ISSN 1814-1196
Научный вестник НГТУ
том 58, № 1, 2015, с. 121–134

http://journals.nstu.ru/vestnik
Science Bulletin of the NSTU
Vol. 58, No. 1, 2015, pp. 121–134

УДК 621.376.43:621.39(024)

Методы решения задачи компоновки нестандартных съемов тамбуров в бумагоделательной промышленности*

А.Р. УРБАН

185000, РФ, г. Петрозаводск, пр. Ленина, 33, Петрозаводский государственный университет. E-mail: alexrurban@gmail.com.

В статье представлено описание и решение задачи компоновки нестандартных съемов тамбуров, связанной с проблемой обрывов бумажного полотна при работе бумагоделательной машины в течение рабочего производственного процесса, за счет чего возникают так называемые нестандартные тамбуры. Такие случаи не единичны и требуют применения специальных методов для оптимизации производственного процесса в условиях операции склейки съемов тамбуров. Задача заключается в склейке нестандартных съемов и их раскрое в условиях максимизации выхода полезной продукции. При решении поставленной задачи учитывались многочисленные параметры заказов и съемов тамбуров, а также технологические аспекты производства бумаги. Автором статьи представлена математическая модель задачи, которая отражает ограничения и целевую функцию и описывается задачей условной нелинейной оптимизации из класса задачи линейного раскроя на множестве перестановок. Для ее решения применяется хорошо известный метод декомпозиции задачи с целью сведения сложной задачи к решению более простых подзадач. Для решения оптимизационной подзадачи на множестве перестановок применяется генетический метод из класса эволюционных алгоритмов на основе введенной специальной функции расстояния между перестановками. Для решения подзадачи раскроя используется принцип динамического программирования. В статье приведено доказательство правильности работы представленного алгоритма, указана его асимптотическая сложность и практическая оценка точности. В заключении приводятся итоги анализа представленного алгоритма и возможность применения его для решения поставленной задачи.

Ключевые слова: склейка рулонов, декомпозиция задачи, линейный раскрой, динамическое программирование, оптимизация на множестве перестановок, генетический алгоритм, оценка точности алгоритма, сложность алгоритма

DOI: 10.17212/1814-1196-2015-1-121-134

ВВЕДЕНИЕ

В предыдущих работах [1, 2] представлена задача поиска оптимального плана раскроев, обеспечивающего выработку продукции в требуемых количествах с наименьшими отходами с учетом директивных сроков отгрузки

* *Статья получена 5 ноября 2014 г.*

продукции. В данной работе рассматриваются особенности планирования производства бумаги в условиях технологической возможности склейки съемов.

Одна из важных проблем бумажного производства заключается в частом появлении (до нескольких десятков раз в день) аварийных остановов и обрывов бумажного полотна в процессе работы бумагоделательной машины (БДМ), в результате чего образуются так называемые нестандартные съемы, дальнейшее использование которых влечет серьезную проблему. Однако в настоящее время появились технологические средства для склейки бумажных полотен неполных съемов тамбуров, что позволяет сократить потери бумаги. Возникает задача построения оптимальной последовательности склейки нестандартных съемов, допустимой с точки зрения определенного набора ограничений продукции и оборудования [3]. В работе представлены разработанные автором математические модели и методы решения рассмотренной задачи и результаты исследования их эффективности.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Технологическая схема производства бумаги может быть описана следующим образом. Готовое бумажное полотно наматывается на стальной вал, образуя съем тамбура. Назовем размером съема длину его размотанного бумажного полотна. Далее съем кроится посредством продольно-резательных машин (ПРМ) на совокупность рулонов требуемых форматов и диаметров. При этом совокупность рулонов, которые одновременно образуются в результате размотки и раскроя бумажного полотна, называется накатом. Важной характеристикой всех рулонов одного наката является их диаметр. Другими словами, ПРМ в несколько этапов выполняют раскрой съема на накаты посредством поперечных разрезов на всю ширину полотна, которые затем подвергаются продольным разрезам на рулоны требуемых форматов [4].

Размер бумажного полотна съема должен соответствовать совокупности накатов рулонов, т. е. размер съема должен быть кратен размеру наката. Такие съемы назовем стандартными. Однако в случае обрыва бумажного полотна или неудовлетворительного качества бумаги появляются нестандартные съемы. После раскроя нестандартного съема остается часть бумаги, размер которой меньше размера одного наката. Подобные нестандартные съемы можно склеивать и использовать в производстве с целью повышения эффективности и минимизации отходов [5].

В результате склейки съемов получается составной съем, который представляет собой перестановку исходных нестандартных съемов, характеризующихся их размерами. При дальнейшем раскрое составного съема точка склейки может приходиться на границы накатов, в таком случае склейка не влияет на качество продукции. В альтернативном варианте точка склейки попадает во внутреннюю часть накатов, что может снижать их качество. Допустимое место появления точек склейки (начало, середина или конец) оговаривается в заказах продукции.

