

АВИАЦИОННАЯ
И РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКАЯ
ТЕХНИКА

AVIATION
AND SPACE-ROCKET
ENGINEERING

УДК 629.7.042.2.001.24:622.998

Исследование теплового состояния отсеков пассажирского самолета с сотовыми конструкциями фюзеляжа*

С.А. ГУСЕВ¹, В.Н. НИКОЛАЕВ²

¹ 630090, РФ, г. Новосибирск, пр. академика Лаврентьева, 6, Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник. E-mail: sag@osmf.ssc.ru

² 630051, РФ, г. Новосибирск, ул. Ползунова, 21, Сибирский научно-исследовательский институт авиации имени С.А. Чаплыгина, доктор технических наук, главный научный сотрудник. E-mail: nikvla50@mail.ru

Разработан метод определения теплового состояния отсеков самолета, основанный на использовании математической модели теплового состояния отсеков. Математическая модель системы герметичного теплоизолированного отсека с системой кондиционирования воздуха и негерметичных нетеплоизолированных отсеков представлена системой одномерных уравнений теплоизолированной обшивки окон, а также обыкновенных дифференциальных уравнений конвективного теплообмена внутренней поверхности теплоизоляции обшивки в теплоизолированных отсеках и внутренней поверхности обшивки в нетеплоизолированных отсеках, кресел, людей, багажа или груза, бортового оборудования, воздуха и переноса энтальпии из системы кондиционирования воздуха. Коэффициент лучистого обмена в модели определяется методом Монте-Карло. Проведена разработка методов решения прямой и обратной задач теплообмена и определения доверительных интервалов оценок параметрической идентификации.

Доверительные интервалы оценок коэффициентов нелинейной математической модели теплового состояния отсека определены с помощью ковариационной матрицы ошибок оценок искомых коэффициентов модели. При этом используется метод проецирования совместной доверительной области оценок на координатные оси пространства коэффициентов. В качестве объекта исследования был принят прототип бразильского магистрального самолета Embraer 190. Исследования проводились в соответствии с Нормами летной годности. Получены потребные характеристики системы кондиционирования воздуха и системы вентиляции, а также толщины теплоизоляции в кабине экипажа и салоне пассажиров.

Ключевые слова: параболическая краевая задача, разрывные коэффициенты, интегральное усреднение, стохастические дифференциальные уравнения, численное решение, фюзеляж

* Статья получена 30 марта 2015 г.

Работа частично поддержана грантом РФФИ № 14-01-00340-а, научной программой «Ведущие научные школы» (НШ-5111.2014.1).

зеляж самолета, сотовая конструкция, гетерогенные структуры, тепловое состояние, математическая модель

DOI: 10.17212/1814-1196-2016-1-146-167

ВВЕДЕНИЕ

Математическая модель теплового состояния отсеков пассажирского самолета описывает процесс передачи теплоты по конструкциям самолета, тепловыделения или теплопоглощения бортовым оборудованием, системами вентиляции и кондиционирования, летчиков и пассажиров.

Использование сотовых конструкций фюзеляжа является перспективным направлением в области авиационной техники.

Системы вентиляции и кондиционирования пассажирского самолета должна обеспечивать нормальные жизненные условия для экипажа и пассажиров. Эти условия определяются по Нормам летной годности самолетов Авиационных правил следующими физиолого-гигиеническими требованиями, предъявляемыми к воздушной среде кабины и салона самолета.

1. Давление воздуха с изменением высоты полета должно поддерживаться по определенному закону. Идеальным по физиологическим условиям является поддержание в кабине давления, равного давлению на уровне моря. Однако при этом возникают повышенные требования к прочности кабины и салона в связи с возрастающим перепадом давлений в кабине и салоне и в окружающей среде, что связано с увеличением массы фюзеляжа. Поэтому давление в кабине и салоне поддерживают исходя из оптимального удовлетворения обоим требованиям.

2. Скорость изменения давления воздуха в кабине и салоне самолета не должна превышать 24 Па/с при любых режимах работы двигателей, что соответствует вертикальной скорости 2 м/с, если принять, что давление изменяется по Международной стандартной атмосфере на уровне моря.

Нормы изменения давления воздуха в кабине и салоне устанавливают исходя из физиологических требований, обусловленных способностью человеческого организма выравнивать давления с окружающей атмосферой, главным образом, в области среднего уха.

