

УДК 629.735.33.015.4

## Моделирование затухающих колебаний пластинки в вязкой жидкости\*

В.Л. ПРИСЕКИН<sup>1</sup>, В.А. БЕРНС<sup>2</sup>, В.Н. ЛУШИН<sup>3</sup>, Д.А. МАРИНИН<sup>4</sup>

<sup>1</sup> 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, доктор технических наук, профессор. E-mail: priseking@gmail.com

<sup>2</sup> 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, доктор технических наук, профессор. E-mail: v.berns@yandex.ru

<sup>3</sup> 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, кандидат технических наук, старший научный сотрудник. E-mail: lushin.victor@yandex.ru

<sup>4</sup> 662972, РФ, г. Железногорск, ул. Ленина, 52, ОАО «Информационные спутниковые системы» имени академика М.Ф. Решетнева, начальник отдела. E-mail: marinin\_dmitry@mail.ru

При проведении модального анализа трансформируемых космических конструкций необходим учет влияния воздушной среды на параметры собственных тонов колебаний. Экспериментальные исследования этого влияния предполагают выполнение значительного объема работ, так как изучаемое явление зависит от большого числа факторов. Настоящая работа посвящена исследованиям возможности оценки влияния воздушной среды на собственные частоты и декременты колебаний на масштабных моделях конструкций.

В качестве трансформируемой конструкции рассмотрен элемент солнечной батареи, моделью которого является жесткая прямоугольная пластинка. Записаны уравнения колебаний пластинки и движения вязкой жидкости, вызванного этими колебаниями. Изучены условия моделирования при испытании натуре и модели для случая геометрического подобия. Сделан вывод о больших сложностях моделирования при условии равенства частоты и демпфирования натуре и ее модели.

Введен критерий подобия, аналогичный параметру Рейнольдса, и разработаны масштабные модели элемента одного из типов солнечной батареи для моделирования диссипативных свойств натурального объекта. Создана экспериментальная установка и проведены исследования демпфирования конструкций на моделях. Полученные результаты позволяют говорить о правильности сделанных предположений о возможности моделирования декрементов колебаний.

**Ключевые слова:** модальный анализ, собственная частота, декремент колебаний, влияние воздушной среды, солнечная батарея, свободные колебания, вязкая жидкость, уравнения движения, моделирование, масштабная модель, критерий подобия, параметр Рейнольдса, экспериментальные исследования

DOI: 10.17212/1814-1196-2014-4-155-166

### ВВЕДЕНИЕ

При разработке мероприятий по обеспечению нормального функционирования крупногабаритных трансформируемых космических конструкций в течение заданного срока эксплуатации используются результаты экспериментального модального анализа [10]. Методике модальных испытаний и обеспечению достоверности их результатов посвящено большое количество работ, например [2, 7, 11, 12, 14–17].

Экспериментальные исследования модальных характеристик космических объектов производятся в наземных условиях, а наличие воздушной среды может оказать значительное влияние на собственные частоты и демпфирование колебаний таких конструкций [1]. Экспериментальные исследования этого влияния предполагают выполнение значительного объема

---

\* Статья получена 27 декабря 2013 г.

работ, так как изучаемое явление зависит от большого числа факторов. К ним относятся частота колебаний, амплитуда колебаний, габариты изделия (масштабный фактор), форма вида в плане и конфигурация торцевых частей, особенности конструкции изделия и качество его покрытия и т. д. [4–6, 9]. Проведение полного цикла испытаний на полноразмерных макетах типовых элементов конструкций и изделий потребует значительных материальных и временных затрат. Поэтому в настоящей работе исследована возможность оценки влияния воздуха на динамические характеристики конструкций на их масштабных моделях.

В качестве объекта исследований принят элемент одного из типов солнечных батарей, моделью которого является жесткая прямоугольная пластинка. Размеры элемента – 2000×1600×40 мм. Оценивается влияние воздушной среды на частоту и демпфирование свободных колебаний вращения пластинки.

### 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВОЗМОЖНОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ ПЛАСТИНКИ В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

#### Уравнения движения вязкой жидкости

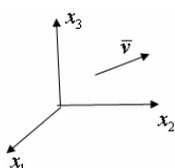


Рис. 1. Система координат

Введем метрическую декартову систему координат  $x_1, x_2, x_3$ . Течение частиц жидкости в этой системе будем характеризовать полем скоростей  $\vec{v} = \sum v_i(x_1, x_2, x_3, t)\vec{x}_i$  (рис. 1).