Таким образом, задача заключается в построении схемы раскроя составного съема с учетом ограничений на места склеек, а также ограничений технологического характера. Исходными данными в задаче являются сведения о требуемом объеме и размерах продукции, а также сведения об имеющихся нестандартных съемах [3].

Продукция задается накатами – заказ характеризуется размером одного наката (диаметр наката и толщина бумажного полотна) и их количеством. Другими словами, объектом раскроя является составной съем, а предметами раскроя – накаты. Дальнейший продольный раскрой полученных накатов на рулоны в данной задаче не рассматривается. Помимо этого, для заказа указывается допустимое место наличия точек склейки съемов. Все накаты одного заказа кроятся вместе в силу следующего технологического ограничения: при смене размера наката приходится перестраивать лезвия поперечного сечения продольно-резательных машин, что влечет за собой большие производственные трудности. Из этого следует, что все накаты одного заказа группируются вместе и заказ представляет собой последовательный набор накатов на составном съеме.

На рисунке представлен пример раскроя составного съема на накаты.

Раскрой составного съема

Как видно из рисунка, первая точка склейки попадает на границу накатов, являясь допустимой точкой. Вторая точка попадает в область наката, но в допустимую область наличия точек склейки, поэтому является разрешенной. Третья точка попадает в область наката, но в недопустимую область наличия точек склейки – точка является запрещенной.

Стоит заметить, что данная задача рассматривается как статическая (не изменяющаяся во времени), решением которой является оптимальная последовательность раскроя съемов на определенный период времени. При изменении условий с течением времени производится перерасчет задачи.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Введем следующие обозначения.

M – индексное множество нестандартных съемов, $j \in M$.

N – индексное множество заказов продукции, $i \in N$.

K – индексное множество накатов, $k \in K$.

$L_j \in \mathrm{N}$ – номинальный размер (см) нестандартного съема с номером $j \in M$.

$\Delta_j \in \mathrm{Z}^+$ – максимальное отклонение (см) размера результирующего нестандартного съема $j \in M$ от номинального размера (та часть бумаги, которая не будет использоваться).

$a_i \in \mathrm{N}$ – требуемое количество накатов для заказа с номером $i \in N$.

K_i – индексное множество накатов для заказа с номером $i \in N$.

$|K_i| = a_i$, $K = \bigcup_{i \in N} K_i$, $\bigcap_{i \in N} K_i = \varnothing$.

${l^m}_i \in \mathrm{N}$ – минимальная длина наката бумаги для заказа с номером $i \in N$.

${l^M}_i \in \mathrm{N}$ – максимальная длина наката бумаги для заказа с номером $i \in N$.

Введем неизвестные задачи.

$P = (p_1, p_2, ..., p_m)$, $m = |M|$, $p_j \in M$, $j \in M$ – перестановка на множестве нестандартных съемов M.

$P \in \Pi_M$, где Π_M – множество всех перестановок на множестве нестандартных съемов M.

$L_j - \Delta_j \le x_j \le L_j, x_j \in \mathrm{N}$ – результирующий размер (см) нестандартного съема с номером $j \in M$.

$Q = (q_1, q_2, ..., q_n)$, $n = |N|, q_i \in N$, $i \in N$ – перестановка на множестве заказов N.

$Q \in \Theta_N$, где Θ_N – множество всех перестановок на множестве заказов N.

${l^m}_i \le y_{i,k} \le {l^M}_i$, $k \in K_i$, $y_{i,k} \in N$ – результирующие размеры (см) накатов для заказа с номером $i \in N$.

Задача заключается в поиске оптимальных последовательностей обработки нестандартных съемов и заказов продукции с учетом набора производственно-технологических ограничений, связанных с наличием точек склейки.

Укажем ограничение на места склеек, обусловленные заказами продукции; $\lambda_i \subset \left[0, {l^M}_i\right]$ – интервал, который может содержать в себе склейки съемов для заказа с номером $i \in N$. Данная величина одинакова для всех накатов одного заказа.

Введем границы накатов относительно составного съема.

b_k – конец полотна наката с номером $k \in K_i$ для заказа с номером $i \in N$.

$$b_0 = 0,\ b_k = b_{k-1} + y_{f,k},\ \ f = q_i,\ k \in K_i,\ i \in N. \tag{1}$$

Полотно наката $k \in K$ характеризуется границами b_{k-1} и b_k, определяемыми диаметрами рулонов в его составе.

Введем точки склейки составного съема.

c_j – точка склейки для нестандартного съема $j \in M$.

$$c_0 = 0,\ \ c_j = c_{j-1} + x_f,\ \ f = p_j,\ j \in M. \tag{2}$$

$r_j = \arg\min_{k \in K}\{b_k : b_k > c_j\}$ – ближайшая граница наката к точке склейки нестандартного съема $j \in M$.