3. Температура воздуха в кабине и салоне должна поддерживаться в пределах от 283,15 до 315,15 К.

Максимальная скорость изменения температуры в легком многоцелевом самолете не должна превышать 3,3 К в минуту.

В кабине экипажа отдельно от салона пассажиров должно быть предусмотрено особое устройство для автоматического регулирования температуры. Необходимо, чтобы в кабине экипажа можно было получать температуру, отличающуюся на ± 5 К от температуры в салоне пассажиров. Температурный перепад вдоль продольной оси кабины экипажа и салона пассажиров не должен превышать 1 К. Перепад температуры вдоль поперечной оси кабины и салона пассажиров не должен быть выше 2 К.

Для реализации комфортных условий жизнедеятельности экипажа и пассажиров необходимо оптимизировать значения толщины сотовых конструкций в кабине экипажа и салоне пассажиров.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛОВОГО СОСТОЯНИЯ ОТСЕКОВ САМОЛЕТА

Решение задачи оптимизации значений толщины сотовых конструкций в кабине экипажа и салоне пассажиров требует определения теплового состояния отсеков. Математическую модель герметичного теплоизолированного отсека с системой кондиционирования воздуха и негерметичных нетеплоизолированных отсеков представим уравнениями теплообмена между обшивкой и воздухом в теплоизолированном и нетеплоизолированном отсеках с учетом теплоотдачи людей, кресел, багажа или груза, бортового оборудования, а также переноса теплоты из системы кондиционирования воздуха в отсек.

Процесс передачи теплоты в сотовых конструкциях описывается одномерными уравнениями [1, 2]:

$$C_{cv}(x)T_{cv,t} = (\lambda_{cv}(x, T_{cv})T_{cv,x})_x, \quad 0 < x < l; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{cv}(x, T_{cv})F_{cv}T_{cv,x} &= \alpha_{cv,out}(t)F_{cv}(T_e(t) - T_{cv}(t, x)) + Q_{cv,out} - \\ &- c_0 \varepsilon_{cv,out} F_{cv,out} T_{cv}^4(t), \quad x = 0; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{cv}(x, T_{cv})F_{cv}T_{cv,x} &= \alpha_{cv,in}(t)F_{cv}(T_{air}(t) - T_{cv}(t, x)) + \\ &+ \sum_j g_{j,cv} T_j^4 / T_{ms}^4 - c_0 \varepsilon_{cv,in} F_{cv,in} T_{cv}^4(t) + Q_{cv,in}, \quad x = l; \end{aligned} \quad (3)$$

$$T_{cv}(0, x) = T_0(x), \quad 0 < x < l, \quad (4)$$

где $C_{cv}(x) = C_i$, $\lambda_{cv}(x, T_{cv}) = \lambda_{i,0} + \lambda_{i,1}T_{cv}$ при $l_{i-1} \leq x < l_i$, ($i = 1, \dots, k-1$), $C_{cv}(x) = C_k$, $\lambda_{cv}(x, T_{cv}) = \lambda_{k,0} + \lambda_{k,1}T_{cv}$ при $l_{k-1} \leq x \leq l_k$, т. е. коэффициенты C_{cv} , λ_{cv} зависят от того, в каком слое рассматривается перенос тепла.

При этом $0 = l_0 < l_1 < \dots < l_k = l$.

В уравнениях (1)–(4) использованы следующие обозначения:

$T_{cv}(x, t)$ – температура сотовой конструкции; $T_{cv,t}$ – первая производная T_{cv} по t ; $T_{cv,x}$ – первая производная T_{cv} по x ; $T_{cv,x,x}$ – вторая производная T_{cv} по x ; $C_{cv}(x)$ – объемная теплоемкость сотовой конструкции обшивки или окон (произведение удельной теплоемкости на плотность); $\lambda_{cv}(l, T)$ – теплопроводность сотовой конструкции; $\alpha_{cv,out}$ – коэффициент теплоотдачи наружной поверхности конструкции; $\alpha_{cv,in}$ – коэффициент теплоотдачи внутренней поверхности конструкции; F_{cv} – площадь конструкции при наружном и внутреннем теплообмене; $Q_{cv,out}$ – тепловая энергия внешних источников; $Q_{cv,in}$ – тепловая энергия внутренних источников; c_0 – постоянная Стефана-Больцмана; $\varepsilon_{cv,in}$ – коэффициент черноты излучения внутренней поверхности сотовой конструкции; $g_{j,cv}$ – коэффициент радиационного

теплообмена системы « j -й элемент отсека – сотовая конструкция»; T_e – температура восстановления; t – время; T_{air} – температура воздушной среды в отсеке или в части отсека; T_j – температура j -го элемента отсека; l – толщина сотовой конструкции.