Здесь  $v_i$  – проекции вектора скорости частиц на оси координат, а  $\vec{x}_i$  – орты осей координат. Отметим, что приращение скорости частицы жидкости в момент времени  $t + dt$  относительно времени  $t$  определяется интервалом времени  $dt$  и изменением скорости за счет приращения координат частицы  $dx_1 = v_1 dt$ ,  $dx_2 = v_2 dt$ ,  $dx_3 = v dt_3$ . Таким образом, для проекций ускорения частицы имеем

$$\frac{Dv_i}{Dt} = \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial v_i}{\partial x_1} v_1 + \frac{\partial v_i}{\partial x_2} v_2 + \frac{\partial v_i}{\partial x_3} v_3.$$

Преобразуем полученное выражение ускорения с помощью операции

$$\text{grad } v_i = \frac{\partial v_i}{\partial x_1} \vec{x}_1 + \frac{\partial v_i}{\partial x_2} \vec{x}_2 + \frac{\partial v_i}{\partial x_3} \vec{x}_3.$$

Теперь субстанциональную производную представим в виде

$$\frac{Dv_i}{Dt} = \frac{\partial v_i}{\partial t} + (\text{grad } v_i) \vec{v}.$$

Уравнения движения несжимаемой жидкости выведем для бесконечно малого объема жидкости. Выделим в момент времени  $t$  элемент жидкости в форме прямоугольного параллелепипеда в окрестности точки  $x_1, x_2, x_3$  с ребрами  $dx_1, dx_2, dx_3$ . Сумма всех сил, действующих на элемент, включая и силы инерции, равна нулю. Этому же условию удовлетворяют и проекции сил. Таким образом, для проекций на ось  $x_1$  имеем:

$$- \text{силы инерции } -\rho \frac{Dv_1}{Dt} dx_1 dx_2 dx_3;$$

$$- \text{силы, приращения давления на грани } dx_2, dx_3 \left( -\frac{dp}{dx_1} dx_1 \right) dx_2 dx_3;$$

– приращения касательных сил в плоскостях  $x_2, x_1$  и  $x_1, x_3$ , вызванные сдвигом элемента в плоскости  $x_2, x_3$ ,  $\frac{\partial \tau_{21}}{\partial x_2} dx_2 dx_1 dx_3 + \frac{\partial \tau_{31}}{\partial x_3} dx_3 dx_1 dx_2$ .

Касательные силы выразим через деформации скоростей сдвига:

$$\tau_{21} = \eta \left( \frac{\partial v_2}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right), \quad \tau_{31} = \eta \left( \frac{\partial v_3}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_3} \right).$$

Здесь  $\eta$  – динамическая вязкость жидкости.

Выпишем размерности введенных параметров в системе СИ:  $[x_i] = \text{м}$ ,  $[v_i] = \text{м/с}$ ,  $[\rho] = \text{кг/м}^3$ ,  $[p] = \text{Н/м}^2$ ,  $[\eta] = \text{Н}\cdot\text{с/м}^2$ .

Условие равновесия всех сил, действующих на бесконечно малый элемент, приводит к уравнениям движения:

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial v_1}{\partial t} + \frac{\partial v_1}{\partial x_1} v_1 + \frac{\partial v_1}{\partial x_2} v_2 + \frac{\partial v_1}{\partial x_3} v_3 \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x_1} + \eta \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{\partial v_2}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right) + \eta \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{\partial v_3}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_3} \right), \\ \rho \left( \frac{\partial v_2}{\partial t} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} v_1 + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} v_2 + \frac{\partial v_2}{\partial x_3} v_3 \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x_2} + \eta \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{\partial v_3}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_3} \right) + \eta \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right), \\ \rho \left( \frac{\partial v_3}{\partial t} + \frac{\partial v_3}{\partial x_1} v_1 + \frac{\partial v_3}{\partial x_2} v_2 + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} v_3 \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x_3} + \eta \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right) + \eta \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{\partial v_2}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_2} \right) \end{aligned}$$

Компоненты скорости течения жидкости и давление удовлетворяют этой системе дифференциальных уравнений. Получим еще одно уравнение для вектора вихревого движения жидкости

$$\bar{R} = \text{rot } \bar{v}.$$

Применим к уравнениям движения оператор  $\text{rot}$ :

$$\frac{\partial \bar{R}}{\partial t} + \text{rot}(\bar{R} \times \bar{v}) = \frac{\eta}{\rho} \Delta \bar{R}.$$

Здесь  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}$  – оператор Лапласа.

Будем изучать движение воздуха, вызванное колебаниями пластинки, изображенной на рис. 2.

Пластинка вращается относительно оси  $x_2$  как абсолютно жесткое тело. Примем, что пластинка изготовлена из материала со средней плотностью  $\rho_0$ , толщиной  $\delta$ . Размеры пластинки  $2a \times b$ . Задана крутильная жесткость опоры  $k$ . Полагая, что плотность равномерно распределена по пластинке, вычислим момент инерции относительно оси  $x_2$ :

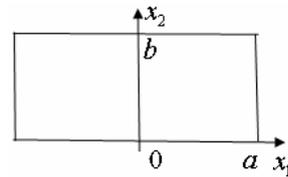


Рис. 2. Пластинка в местной системе координат

$$J = \frac{2}{3} \rho_0 \delta a^3 b.$$

Для выявления условий моделирования взаимодействия воздуха и пластинки приведем уравнения течения и уравнения движения пластинки к безразмерному виду. Введем параметры:

$$x_i = \tilde{x}_i a, \quad v_i = \tilde{v}_i \frac{a}{T}, \quad t = \tilde{t} T, \quad p = \tilde{p} \rho \frac{a^2}{T^2}.$$