На основе введенных обозначений укажем признак допустимости точек склейки нестандартных тамбуров относительно накатов продукции:

$$\gamma(P,Q,j,k)=\begin{cases}1, & k=r_j \ и \ c_j-b_{k-1}\notin\lambda_i \\ 0, & иначе\end{cases}, k\in K_i,\ i\in N,\ j\in M. \tag{3}$$

Введем целевую функцию задачи минимизации недопустимых точек склейки нестандартных тамбуров.

$$\Phi(P,Q,x,y)=\sum_{j\in M}\sum_{k\in K}\gamma(P,Q,j,k)\to\min. \tag{4}$$

Задача (1)–(4) представляет собой задачу нелинейной условной оптимизации на множестве перестановок съемов и заказов продукции с учетом ограничений на их размеры с минимизацией недопустимых точек склейки.

3. ОБ АЛГОРИТМЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Произведем сужение целевой функции (4) на некоторое произвольное подмножество $H_M\subseteq\Pi_M$ в следующим виде:

$$F(Q)=\min_{P\in H_M}\{\Psi(P,Q)\}\to\min,\ F:\Theta_N\to\Re,\ H_M\subseteq\Pi_M. \tag{5}$$

$$\Psi(P,Q)=\min_{x,y}\{\Phi(P,Q,x,y)\}\to\min,\ \Psi:\Pi_M\times\Theta_N\to\Re. \tag{6}$$

Тогда произведем декомпозицию задачи (1)–(6) на следующие подзадачи.

1. Поиск оптимальной перестановки заказов $Q\in\Theta_N$ с минимизацией функции (5). Выбор поиска перестановки на множестве Θ_N на внешнем уровне обусловлен большей размерностью множества N по сравнению с множеством M. Для расчета значения функции F для рассматриваемой в процессе поиска перестановки $Q\in\Theta_N$ необходимо решить следующие две подзадачи.

2. Построение множества H_M – семейства перестановок на множестве Π_M наиболее «близких» к фиксированной перестановке $Q\in\Theta_N$, на основе которого будет рассчитываться функция (6). Понятие «близкой» перестановки будет дано в дальнейшем. Множество H_M используется для ускорения расчета функции (5), поскольку перебор по всем перестановкам множества Π_M на практике нецелесообразен.

3. На основе фиксированной перестановки $Q\in\Theta_N$ и каждой перестановки множества H_M решается задача минимизации функции (6) посредством динамического программирования.

В результате указанного разбиения будет получено субоптимальное решение задачи (1)–(4).

Поиск оптимальной перестановки $Q \in \Theta_N$

Для поиска оптимальной перестановки Q относительно функции F используется генетический алгоритм, в основе которого лежит идея имитации развития биологической популяции (особей, хромосом), подчиняющейся законам естественного отбора [6–8]. Использование генетического алгоритма на множестве перестановок весьма распространено [9, 10]. Укажем особенности реализации в данном контексте.

- В качестве коэффициента выживаемости особей используется значение целевой функции (5).
- Селекция производится посредством метода рулетки с использованием принципа элитарности.
- Операция мутации реализована посредством замены двух случайных элементов перестановки.
- Операция скрещивания (кроссинговера) реализована посредством случайного разбиения каждой перестановки на две части и скрещиванием разноименных частей перестановок.

Поиск семейства «близких» перестановок H_M *для фиксированной перестановки* $Q \in \Theta_N$

Введем функцию $\rho : \Pi_M \times \Theta_N \to \Re$ между множествами перестановок, на основе которой будет определяться понятие «близких» перестановок. Для ее определения необходимо ввести следующие обозначения.

Границы накатов с учетом нижних и верхних границ на размеры заказов продукции и фиксированой перестановки $Q \in \Theta_N$:

$$v_0 = 0,\ v_k = v_{k-1} + l_f^m,\ \ f = q_i,\ \ k \in K_i,\ \ i \in N .$$

$$w_0 = 0,\ w_k = w_{k-1} + l_f^M,\ \ f = q_i,\ \ k \in K_i,\ \ i \in N .$$

Множество интервалов z_k, $k \in K$, в которых могут содержаться точки склейки с учетом размеров заказов продукции:

$$z_k = \left[v_{k-1} + \inf\{\lambda_i\},\ w_{k-1} + \sup\{\lambda_i\} \right],\ \ k \in K_i,\ \ i \in N .$$

Границы съемов с учетом отклонений и перестановки $P \in \Pi_M$:

$$\mu_0 = 0,\ \mu_j = \mu_{j-1} + L_f - \Delta_f,\ \ f = p_j,\ \ j \in M .$$

$$\eta_0 = 0,\ \eta_j = \eta_{j-1} + L_f,\ \ f = p_j,\ \ j \in M .$$

Множество интервалов $h_j,\ j \in M$ присутствия точек склейки с учетом размеров съемов и их отклонений:

$$h_j = [\mu_j, \eta_j],\ j \in M .$$

Вспомогательная функция на множестве съемов $\phi : M \to Z$, определяющая наличие разрешенного интервала для точки склейки:

$$\phi(j) = \begin{cases} 0, \left\{ k \in K : h_j \cap z_k \neq \varnothing \right\} \neq \varnothing \\ 1, \text{иначе} \end{cases}$$

На основе введенных обозначений определим искомую функцию ρ между двумя перестановками $P \in \Pi_M$ и $Q \in \Theta_N$ следующим образом:

$$\rho(P,Q) = \sum_{j \in M} \phi(j) . \tag{7}$$

Таким образом, понятие «близких» перестановок $P \in \Pi_M$ и $Q \in \Theta_N$ основано на количестве точек склейки, которые не могут быть покрыты ни одним интервалом, в котором они могут содержаться.