Процесс переноса теплоты через герметизированную теплоизолированную перегородку между герметизированным теплоизолированным и негерметизированным нетеплоизолированным отсеками представим в виде одномерных уравнений теплопроводности

$$C_{bl}(x)T_{bl,t} = (\lambda_{bl}(x, T_{bl})T_{bl,x})_x, \quad 0 < x < l; \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{bl}(x, T_{bl})F_{bl,upr} T_{bl,x} &= \alpha_{bl,upr}(t)F_{bl,upr} (T_{air,upr}(t) - T_{bl}(t, x)) + \\ &+ \sum_j g_{j,bl,upr} T_{bl,j}^4 / T_{ms}^4 - c_0 \varepsilon_{bl,upr} F_{bl,upr} T_{bl}^4(t), \quad x = 0; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{bl}(x, T_{bl})F_{bl,pr} T_{bl,x} &= \alpha_{bl,pr}(t)F_{bl,pr} (T_{air,pr}(t) - T_{bl}(t, x)) + \\ &+ \sum_j g_{j,bl,pr} T_{bl,j}^4 / T_{ms}^4 - c_0 \varepsilon_{bl,pr} F_{bl,pr} T_{bl}^4(t), \quad x = l; \end{aligned} \quad (7)$$

$$T_{bl}(0, x) = T_0(x), \quad 0 < x < l, \quad (8)$$

где $C_{bl}(x) = C_i$, $\lambda_{bl}(x, T_{bl}) = \lambda_{i,0} + \lambda_{i,1}T_{bl}$ при $l_{i-1} \leq x < l_i$, ($i = 1, \dots, k-1$), $C(x) = C_k$, $\lambda_{bl}(x, T_{bl}) = \lambda_{k,0} + \lambda_{k,1}T_{bl}$ при $l_{k-1} \leq x < l_k$.

В уравнениях (5)–(8) использованы следующие обозначения:

$T_{bl}(x, t)$ – температура сотовой перегородки; $T_{bl,t}$ – первая производная T_{bl} по t ; $T_{bl,x}$ – первая производная T_{bl} по x ; $T_{bl,x,x}$ – вторая производная T_{bl} по x ; $\alpha_{bl,upr}$, $\alpha_{bl,pr}$ – коэффициенты теплоотдачи поверхности перегородки соответственно со стороны негерметизированного и герметизированного отсеков; $F_{bl,upr}$, $F_{bl,pr}$ – площади перегородки, участвующей в конвективно-радиационном теплообмене соответственно со стороны негерметизированного и герметизированного отсеков; $\varepsilon_{bl,upr}$, $\varepsilon_{bl,pr}$ – коэффициенты черноты излучения поверхности перегородки соответственно со стороны негерметизированного и герметизированного отсеков; $g_{j,n,upr}$, $g_{j,n,pr}$ – коэффициенты радиационного теплообмена системы « j -й элемент отсека – перегородка» соответственно со стороны негерметизированного и герметизированного отсеков.

Процесс теплопередачи бортового оборудования представим в виде обыкновенного дифференциального уравнения, описывающего конвективно-радиационный теплообмен с окружающими конструкциями

$$T_{m,t} = \alpha_{air,m}(t)F_{air,m} / C_m (T_{air}(t) - T_m) + g_{win,m} / C_m T_{win}^4(t) / T_{rf}^4 +$$

$$+ \sum_m g_{j,m} / C_m T_j^4(t) / T_{ms}^4 - c_0 \varepsilon_m F_m / C_m T_m^4 + Q_m / C_m, \quad (9)$$

где T_m – температура m -го бортового оборудования; $T_{m,t}$ – первая производная T_m по t ; T_{win} – температура внутренней поверхности окна; $\alpha_{air,m}$ – коэффициент теплоотдачи m -го бортового оборудования; $F_{air,m}$ – площадь m -го бортового оборудования при конвективном теплообмене; C_m – теплоемкость i -го бортового оборудования; $g_{win,m}$ – коэффициент радиационного теплообмена системы «окно – m -й блок бортового оборудования»; $g_{j,m}$ – коэффициент радиационного теплообмена системы « j -й элемент отсека – m -й блок бортового оборудования»; ε_m – коэффициент черноты излучения m -го блока; Q_m – энергия тепловыделения или теплопоглощения m -м бортовым оборудованием от системы кондиционирования и преобразованная из электрической энергии.