Здесь  $T$  – фиксированный интервал времени. Условимся сохранить за безразмерными параметрами их начальные обозначения, тогда запишем уравнения течения в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_1}{\partial t} + \frac{\partial v_1}{\partial x_1} v_1 + \frac{\partial v_1}{\partial x_2} v_2 + \frac{\partial v_1}{\partial x_3} v_3 &= -\frac{\partial p}{\partial x_1} + \frac{\eta T}{\rho a^2} \left[ \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{\partial v_2}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{\partial v_3}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_3} \right) \right], \\ \frac{\partial v_2}{\partial t} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} v_1 + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} v_2 + \frac{\partial v_2}{\partial x_3} v_3 &= -\frac{\partial p}{\partial x_2} + \frac{\eta T}{\rho a^2} \left[ \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{\partial v_3}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right) \right], \\ \frac{\partial v_3}{\partial t} + \frac{\partial v_3}{\partial x_1} v_1 + \frac{\partial v_3}{\partial x_2} v_2 + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} v_3 &= -\frac{\partial p}{\partial x_3} + \frac{\eta T}{\rho a^2} \left[ \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{\partial v_2}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_2} \right) \right]. \end{aligned}$$

Переход к безразмерным уравнениям позволяет ввести критерии подобия для моделирования течения воздуха, вызванного колебаниями пластинки:

$$\text{Re} = \frac{\rho a^2}{\eta T}, \quad \lambda = \frac{a}{b}.$$

Здесь  $\text{Re}$  – параметр Рейнольдса;  $\lambda$  – удлинение пластинки. Отметим, что сохранение значений этих параметров для модели позволяет сделать вывод об одинаковом законе распределения давления на пластинку и ее модель.

#### Уравнения движения пластинки

Движение пластинки в вязкой среде происходит под действием перепада давления на поверхность пластинки, момента сил инерции и жесткости опоры на кручение. Для системы с одной степенью свободы уравнение движения пластинки имеет вид

$$\frac{2}{3} \rho_0 \delta a^3 b \ddot{\varphi} + 2 \int_0^a \int_0^b x_1 (p_+ - p_-) dx_1 dx_2 + k \varphi = M_2,$$

где  $\varphi$  – угол поворота пластинки относительно оси  $x_2$ ;  $M_2$  – крутящий момент внешних сил, действующих на пластинку;  $p_+$ ,  $p_-$  – давления на поверхностях пластинки.

Однозначное решение этого уравнения определяется начальными условиями. Течение жидкости, вызванное пластинкой, нестационарное и, конечно, неламинарное. Поэтому примем, что силы сопротивления зависят от квадрата скорости бесконечно малого элемента пластинки  $dx_1 dx_2$ :

$$p_+ - p_- = c_x \frac{\rho w^2}{2} \text{sign } w.$$

Скорость  $w$  элемента пластинки в окрестности точки  $x_1, x_2$  вычислим по формуле  $w = x_1 \dot{\phi}$ . Для постоянного коэффициента лобового сопротивления  $c_x$  момент аэродинамических сил относительно оси вращения равен

$$\frac{1}{4} c_x \rho a^4 b \dot{\phi}^2 \text{sign } \dot{\phi}.$$

Тогда уравнение движения пластинки представим в виде

$$\frac{2}{3} \rho_0 \delta a^3 b \ddot{\phi} + \frac{1}{4} c_x \rho a^4 b \dot{\phi}^2 \text{sign } \dot{\phi} + k\phi = M_2.$$

Преобразуем это уравнение, переходя к безразмерному времени  $t = \tilde{t}T$ :

$$\ddot{\phi} + \frac{3}{8} \frac{c_x \rho a}{\rho_0 \delta} \dot{\phi}^2 \text{sign } \dot{\phi} + \frac{kT^2}{\frac{2}{3} \rho_0 \delta a^3 b} \phi = \frac{M_2 T^2}{\frac{2}{3} \rho_0 \delta a^3 b}.$$

Для изучения свободных колебаний пластинки следует принять  $M_2 = 0$ . Поэтому уравнения движения запишем в виде

$$\ddot{\phi} + h \dot{\phi}^2 \text{sign } \dot{\phi} + \tilde{\omega}^2 \phi = 0.$$

Приведем коэффициенты этого уравнения:

$$h = \frac{3}{8} c_x \frac{\rho a}{\rho_0 \delta} \text{ — параметр, характеризующий сопротивление жидкости; } \frac{\tilde{\omega}^2}{T^2} = \frac{k}{\frac{2}{3} \rho_0 \delta a^3 b} \text{ —}$$

квадрат частоты свободных колебаний пластинки в вакууме. Интересно отметить, что множитель при коэффициенте сопротивления — это отношение поверхностной плотности слоя воздуха толщиной  $a$  к поверхностной плотности пластинки. Кроме того, по условию моделирования параметры  $\omega$ ,  $h$  для пластинки и ее модели должны совпадать.