Задача поиска семейства $H_M \subseteq \Pi_M$ наиболее «близких», в смысле введенной выше функции ρ, может быть описана следующим образом:

$$\forall P_1 \in H_M,\ \forall P_2 \in \Pi_M \setminus H_M : \rho(P_1,Q) \ \leq \ \rho(P_2,Q) .$$

Данная задача также решается посредством генетического алгоритма на множестве перестановок Π_M, где коэффициент выживаемости особей определяется значением функции (7). Остальные характеристики реализации генетического алгоритма в точности совпадают с характеристиками алгоритма для минимизации функции (5). Субоптимальное семейство наиболее «близких» перестановок в конце алгоритма будет содержаться в элитной группе особей популяции. Размерность множества H_M выбирается практическим путем соразмерно размерности множества M .

Поиск оптимального раскроя составного съема

На данном этапе необходимо вычислить оптимальные значения размеров нестандартных съемов $x_j, j \in M$ и размеры накатов $y_{i,k}, k \in K_i, i \in N$ на основе фиксированной пары перестановок (P,Q) для минимизации функции (6).

Введем следующее индексное расширение функции (6):

$$\Psi_{m,k}(P,Q) = \min_{x,y} \left\{ \sum_{j=1}^{m} \sum_{h=1}^{k} \gamma(P,Q,j,h) \right\}.$$

Теорема 1. *Значения функции* $\Psi_{m,k}(P,Q)$ *связаны между собой рекуррентным соотношением*

$$\Psi_{0,0}(P,Q)=0,$$

$$\Psi_{m,k}(P,Q)=\min\left\{\begin{matrix}\Psi_{m,k-1}(P,Q):b_{k-1}\ge c_{m-1}\\ \Psi_{m-1,k-1}(P,Q):b_{k-1}<c_{m-1}\le b_k\end{matrix}\right\}+\min_{x,y}\left\{\gamma(P,Q,m,k)\right\}.$$

Доказательство

$$\Psi_{m,k}(P,Q)=\min_{x,y}\left\{\sum_{j=1}^{m}\sum_{h=1}^{k}\gamma(P,Q,j,h)\right\}=$$

$$=\min_{x,y}\left\{\sum_{j=1}^{m-1}\sum_{h=1}^{k}\gamma(P,Q,j,h)+\sum_{h=1}^{k-1}\gamma(P,Q,m,h)+\gamma(P,Q,m,k)\right\}=$$

$$=\min_{x,y}\left\{\sum_{j=1}^{m-1}\sum_{h=1}^{k}\gamma(P,Q,j,h)+\sum_{j=m}^{m}\sum_{h=1}^{k-1}\gamma(P,Q,j,h)\right\}+\min_{x,y}\left\{\gamma(P,Q,m,k)\right\}=$$

$$=\min\left\{\begin{matrix}\Psi_{m,k-1}(P,Q):b_{k-1}\ge c_{m-1}\\ \Psi_{m-1,k-1}(P,Q):b_{k-1}<c_{m-1}\le b_k\end{matrix}\right\}+\min_{x,y}\left\{\gamma(P,Q,m,k)\right\}.$$

В силу теоремы 1 задача может быть решена методом динамического программирования [11]. Идея динамического программирования состоит в разбиении задачи на несколько независимых подзадач, решении каждой из них, а затем вычислении исходного результата. Для решения подзадач применяется тот же алгоритм, что и для искомой задачи. Важным условием для применения метода динамического программирования является оптимальность для подзадач: из оптимального решения подзадач должно следовать оптимальное решение исходной задачи [12, 13]. Стоит отметить, что многие задачи промышленного ракроя решаются при помощи методов динамического программирования [14–16].

Исходя из результатов Теоремы 1 введем разбиение задачи на подзадачи со следующими параметрами:

j – текущий обрабатываемый нестандартный съем составного съема, $j\in M$;

l – обработанная длина текущего составного съема;

Δ – текущее отклонение для нестандартного съема, $0\le\Delta\le\Delta_j$;

i – текущий обрабатываемый заказ, $i\in N$;

h – количество обработанных накатов заказа $i\in N$;

f – функция, определяющая количество недопустимых точек склейки для указанных выше параметров.

Стоит заметить, что параметры l, Δ, i, h вводятся для однозначного определения параметра $b_k, k \in K_i, i \in N$ из рекуррентного соотношения теоремы 1.