Процесс теплоотдачи человека представим в виде обыкновенного дифференциального уравнения, описывающего конвективно-радиационный теплообмен:

$$T_{r,t} = \alpha_{air,r}(t) F_{air,r} / C_r (T_{air}(t) - T_r) + g_{win,r} / C_r T_{win}^4(t) / T_{rf}^4 + \sum_r g_{j,r} / C_r T_j^4(t) / T_{ms}^4 - c_0 \varepsilon_r F_r / C_r T_r^4 + Q_r / C_r, \quad (10)$$

где T_r – температура r -го человека; $T_{r,t}$ – первая производная T_r по t ; $\alpha_{air,r}$ – коэффициент теплоотдачи человека; $F_{air,r}$ – площадь человека при конвективном теплообмене; C_r – теплоемкость человека; Q_r – энергия тепловыделения человека; $g_{win,r}$ – коэффициент радиационного теплообмена системы «окно – человек»; $g_{j,r}$ – коэффициент радиационного теплообмена системы « j -й элемент отсека – человек»; ε_r – коэффициент черноты излучения человека.

Процесс теплоотдачи груза и конструкций представим в виде обыкновенных дифференциальных уравнений, аналогичных уравнению (10).

Теплообмен воздушной среды в теплоизолированном герметичном отсеке представим в виде обыкновенного дифференциального уравнения, описывающего конвективный теплообмен между внутренней поверхностью теплоизоляции обшивки бортового оборудования, людьми r , креслами, багажом или грузом p и воздухом в отсеке, а также перенос теплоты из системы кондиционирования воздуха в отсек:

$$T_{air,pr,t} = \alpha_{cv,in}(t) F_{cv,in,pr} / C_{air} (T_{cv,in,pr}(l_{cv,pr},t) - T_{air,pr}) + \alpha_{bl,pr}(t) F_{bl,pr} / C_{air} (T_{bl,pr}(l_{bl,pr},t) - T_{air,pr}) + \sum_r (\alpha_{air,r}(t) F_{air,r} / C_{air} (T_r(t) - T_{air,pr}) + Q_r / C_{air}) +$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_p (\alpha_{air,p}(t) F_{air,p} / C_{air} (T_p(t) - T_{air,pr}) + Q_p / C_{air}) \\
& + \sum_m (\alpha_{air,m}(t) F_{air,m} / C_{air} (T_m(t) - T_{air,pr}) + Q_m / C_{air}) + \\
& + \sum_j (\alpha_{air,j}(t) F_{air,j} / C_{air} (T_j(t) - T_{air,pr}) + c_p G_{stm} / C_{air} (T_{stm} - T_{air,pr})), \quad (11)
\end{aligned}$$

где $T_{air,t}$ – первая производная T_{air} по t ; G_{stm} – расход воздуха, вытекающего из системы кондиционирования и (или) из системы обеспечения теплового режима; T_{stm} – температура воздуха, вытекающего из системы кондиционирования и (или) из системы обеспечения теплового режима; $T_{cv,in,pr}$ – температура внутренней поверхности многослойных конструкций обшивки и окон в кабине.

Теплоемкость воздуха C_{air} определяется по выражению

$$C_{air} = c_p (\rho_{air} G_{stm} \Delta t + \rho_{air} V_{air}), \quad (12)$$

где ρ_{air} – плотность воздуха в отсеке; c_p – удельная теплоемкость воздуха; Δt – интервал дискретизации времени при решении системы дифференциальных уравнений; V_{air} – объем воздуха в кабине.