Приведем параметры модели:

$$\text{Re} = \frac{\tilde{\rho} \tilde{a}^2}{\tilde{\eta} \tilde{T}}, \quad \tilde{\lambda} = \frac{\tilde{a}}{\tilde{b}}, \quad \tilde{h} = \frac{3}{8} \tilde{c}_x \frac{\tilde{\rho} \tilde{a}}{\tilde{\rho}_0 \tilde{\delta}}, \quad \tilde{\omega} = \sqrt{\frac{\tilde{k} \tilde{T}^2}{\frac{2}{3} \tilde{\rho}_0 \tilde{\delta} \tilde{a}^3 \tilde{b}}}.$$

Здесь знак «~» указывает на принадлежность параметра к модели.

Выпишем (для справки) условия моделирования натурального объекта:

$$\text{Re} = \tilde{\text{Re}}, \quad \lambda = \tilde{\lambda}, \quad h = \tilde{h}, \quad \omega = \tilde{\omega}.$$

Изучим условия моделирования при испытании натуре и модели в воздухе для случая геометрического подобия  $\tilde{a} = a/n$ ,  $\tilde{b} = b/n$ . Здесь принято, что модель в плоскости  $x_1, x_2$  меньше натуре в  $n$  раз.

Таким образом, имеем следующее:

- $\tilde{\lambda} = \lambda = a / b$ ;

- течение воздуха. Условие подобия течения Рейнольдса:  $R\tilde{e} = Re$ . Здесь  $R\tilde{e} = \frac{\rho a^2}{\eta \tilde{T} n^2}$ .

Для выполнения равенства следует принять  $\tilde{T} n^2 = T$ . Тогда имеем выражение для интервала времени модели  $\tilde{T} = \frac{T}{n^2}$ . В этом случае можно считать, что  $\tilde{c}_x = c_x$ ;

- условие подобия затухающих колебаний пластинки и модели  $\tilde{h} = h$ , где  $\tilde{h} = \frac{3}{8} c_x \frac{\rho a}{\tilde{\rho}_0 \tilde{\delta} n}$ .

Равенство параметров выполняется, если  $\tilde{\rho}_0 \tilde{\delta} n = \rho_0 \delta$ . Тогда имеем выражение поверхностной плотности пластинки  $\tilde{\rho}_0 \tilde{\delta} = \frac{\rho_0 \delta}{n}$ ;

- условие для частот свободных колебаний пластинки и ее модели  $\tilde{\omega}^2 = \omega^2$ . Для частоты модели имеем

$$\tilde{\omega}^2 = \frac{\tilde{k} \tilde{T}^2}{\frac{2}{3} \tilde{\rho}_0 \tilde{\delta} \tilde{a}^3 \tilde{b}}.$$

Условие подобия выполняется, если  $\tilde{k} = k / n$ .

Для соответствия результатов испытаний в воздухе природы и модели имеем условия:

$$\tilde{a} = \frac{a}{n}, \quad \tilde{b} = \frac{b}{n}, \quad \tilde{T} = \frac{T}{n^2}, \quad \tilde{\rho}_0 \tilde{\delta} = \frac{\rho_0 \delta}{n}, \quad \tilde{k} = \frac{k}{n}.$$

#### Частный случай $n = 4$

Натурный объект – затухающие колебания пластинки в воздухе. Задана температура 20 °С, давление 760 мм рт. ст. Примем для пластинки:  $a = 1$ ;  $b = 1,6$ ;  $T = 1$  с; масса пластинки равна 6,773 кг, поэтому для поверхностной плотности имеем  $\rho_0 \delta = 2,12$  кг/м<sup>2</sup>, минимальная жесткость на кручение составляет  $k_0 = 0,885$  Н·м.

Вычислим параметры подобия для модели при  $n = 4$ :  $\tilde{a} = 0,25$ ;  $\tilde{b} = 0,4$ . Таким образом, имеем  $\tilde{\lambda} = \lambda$ . Число Рейнольдса для натурального объекта равно  $Re = 69\,930$ . Для сохранения условий обтекания модели пластинки выполняется условие  $R\tilde{e} = Re$ . Поэтому для интервала времени имеем оценку  $\tilde{T} = 0,0625$ .

Поверхностная плотность модели пластинки определена ранее:  $\tilde{\rho}_0 \tilde{\delta} = 0,529$ . Для сохранения частоты колебаний примем  $\tilde{k} = 0,221$  Н·м. Теперь все параметры модели определены.

#### Колебания в разных средах

Рассмотрим возможность проведения испытаний модели в жидкости. Например, для воды имеем  $\eta = 1,01 \cdot 10^{-3}$ ,  $\rho = 998$ ,  $\eta / \rho = 1,01 \cdot 10^{-6}$ . Размерности параметров даны в табл. 1 и 2. В таблицах введено обозначение  $\nu = \eta / \rho$ .