На основании результатов Теоремы 1 укажем переходы состояний:

$$f(j,\ l,\ \Delta,\ i,\ a_i) \to f(j,\ l,\ \Delta,\ i+1,\ 0);$$

$$f(j,\ l,\ \Delta,\ i,\ h) \to f(j,\ l+l^c,\ \Delta,\ i,\ h+1),\ l^c \in l^m{}_i..\ l^M{}_i,\ l+l^c \le L_j - \Delta;$$

$$f(j,\ L_j - \Delta,\ \Delta,\ i,\ h) \to f(j+1,\ 0,\ \Delta^n,\ i,\ h),\ \Delta^n \in [0,...\Delta_{j+1}].$$

В результате указанного разбиения и переходов задача может быть решена методом динамического программирования посредством следующего рекуррентного соотношения:

$$f(1,\ 0,\ \Delta,\ 0,\ 0) = 0,\quad 0 \le \Delta \le \Delta_1; \tag{8}$$

$$f(j,\ l,\ \Delta,\ i,\ h) = \min \begin{cases} f(j,\ l-l^c,\ \Delta,\ i,\ h-1),\ l^c \in l^m{}_i..\ l^M{}_i,\ l \ge l^c, \\ f(j,\ l,\ \Delta,\ i-1,\ a_{i-1}),\ h=0,\ i>0, \\ f\left(j-1,\ L_{j-1}-\Delta^n,\ \Delta^n,\ i,\ h\right)+\Delta f, \\ \Delta^n \in [0..\Delta_{j-1}],\ l=0,\ j>1, \end{cases} \tag{9}$$

$$\Delta f = \begin{cases} 1,\ L_{j-1} - \Delta^n \notin \lambda_i \\ 0,\ \text{иначе.} \end{cases} \tag{10}$$

Решение поставленной задачи следующее:

$$f^* = \min\nolimits_l f(m,\ l,\ L_m - l,\ n,\ a_n),\ l \in L_m - \Delta_m..\ L_m,\ m = |M|,\ n = |N|.$$

Теорема 2. *Сложность алгоритма решения задачи (1)–(4) составляет* $O\left(T \cdot S \cdot \log_2 S\left(G \cdot U \cdot \log_2 U \cdot M \cdot \log_2 N + M^2 \cdot L \cdot N \cdot A \cdot \Delta_M^2 \cdot \Delta_N\right)\right)$, *где* T *– количество итераций генетического алгоритма для поиска оптимальной перестановки заказов,* S *– размер популяции генетического алгоритма для поиска перестановки заказов,* G *– количество итераций генетического алгоритма для поиска семейства «близких» перестановок съемов,* U *– размер популяции генетического алгоритма для поиска семейства «близких» перестановок съемов,* L *– максимальный размер нестандартного съема,* N *– количество заказов продукции,* A *– максимальное количество накатов в одном заказе,* M *– количество нестандартных съемов,* Δ_M *– максимальное отклонение от размера съема,* Δ_N *– максимальное отклонение от размера заказа продукции.*

Доказательство

Воспользуемся стандартным подходом для вычисления сложности алгоритма [17, 18].

В работе алгоритма на верхнем уровне осуществляется итерации генетического алгоритма для поиска перестановки заказов, следовательно, в оценке получаем первый сомножитель T. На каждой итерации генетического алгоритма для поиска перестановки заказов применяются операции селекции, скрещивания и мутации, что прибавляет сомножитель $(S \cdot \log_2 S)$ к расчету.

Для расчета функции F формулы (5) для фиксированной перестановки Q требуется решение двух вспомогательных задач.

Поиск семейства «близких» перестановок съемов посредством генетического алгоритма дает сомножитель $G \cdot U \cdot \log_2 U \cdot M \cdot \log_2 N$, где $G \cdot U \cdot \log_2 U$ затрачивается на итерации и операции генетического алгоритма, а $M \cdot \log_2 N$ соответствует расчету значения функции (7). Стоит заметить, что поиск разрешенного интервала для точки склейки формулы (6) рассчитывается за $O(\log_2 N)$ посредством бинарного поиска, а не за $O(N)$.

Затем для каждой перестановки съемов из найденного семейства (добавляется сомножитель M) производится расчет динамики на основании алгоритма (8)–(10) (для подсчета значения целевой функции (6)), что составляет сложность $M^2 \cdot L \cdot N \cdot A \cdot \Delta_M^2 \cdot \Delta_N$ операций в силу того, что состояний в динамическом программировании $M \cdot L \cdot N \cdot A \cdot \Delta_M$, а на переход необходимо $\Delta_M \cdot \Delta_N$ итераций. В итоге получаем

$$O\left(T \cdot S \cdot \log_2 S\left(G \cdot U \cdot \log_2 U \cdot M \cdot \log_2 N + M^2 \cdot L \cdot N \cdot A \cdot \Delta_M^2 \cdot \Delta_N\right)\right).$$

4. ПРАКТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ

Практическая оценка базируется на отношении значения целевой функции задачи, полученной с помощью авторского алгоритма, и минимальном значении целевой функции, найденном посредством алгоритма полного перебора на множествах перестановок Π_M и Θ_N на сравнительно небольших исходных данных [19, 20].

