mathematical methods]. Saarbrücken, Germany, LAP Lambert Academic Publishing, 2012. 145 p.
9. Kochegurov V.A. Sistemnyi podkhod pri modelirovanii protsessov v zadachakh lechenno-vosstanovitel'noi meditsiny [System approach to problem of modeling processes in medicine]. *Problemy upravleniya v sotsial'nykh sistemakh – Problems of Governance*, 2012, vol. 5, iss. 8, pp. 41–48.
10. Gerget O.M., Konstantinova L.I., Kochegurov V.A. Matematicheskie metody prognozirovaniya zdorov'ya detei rannego vozrasta [Mathematical methods of prognosis the health of young children]. *Uspekhi sovremennogo estestvoznaniya – Advances in current natural sciences*, 2013, no. 5, pp. 165–169.