Таблица 1

**Размерности параметров. Газы**

№	Вещество	$\eta$ , Па·с	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$\nu$ , м <sup>2</sup> /с
1	Азот	1.79E-5	1.26E+0	1.42E-5
2	Аммиак	1.03E-5	7.71E-1	1.34E-5
3	Аргон	2.27E-5	1.78E+0	1.27E-5
4	Ацетилен	1.03E-5	1.18E+0	8.74E-6
5	Водород	8.94E-6	8.99E-2	9.94E-5
6	Воздух	1.85E-5	1.29E+0	1.43E-5
7	Гелий	1.99E-5	1.78E-1	1.12E-4
8	Кислород	2.07E-5	1.43E+0	1.45E-5
9	Неон	3.17E-5	9.01E-1	3.52E-5
10	Окись углерода	1.78E-5	1.26E+0	1.41E-05

Таблица 2

**Размерности параметров. Жидкости**

№	Вещество	$\eta$ , Па·с	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$\nu$ , м <sup>2</sup> /с
1	Ацетон	3.20E-4	7.91E+2	4.05E-7
2	Бензин	5.20E-4	7.00E+2	7.43E-7
3	Бензол	6.50E-4	8.79E+2	7.39E-7
4	Вода	1.01E-3	9.98E+2	1.01E-6
5	Глицерин	1.48E+0	1.26E+3	1.17E-3
6	Ртуть	1.54E-3	1.36E+4	1.14E-7
7	Спирт метиловый	5.80E-4	7.92E+2	7.32E-7
8	Спирт этиловый	1.20E-3	7.90E+2	1.52E-6
9	Толуол	6.10E-4	8.66E+2	7.04E-7

Движение жидкости и колеблющейся модели пластинки определены параметрами  $\tilde{a}$ ,  $\tilde{b}$ . Выбирая за единицу длины размер  $\tilde{a}$ , приходим к заключению: следует выдержать подобие пластинки и ее модели:

$$\tilde{a} = \frac{a}{n}, \quad \tilde{b} = \frac{b}{n}.$$

Для колебаний пластинки в воздухе примем  $Re = 69\ 930$ , а движение модели в воде характеризуется  $R\tilde{e} = \frac{\tilde{\rho}\tilde{a}^2}{\tilde{\eta}\tilde{T}}$ . Тогда  $R\tilde{e} = \frac{\tilde{\rho}a^2}{\tilde{\eta}\tilde{T}n^2}$ .

Условие выбора параметров модели сведено к уравнению

$$R\tilde{e} = \frac{\tilde{\rho}a^2}{\tilde{\eta}\tilde{T}n^2} = \frac{\rho a^2}{\eta T n^2}.$$

Преобразуем это выражение к виду  $0,101\tilde{T}n^2 = 1,43T$ .

Изучим условие по демпфированию движения модели пластинки, принимая, что коэффициент  $c_x$  сохраняет значение и не меняется:  $\frac{\tilde{\rho} \tilde{a}}{\tilde{\rho}_0 \tilde{\delta}} = \frac{\rho a}{\rho_0 \delta}$ . Теперь для вычисления параметров

модели имеем еще одно условие:  $\tilde{\rho}_0 \tilde{\delta} = \frac{998a}{n0,6413 \cdot 10^{-5}}$ . Отметим, что для  $n \approx 10$  поверхностная

плотность модели пластинки достигает нереальных значений порядка  $1,6 \cdot 10^7$  кг/м<sup>2</sup>. Этот результат приводит к выводу о больших сложностях испытаний модели пластинки в жидкой среде.

## 2. ИССЛЕДОВАНИЯ ДЕМПФИРОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ КОНСТРУКЦИЙ НА МАСШТАБНЫХ МОДЕЛЯХ

В связи с тем, что одновременное выполнение условия подобия течения, условия подобия затухающих колебаний и условия равенства частот свободных колебаний пластинки и ее модели является очень сложным в практической реализации, здесь предпринята попытка моделирования только демпфирования колебаний натуре. Поскольку за динамическое подобие течений, возникающих на модели и натурном объекте, отвечает критерий Рейнольдса [13], то при его выполнении есть основания получить подобные значения декрементов колебаний.

### Экспериментальная установка

Конструктивная схема экспериментальной установки, ориентированной на работу с моделями масштабом порядка 1:10 натурального объекта, показана на рис. 3. В качестве натурального объекта в настоящей работе был использован один из видов панелей солнечных батарей, имеющих размеры 2000×1600×40 мм.

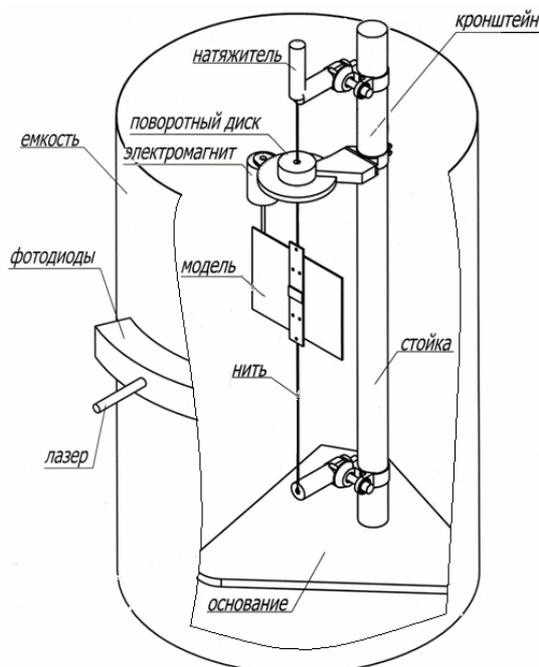


Рис. 3. Конструктивная схема экспериментальной установки

В качестве натурального объекта был использован один из видов панелей солнечной батареи. Чтобы обеспечить колебания моделей в широком диапазоне частот – от долей до десятков герц – и исключить влияние побочных факторов в виде люфтов и механического трения, была выбрана схема подвески модели в виде стальных нитей, закрепленных на специальных кронштейнах. Подвеска предусматривает возможность предварительного натяжения нити.