Введем следующие обозначения:

$\left(P^*, Q^*, x^*, y^*\right) = \arg\min_{(P,Q,x,y)} \Phi(P,Q,x,y)$: $\Phi^* = \Phi\left(P^*, Q^*, x^*, y^*\right)$ – решение задачи, полученное посредством алгоритма полного перебора перестановок. Минимальное значение целевой функции, которое является также нижней оценкой целевой функции $\Phi^* = \underline{\Phi}$;

$(\overline{P}, \overline{Q}, \overline{x}, \overline{y})$: $\overline{\Phi} = \Phi\left(\overline{P}, \overline{Q}, \overline{x}, \overline{y}\right)$ – найденное решение посредством авторского алгоритма, верхняя оценка целевой функции задачи.

Для значений целевой функции $\underline{\Phi}$, Φ^*, $\overline{\Phi}$ справедливо следующее ограничение: $\underline{\Phi} = \Phi^* \le \overline{\Phi}$.

На основе указанных значений введем оценку точности алгоритма относительно решения, полученного посредством полного перебора :

$$\delta = \frac{\overline{\Phi} - \underline{\Phi}}{\underline{\Phi}} \geq 0 \, .$$

Для различного набора входных данных $(N \leq 12, M \leq 10, N! \cdot M! \leq 6 \cdot 10^{10})$ были получены следующие вышеуказанные оценки, представленные в таблице.

Значения оценок относительно размерности множества съемов

Размерность множества съемов	Оценка δ
1	0
2	0
3	1
4	0.5
5	0.3
6	0.25
7	0.2
8	0.1
9	0
10	0

Также стоит отметить следующее соотношение: $\overline{\Phi} - \underline{\Phi} \leq 1$ – решение, полученное посредством авторского алгоритма, не превосходило решения полного перебора более чем на одну точку склейки (например, 6 и 5 запрещенных точек склейки соответственно).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе описан метод, позволяющий решать задачу компоновки нестандартных съемов посредством операции склейки и их раскроя для увеличения доли выхода полезной продукции. Метод основан на применении генетического алгоритма на множествах заказов продукции и съемов, а также использовании динамического программирования для задачи раскроя. Результаты показали, что метод имеет существенно малые оценки отклонения значений целевой функции, полученных посредством авторского алгоритма, по сравнению со значениями целевой функции, полученными алгоритмом полного перебора на множестве перестановок, что говорит об эффективности его применения для решения указанной задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Урбан А.Р., Кузнецов В.А.* Математические модели и методы учета сроков продукции в задаче раскроя тамбуров бумагоделательных машин // Ученые записки Петрозаводского государственного университета. Серия: Естественные и технические науки. – 2014. – № 4 (141). – С. 112–115.
2. *Урбан А.Р.* Решение задачи поиска оптимального столбца в условиях оптимального раскроя бумажного полотна // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 10, Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. – 2015. – Вып. 1. – С. 100–106.
3. *Кузнецов В.А.* Математические модели, методы и программные комплексы оптимального раскроя и комплектовки с учетом дополнительных ограничений: автореф. дис. … д-ра техн. наук: 05.13.18 / Петрозаводский государственный университет. – Петрозаводск, 2004. – 30 с.
4. *Кузнецов В.А.* Задачи раскроя в целлюлозно-бумажной промышленности. – СПб.: Изд-во СПбЛТА, 2000. – 132 с.
5. *Dapcevic D., Borthwick K.* Paper machine reel optimization – analyses and a case study // Annual Pulp and Paper Industry Technical Conference, 21–25 June 1999. – Seattle, Washington, USA, 1999. – P. 1–10. – doi: 10.1109/PAPCON.1999.779339.
6. *Батищев Д.И., Неймарк Е.А., Старостин Н.В.* Применение генетических алгоритмов к решению задач дискретной оптимизации: учебное пособие. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2006. – 136 с.
7. *Гладков Л.А., Курейчик В.В., Курейчик В.М.* Генетические алгоритмы: учебное пособие. – 2-е изд. – М.: Физматлит, 2006. – 320 с.
8. *Goldberg D.E.* Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. – Reading, Massachusetts: Addison-Wesley Professional, 1989. – 432 p.
9. *Булгаков И.В., Неймарк Е.А.* Решение задачи коммивояжера с использованием генетических алгоритмов // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 1998. – Вып. 2 (19). – С. 186–192.
10. *Ильев В.П.* Задачи комбинаторной оптимизации на наследственных системах // Российская конференция «Дискретная оптимизация и исследование операций» DOOR'07: материалы конференции, Владивосток, 7–14 сентября 2007 г. – Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 2007. – С. 41–45.
11. *Беллман Р., Дрейфус С.* Прикладные задачи динамического программирования: пер. с англ. – М.: Мир, 1965. – 368 с.
12. *Беллман Р.* Динамическое программирование: пер. с англ. – М.: Мир, 1960. – 424 с.
13. *Хедли Д.* Нелинейное и динамическое программирование: пер. с англ. – М.: Мир, 1967. – 509 с.
14. *Архипов И.В.* Математические модели и опыт реализации системы планирования раскроя лесосырья // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 10, Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. – 2014. – Вып. 3. – С. 82–92.
15. *Архипов И.В.* Математические модели раскроя лесосырья в задачах планирования и управления лесопильным производством // Ученые записки Петрозаводского государственного университета. Серия: Естественные и технические науки. – 2013. – Вып. 8 (137). – С 93–97.
16. *Архипов И.В., Кузнецов В.А.* Расчет объема опилок при раскрое бревна // Известия высших учебных заведений. Лесной журнал. – 2015. – № 2. – С. 7–16.
17. *Грин Д., Кнут Д.* Математические методы анализа алгоритмов: пер. с англ. – М.: Мир, 1987. – 120 с.
18. *Сэвидж Д.Э.* Сложность вычислений: пер. с англ. – М.: Факториал, 1998. – 368 с.
19. *Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р.* Алгоритмы: построение и анализ: пер. с англ. – М.: МЦМНО, 2000. – 955 с.
20. *Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О.* Конкретная математика. Основание информатики: пер. с англ. – М.: Мир, 1998. – 703 с.