Процесс теплообмена воздушной среды в нетеплоизолированном негерметичном отсеке представим в виде обыкновенного дифференциального уравнения, описывающего конвективный теплообмен между внутренней поверхностью обшивки, поверхностью теплоизолированной герметичной перегородки, грузом p и бортовым оборудованием m :

$$\begin{aligned}
T_{air,upr,t} = & \alpha_{air,in}(t) F_{cv,in,upr} / C_{air} (T_{cv,in,upr}(l_{cv,upr},t) - T_{air,upr}) + \\
& + \alpha_{bl,pr}(t) F_{bl,pr} / C_{air} (T_{bl,pr}(l_{bl,pr},t) - T_{air,upr}) + \\
& + \sum_p (\alpha_{air,p} F_{air,p} / C_{air} (T_p(t) - T_{air,upr}) + Q_p / C_{air}) + \\
& + \sum_m (\alpha_{air,m} F_{air,m} / C_{air} (T_m(t) - T_{air,upr}) + Q_m / C_{air}) + \\
& + \sum_j (\alpha_{air,j} F_{air,j} / C_{air} (T_m(t) - T_{air,upr})), \quad (13)
\end{aligned}$$

где l_{bl} – толщина перегородки.

Теплоемкость воздуха C_{air} определяется по выражению (12).

Коэффициенты теплоотдачи поверхностей $\alpha_{cv,out}$, $\alpha_{cv,in}$, $\alpha_{bl,upr}$, $\alpha_{bl,pr}$, $\alpha_{air,m}$, $\alpha_{air,r}$ в уравнениях (2), (3), (6), (7), (9)–(11), (13) будем вычислять с помощью методов, описанных в работах [1–3].

Коэффициент радиационного теплообмена в уравнениях (3), (6), (7), (9), (10) определяется методом Монте-Карло [4].

2. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛООВОГО СОСТОЯНИЯ СОТОВОЙ КОНСТРУКЦИИ ФЮЗЕЛЯЖА

Для решения прямой задачи теплового состояния сотовой конструкции фюзеляжа рассмотрим математическую модель теплообмена в гетерогенной структуре (1)–(4), (5)–(8) как параболическую краевую задачу с разрывными коэффициентами. Описание и физические свойства гетерогенных структур можно найти в [5].

Введем следующие обозначения: $G \subset \mathbb{R}^3$ – ограниченная область с границей ∂G , которая разделена на M подобластей $G = \bigcup_{k=1}^M G^{(k)}$; $Q_T = G \times (0, T)$ – цилиндр в \mathbb{R}^4 ; $S_T = \partial G \times [0, T]$ – боковая поверхность цилиндра Q_T . Предполагается, что подобласти $G^{(k)}$ разделены кусочно-гладкой поверхностью Γ .

Теплообмен в гетерогенной структуре описывается следующим параболическим уравнением

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \sum_{i,j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij}(x,t) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) = 0, \quad (x,t) \in Q_T, \quad (14)$$

где $u(x,t)$ – температура; коэффициенты a_{ij} являются Липшиц-непрерывными по x функциями в подобластях $G^{(k)}$, $k=1, \dots, M$. В то же время они могут иметь разрыв первого рода на Γ . Предполагается также, что существуют $\mu, \eta > 0$ такие, что выполняется условие равномерной параболичности по $(x,t) \in Q_T$:

$$\mu \sum_i \xi_i^2 < \sum_{i,j} a_{ij}(x,t) \xi_i \xi_j < \eta \sum_i \xi_i^2.$$

Также требуется, чтобы искомая функция удовлетворяла условию

$$u|_{t=0} = \varphi(x) \quad (15)$$

и одному из следующих двух граничных условий на ∂G :
граничное условие первого рода

$$u(x,t)|_{x \in \partial G} = \psi(x,t) \quad (16)$$

или третьего рода

$$\left(\sum_{i,j} a_{ij} n_i \frac{\partial u}{\partial x_j} + \eta(x,t)u + \gamma(x,t) \right) \Big|_{x \in \partial G} = 0, \quad (17)$$

где n_i – i -я координата вектора внутренней нормали ∂G .

В работе [6] доказано существование обобщенных решений краевых задач (14), (15), (16) и (14), (15), (17). Причем эти решения могут быть аппроксими-

рованы решениями соответствующих краевых задач с коэффициентами, которые являются приближениями исходных разрывных коэффициентов. Например, можно получить приближенное решение исходной задачи, решая задачу со сглаженными коэффициентами. В данной работе предлагается статистически оценивать решение задачи со сглаженными коэффициентами с помощью метода, основанного на численном решении стохастических дифференциальных уравнений (СДУ) и, таким образом, получать оценки приближенного решения исходной краевой задачи с разрывными коэффициентами.