Для осуществления запуска колебательного процесса на опорной стойке смонтировано пусковое устройство, выполненное в виде диска с рычагом. На диске смонтирован лимб, осуществляющий нормирование стартового отклонения модели от положения равновесия. На рычаге закреплен электромагнит со штоком. В начальном положении шток электромагнита касается внешнего края модели и при повороте диска отклоняет модель на определенный угол. После включения электромагнита шток отводится от модели, запуская процесс свободных колебаний. Регистрация колебаний производится по отклонению луча лазера и фиксируется линейкой из фотодиодов. Сигнал с фотодиодов в виде затухающих колебаний обрабатывается по программе, построенной на основе метода Ланцоша [3, 8]. Затем определяются частота и декремент свободных колебаний модели.

*Результаты исследований*

Экспериментальные исследования были проведены на шести моделях, выполненных в масштабе 1:10, различающихся массово-инерционными характеристиками. Варьировалась также жесткость подвески. При небольших размерах моделей и малых скоростях движения для воспроизведения чисел Рейнольдса, близких к натурным, испытания производились в воде, так как кинематическая вязкость воды в 15 раз меньше, чем у воздуха. Числа Рейнольдса рассчитывались по полуразмаху модели и амплитудным значениям скорости панели.

Сравнение декрементов колебаний, полученных на масштабных моделях, с результатами испытаний натурной конструкции для подобных кинематических условий показали удовлетворительное соотношение декрементов колебаний (рис. 4). На рисунке приняты обозначения:  $\epsilon$  – декремент колебаний,  $\blacklozenge$  – результаты модельных испытаний;  $\blacktriangle$ ,  $x$ ,  $\bullet$  – результаты испытаний натурной конструкции.

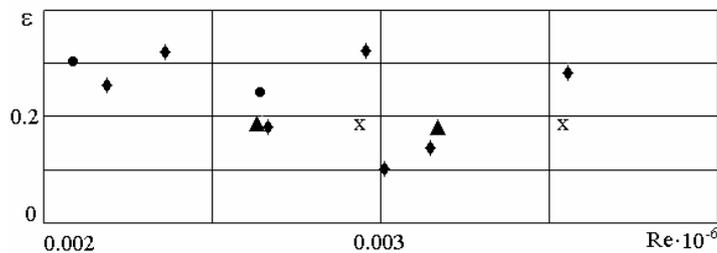


Рис. 4. Результаты модельных и натуральных испытаний

Следует отметить некоторые закономерности в поведении декремента и частоты свободных колебаний. Например, было обнаружено существенное снижение декрементов с уменьшением амплитуды колебаний для всех вариантов моделей, жесткостей подвески и видов окружающей среды. Результаты испытаний в воздушной среде показали, что независимо от жесткости подвески амплитудная зависимость декремента колебаний практически одинакова для всех моделей. При этом скорость роста декремента с увеличением амплитуды растет по мере уменьшения момента инерции модели.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Теоретические исследования возможности моделирования процесса затухающих колебаний на масштабных моделях натурных конструкций с выполнением одновременно условий подобия как по частоте свободных колебаний, так и по демпфированию позволили установить,

что практическое решение этой задачи приводит к большим сложностям. Поэтому испытания на воздухе предлагается заменить испытаниями в других средах, включая жидкие.