Урбан Александр Ромолдович, ведущий программист, аспирант Петрозаводского государственного университета. Основное направление научных исследований – оптимизационные задачи. E-mail: alexrurban@gmail.com

Methods for solving the layout problem of non-standard rolls in the paper industry[*]

A.R. URBAN

Petrozavodsk State University, 33 Lenin Prospekt, Petrozavodsk, 185001, Russian Federation. E-mail: alexrurban@gmail.com

The article presents a description and solution of the non-standard rolls layout problem associated with the problem of the paper breaks during the production process, due to which there are so-called non-standard rolls. Such cases are not rare and require special techniques to optimize the production process in terms of splice operations. The problem is to combine non-standard rolls by splices and cut them with the aim of reducing the volume of waste paper. In solving this problem many parameters of the order and non-standard rolls as well as some technological aspects of paper production are taken into account. The author proposes a mathematical model of the problem which reflects the constraints and the objective function. It is described as a constrained nonlinear optimization problem of the linear cutting class on a set of permutations. To solve it, a well-known method of problem decomposition with the aim of reducing a complex problem to simpler ones is used. A genetic method of the evolutionary algorithm class based on the introduction of a special function of the distance between permutations is used to solve the optimization sub–problem on a set of permutations. To solve the cutting sub–problem the principle of dynamic programming is used. The proof of the proposed algorithm validity and its asymptotic complexity as well as practical assessment of its accuracy is presented in the paper. In conclusion, the results of the proposed algorithm analysis are given and the possibility of using it to perform assigned tasks is recognized.

Keywords: combining rolls by splices, problem decomposition, linear cutting, dynamic programming, optimization on a set of permutations, genetic algorithm, accuracy algorithm accuracy assessment, algorithm complexity

DOI: 10.17212/1814-1196-2015-1-121-134

REFERENCES

1. Urban A.R., Kuznetsov V.A. Matematicheskie modeli i metody ucheta srokov produktsii v zadache raskroya tamburov bumagodelatel'nykh mashin [Mathematical models and methods of output production timeline consideration in cutting reels of paper machine]. *Uchenye zapiski Petrozavodskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Proceedings of Petrozavodsk state university. [Series]: Natural & engineering sciences,* 2014, no. 4 (141), pp. 112–115.

2. Urban A.R. Reshenie zadachi poiska optimal'nogo stolbtsa v usloviyakh optimal'nogo raskroya bumazhnogo polotna [Solution of the problem of finding the optimal column in terms of optimal paper cutting]. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Seriya 10, Prikladnaya matematika. Informatika. Protsessy upravleniya – Vestnik of Saint Petersburg university. Series 10, Applied mathematics. Computer science. Control processes*, 2015, iss. 1, pp. 100–106.

3. Kuznetsov V.A. *Matematicheskie modeli, metody i programmnye kompleksy optimal'nogo raskroya i komplektovki s uchetom dopolnitel'nykh ogranichenii*. Avtoref. diss. Doct. tekhn. nauk [Mathematical models, methods and software systems optimal cutting and collation with the additional restrictions. Author's abstract of Dr. eng. sci. diss.]. Petrozavodsk, 2004. 30 p.

4. Kuznetsov V.A. *Zadachi raskroya v tsellyulozno-bumazhnoi promyshlennosti* [Cutting problems in pulp and paper industry]. St. Petersburg, SPbLTA Publ., 2000. 132 p.