Проведены экспериментальные исследования влияния воздушной среды на демпфирование колебаний конструкций на масштабных моделях с учетом критерия Рейнольдса. Показано, что декременты колебаний, полученные на моделях, адекватно описывают демпфирование натурной конструкции для подобных кинематических условий.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоцерковский С.М., Скрипач Б.К., Табачников В.Г. Крыло в нестационарном потоке газа. – М.: Наука, 1971. – 768 с.
2. Бернс В.А. Погрешности определения характеристик собственных тонов при близких собственных частотах // Контроль. Диагностика. – 2011. – № 3 (153). – С. 12–16.
3. Бернс В.А., Долгополов А.В. Использование рядов Фурье в обработке результатов резонансных испытаний // Научный вестник НГТУ. – 2010. – № 4 (41). – С. 135–140.
4. Бужинский В.А. Вихревое сопротивление пластинки при колебаниях в маловязкой жидкости // Прикладная математика и механика. – 1990. – Т. 54, вып. 2. – С. 233–238.
5. Бужинский В.А. Энергия вихреобразования при колебаниях в жидкости тела с острыми кромками // Доклады Академии наук СССР. – 1990. – Т. 313, № 5. – С. 1072–1074.
6. Бужинский В.А., Мельникова И.М. Определение сопротивления колеблющихся пластин в жидкости // Прикладная математика и механика. – 1991. – Т. 55, вып. 2. – С. 264–274.
7. О современных методиках наземных испытаний самолетов в аэроупругости / П.Г. Карклэ, В.А. Малютин, О.С. Мамедов, В.Н. Поповский, А.В. Смотров, В.И. Смыслов. – М.: ЦАГИ, 2012. – 34 с. – (Труды Центрального аэрогидродинамического института им. Н.Е. Жуковского; вып. 2708).
8. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа: пер. с англ. – М.: Физматлит, 1961. – 524 с.
9. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1970. – 904 с.
10. Межин В.С., Обухов В.В. Практика применения модальных испытаний для целей верификации конечно-элементных моделей конструкции изделий ракетно-космической техники // Космическая техника и технологии. – 2014. – № 1 (4). – С. 86–91.
11. Микшиев Г.Н. Экспериментальные методы в динамике космических аппаратов. – М.: Машиностроение, 1978. – 247 с.
12. Микшиев Г.Н., Рабинович Б.И. Динамика тонкостенных конструкций с отсеками, содержащими жидкость. – М.: Машиностроение, 1971. – 563 с.
13. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. – М.: Наука, 1977. – 440 с.
14. Хейлен В., Ламменс С., Сас П. Модальный анализ: теория и испытания / пер. с англ. В.С. Межина и Н.А. Невзорского. – М.: Новатест, 2010. – 319 с.
15. Clerc D. Methode de recherche des modes propres par calcul de l'excitation harmonique optimum d'après les resultats bruts d'essais de vibrations. – Châtillon: Office national d'études et de recherches aérospatiales, 1967. – 57 p. – (Note technique ONERA; vol. 119).
16. Ewins D.J. Modal testing: theory, practice and applications. – 2nd ed. – Baldock: Research Studies Press, 2000. – 564 p. – (Mechanical engineering research studies. Engineering dynamics series; 10).
17. Guyan R.J. Reduction of Stiffness and Mass Matrices // AIAA Journal. – 1965. – Vol. 3, iss. 2. – P. 380. – doi: 10.2514/3.2874.

*Присекин Виктор Леонтьевич*, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры прочности летательных аппаратов Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – прочность летательных аппаратов. Имеет более 100 публикаций, в том числе одну монографию, 10 учебных пособий. E-mail: priseking@gmail.com.

*Бернс Владимир Андреевич*, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры прочности летательных аппаратов Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – динамика и прочность летательных аппаратов. Имеет более 80 публикаций, в том числе две монографии, пять учебных пособий. E-mail: v.berns@yandex.ru.

*Лушин Виктор Николаевич*, кандидат технических наук, старший научный сотрудник кафедры прочности летательных аппаратов Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – динамика и прочность летательных аппаратов. E-mail: lushin.victor@yandex.ru.

*Маринин Дмитрий Александрович*, начальник отдела ОАО «Информационные спутниковые системы» имени академика М.Ф. Решетнева. Основное направление научных исследований – динамика и прочность летательных аппаратов. E-mail: marinin\_dmitry@mail.ru.

**Modeling of damped plate oscillations in a viscous liquid\***V.L. PRISEKIN<sup>1</sup>, V.A. BERNIS<sup>2</sup>, V.N. LUSHIN<sup>3</sup>, D.A. MARININ<sup>4</sup><sup>1</sup> Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, D.Sc. (Eng.), professor. E-mail: priseking@gmail.com<sup>2</sup> Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, D.Sc. (Eng.), professor. E-mail: v.berns@yandex.ru<sup>3</sup> Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, PhD (Eng.), senior research fellow. E-mail: lushin.victor@yandex.ru<sup>4</sup> JSC "Academician M.F. Reshetnev "Information Satellite Systems", 52 Lenin Street., Zheleznogorsk, Krasnoyarsk region, 662972, Russian Federation, department head. E-mail: marinin\_dmitry@mail.ru

In the modal analysis of flexible space structures it is necessary to consider the influence of air on eigentone parameters. Experimental studies of this influence imply performing a significant amount of work as the studied effect depends on a large number of factors. This paper is devoted to research on the assessment of air influence on eigenfrequencies and damping ratios by using structure scale models.

A rigid rectangular plate which is a model of an element of the solar battery is used as a flexible structure. Oscillation equations of the plate and viscous liquid movements caused by its fluctuations are obtained. Modeling conditions for natural object and its model testing are studied for the geometrical similarity case. It is concluded that modeling is very difficult given the equality of frequency and damping of a natural object and its model

A similarity criterion similar to the Reynolds number is introduced, and scale models of the element of one type of the solar battery are developed for modeling dissipative properties of a natural object. An experimental unit is created and studies of structure damping on models are conducted. The result obtained proves the validity of the assumptions of damping ratio modeling.