[*]*Received 5 November 2014.*

5. Dapcevic D., Borthwick K. Paper machine reel optimization – analyses and a case study. *Annual Pulp and Paper Industry Technical Conference*, Seattle, Washington, USA, 21–25 June 1999, pp. 1–10. doi: 10.1109/PAPCON.1999.779339

6. Batishchev D.I., Neimark E.A., Starostin N.V. *Primenenie geneticheskikh algoritmov k resheniyu zadach diskretnoi optimizatsii* [Performance comparison of classical and genetic algorithms used for adaptation of optimal solutions of the nonstationary combinatorial optimization problem]. N. Novgorod, NNGU Publ., 2006. 136 p.

7. Gladkov L.A., Kureichik V.V., Kureichik V.M. *Geneticheskie algoritmy* [Genetic algorithms]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2006. 320 p.

8. Goldberg D.E. Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. Reading, Massachusetts, Addison-Wesley Professional, 1989. 432 p.

9. Bulgakov I.V., Neimark E.A. Reshenie zadachi kommivoyazhera s ispol'zovaniem geneticheskikh algoritmov [Decision the traveling salesman problem using genetic algorithms]. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo – Vestnik of Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod*, 1998, no. 2 (19), pp. 186–192.

10. Il'ev V.P. [Problems of combinatory optimization on hereditary systems]. *Rossiiskaya konferentsiya "Diskretnaya optimizatsiya i issledovanie operatsii": materialy konferentsii DOOR'07*, Vladivostok, 7–14 sentyabrya 2007 g. [Proceedings of the Russian Conference "Discrete Optimization and Operations Research*", DOOR'07*, Vladivostok, 7–14 September 2007]. Novosibirsk, Institut matematiki Publ., 2007, pp. 41–45.

11. Bellman R., Dreyfus S.E. *Applied dynamic programming*. Princeton, New Jersey, Princeton University Press, 1962. 363 p. (Russ. ed.: Bellman R., Dreifus S. *Prikladnye zadachi dinamicheskogo programmirovaniya*. Moscow, Mir Publ., 1965. 368 p.).

12. Bellman R. *Dynamic programming*. New Jersey, Princeton University Press, 1957. 392 p. (Russ. ed.: Bellman R. *Dinamicheskoe programmirovanie*. Moscow, Mir Publ., 1960. 424 p.).

13. Hadley G. *Nonlinear and dynamic programming*. Reading, Massachusetts, Addison-Wesley, 1964. 484 p. (Russ. ed.: Xedli D. *Nelineinoe i dinamicheskoe programmirovanie*. Moscow, Mir Publ., 1967. 509 p.).

14. Arkhipov I.V. Matematicheskie modeli i opyt realizatsii sistemy planirovaniya raskroya lesosyr'ya [Mathematical model and experience of implementation of wood sawing planning software system]. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Seriya 10, Prikladnaya matematika. Informatika. Protsessy upravleniya – Vestnik of Saint Petersburg State University. Series 10, Applied mathematics. Computer science. Control processes*, 2014, iss. 3, pp. 82–92.

15. Arkhipov I.V. Matematicheskie modeli raskroya lesosyr'ya v zadachakh planirovaniya i upravleniya lesopil'nym proizvodstvom [Mathematical models and geometrical features of wood sawing in planning and management of sawmill industry]. *Uchenye zapiski Petrozavodskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Proceedings of Petrozavodsk state university. [Series]: Natural & engineering sciences*, 2013, no. 8 (137), pp. 93–97.

16. Arkhipov I.V., Kuznetsov V.A. Raschet ob"ema opilok pri raskroe brevna [Calculate the volume of sawdust when cutting logs]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Lesnoi zhurnal – Bulletin of higher educational institutions. Lesnoi zhurnal*, 2015, no. 2, pp. 7–16.

17. Greene D.H., Knuth D.E. *Mathematics for the analysis of algorithms*. Second ed. Boston, Basel, Stuttgart, Birkhäuser, 1982. 123 p. (Russ. ed.: Grin D., Knut D. *Matematicheskie metody analiza algoritmov*. Moscow, Mir Publ., 1987. 120 p.).

18. Savage J.E. *The Complexity of Computing*. New York, London, Sydney, Wiley, 1976. 408 p. (Russ. ed.: Sevidzh D.E. *Slozhnost' vychislenii*. Moscow, Faktorial Publ., 1998. 368 p.).

19. Corman T.H., Leiserson C.E., Rivest R.L. *Introduction to Algorithms*. Cambridge, Massachusetts, MIT Press, Boston, McGraw-Hill, 1990 (Russ. ed.: Kormen T., Leizerson Ch., Rivest R. *Algoritmy: postroenie i analiz*. Moscow, MTsMNO Publ., 2000. 955 p.).

20. Graham R., Knuth D., Patashnik O. *Concrete mathematics: a foundation for computer science*. Reading Massachusetts, Addison-Wesley Professional, 1994. 670 p. (Russ. ed.: Grekhem R., Knut D., Patashnik O. *Konkretnaya matematika. Osnovanie informatiki*. Moscow, Mir Publ., 1998. 703 p.).

ISSN 1814-1196, http://journals.nstu.ru/vestnik
Science Bulletin of the NSTU
Vol. 58, No.1, 2015, pp. 121–134