**Keywords:** modal analysis, eigenfrequency, damping ratio, air influence, solar battery, free oscillations, viscous liquid, motion equation, modeling, scale model, similarity criterion, Reynolds number, experimental research

**REFERENCES**

1. Belotserkovskii S.M., Skripach B.K., Tabachnikov V.G. *Krylo v nestatsionarnom potoke gaza* [The wing in a nonstationary gas flow]. Moscow, Nauka Publ., 1971. 768 p.
2. Berns V.A. *Pogreshnosti opredeleniya kharakteristik sobstvennykh tonov pri blizkikh sobstvennykh chastotakh* [Errors in the definition of eigen tones characteristics in close natural frequencies]. *Kontrol'. Diagnostika – Testing. Diagnostics*, 2011, no. 3 (153), pp. 12–16.
3. Berns V.A., Dolgoplov A.V. *Ispol'zovanie ryadov Fur'e v obrabotke rezul'tatov rezonansnykh ispytaniy* [Use the rows Furie in processing results resonance test]. *Nauchnyi vestnik NGTU – Science Bulletin of Novosibirsk State Technical University*, 2010, no. 4 (41), pp. 135–140.
4. Buzhinskii V.A. *Vikhrevoe soprotivlenie plastinki pri kolebaniyakh v malovyazkoi zhidkosti* [Vortex drag of a plate during vibrations in a slightly viscous fluid]. *Prikladnaya matematika i mekhanika – Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1990, vol. 54, iss. 2, pp. 233–238. (In Russian)
5. Buzhinskii V.A. *Energiya vikhreobrazovaniya pri kolebaniyakh v zhidkosti tela s ostrymi kromkami* [Energy of vortex formation in the case of a body with sharp edges oscillating in a fluid]. *Doklady Akademii nauk SSSR – Report the USSR Academy of Science*, 1990, vol. 313, no 5, pp. 1072–1074. (In Russian)
6. Buzhinskii V.A., Mel'nikova I.M. *Opredelenie soprotivleniya koleblyushchikhsya plastin v zhidkosti* [Determination of the drag on oscillating plates in a fluid]. *Prikladnaya matematika i mekhanika – Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1991, vol. 55, iss. 2, pp. 264–274. (In Russian)
7. Karkle P.G., Malyutin V.A., Mamedov O.S., Popovskii V.N., Smotrov A.V., Smyslov V.I. *O sovremennykh metodikakh nazemnykh ispytaniy samoletov v aeroprugosti: Trudy Tsentral'nogo aerogidrodinamicheskogo instituta im. N.E. Zhukovskogo* [About modern methods of ground testing of aircraft in aeroelasticity: Proceedings of the Central aerohydrodynamic Institute named after N.E. Zhukovsky]. Moscow, TsAGI Publ., 2012, iss. 2708. 34 p.
8. Lanczos C. *Applied Analysis*. New Jersey, Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1956. 538 p. (Russ. ed.: Lantsosh K. *Prakticheskie metody prikladnogo analiza*. Moscow, Fizmatlit Publ., 1961. 524 p.)
9. Loitsyanskii L.G. *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid and gas mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1970. 904 p.
10. Mezhin V.S., Obukhov V.V. *Praktika primeneniya modal'nykh ispytaniy dlya tselei verifikatsii konechno-elementnykh modelей konstruktsii izdelii raketno-kosmicheskoi tekhniki* [The practice of using modal tests to verify finite element models of rocket and space hardware]. *Kosmicheskaya tekhnika i tekhnologii – Space engineering and technology*. 2014, no. 1 (4), pp. 86–91.

\* Received 27 December 2013.

11. Mikishev G.N. *Eksperimental'nye metody v dinamike kosmicheskikh apparatov* [Experimental methods in the dynamics of space vehicles]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1978. 247 p.
12. Mikishev G.N., Rabinovich B.I. *Dinamika tonkostennykh konstruksii s otekami, sodержashchimi zhidkost'* [Dynamics of thin-walled structures with compartments containing liquid]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1971. 563 p.
13. Sedov L.I. *Metody podobiya i razmernosti v mekhanike* [Similarity and dimension methods in mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 440 p.
14. Heylen W., Lammens S., Sas P. *Modal analysis theory and testing*. 2nd ed. Leuven, Belgium, Catholic University Leuven, 1997. 340 p. (Russ. ed.: Kheilen V., Lammens S., Sas P. *Modal'nyi analiz: teoriya i ispytaniya*. Moscow, Novatest Publ., 2010. 319 p.).
15. Clerc D. Methode de recherche des modes propres par calcul de l'excitation harmonique optimum d'apres les res les resultats bruts d'essais de vibrations. Châtillon, Office national d'études et de recherches aérospatiales, 1967. 57 p. *Note technique ONERA*, no. 119.
16. Ewins D.J. Modal testing: theory, practice and applications. 2nd ed. Baldock, Research Studies Press, 2000. 564 p.
17. Guyan R.J. Reduction of Stiffness and Mass Matrices. *AIAA Journal*, 1965, vol. 3, iss. 2, p. 380. doi: 10.2514/3.2874.