Для сглаживания коэффициентов предлагается использовать интегральное усреднение (см. [6], [7])

$$f^{(\rho)}(x) = \rho^{-3} \int_{|x-y|<\rho} \omega_\rho(|x-y|) f(y) dy \quad (18)$$

с бесконечно дифференцируемым финитным ядром ω_ρ таким, что $\omega_\rho(|\xi|) = 0$ при $|\xi| \geq \rho$ и $\int_{|\xi| \leq \rho} \omega_\rho(|\xi|) d\xi = 1$. В выражении (5) и далее ρ означает радиус усреднения, а символ $|a|$ – евклидову норму вектора a .

3. ПОЛУЧЕНИЕ ОЦЕНКИ РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ СДУ

Хорошо известно (см., например, [8]), что решение параболического уравнения может быть представлено в виде математического ожидания функционала решения СДУ. Этот факт может быть использован для получения статистических оценок решений параболических уравнений с помощью численного решения СДУ. Приближенное решение задачи таким способом может быть получено в одной или нескольких точках внутри области, что часто бывает достаточным для практического применения. При этом нет необходимости строить сетку по пространственным переменным и решать большие системы линейных алгебраических уравнений. Метод статистического моделирования легко распараллеливается с высокой эффективностью. Поэтому для решения задачи можно использовать суперкомпьютерную технику. Мы применяем этот метод для оценки решения параболического уравнения со сглаженными коэффициентами, полученными на основе интегрального усреднения (18).

Приближенное решение уравнения (14) будем находить как решение следующего уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \sum_{i,j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij}^{(\rho)} \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) = 0, \quad (19)$$

где $a_{ij}^{(\rho)}$ – сглаженные коэффициенты уравнения (1) в окрестности Γ .

Для точки $(x, t) \in Q_T$ мы определим случайный процесс X_\bullet , который начинает движение из точки x в момент времени t и который является решением следующего векторного СДУ:

$$X_v = x + \int_{T-t}^v b(X_r, r) dr + \int_{T-t}^v \sigma(X_r, r) dW_r, \quad (20)$$

где W_\bullet – винеровский процесс [7]; σ – 3×3 матрица такая, что $2\sigma^T \sigma = A^{(\rho)}$,

$$A^{(\rho)} = (a_{ij}^{(\rho)}); \quad b = \left(\sum_{i=1}^3 \frac{\partial a_{i1}^{(\rho)}}{\partial x_i}, \sum_{i=1}^3 \frac{\partial a_{i2}^{(\rho)}}{\partial x_i}, \sum_{i=1}^3 \frac{\partial a_{i3}^{(\rho)}}{\partial x_i} \right)^T.$$

Обозначим $E_{t,x}$ математическое ожидание относительно вероятностной меры $P_{t,x}$, соответствующей случайному процессу, исходящему из точки x в момент времени t . Для решения первой краевой задачи (15), (16), (19) в точке (x, t) справедливо следующее вероятностное представление [8]

$$u(x, t) = E_{T-t, x} [\varphi(X_T) 1_{\tau > T} + \psi(X_\tau, \tau) 1_{\tau < T}], \quad (21)$$

где $\tau = \inf\{v \mid X_v \notin G\}$ – время первого выхода процесса X_\bullet из области G , 1_S – обозначение функции множества S . Таким образом, мы можем получить оценки решения задачи (15), (16), (19) путем численного моделирования траектории процесса X_\bullet . Для этого мы используем модифицированный метод Эйлера, согласно которому приближенные траектории X_\bullet рассчитываются по формуле (см., например, [9])

$$x_{i+1} = x_i + hb(x_i, t_i) + \sqrt{h}\sigma(x_i, t_i)\zeta_i, \quad t_{i+1} = t_i + h, \quad (22)$$

где h – шаг интегрирования, ζ_i ($i=1, 2, \dots$) – трехмерные векторы с независимыми случайными величинами, распределенными по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

Для задачи (15), (17), (19) построим диффузионный процесс X_\bullet с отражением от границы области в направлении внутренней конормали, который является решением СДУ

$$X_v = x + \int_{T-t}^v b(X_r, r) dr + \int_{T-t}^v \sigma(X_r, r) dW_r + \int_{T-t}^v n^A(X_r, r) d|k_r|, \quad (23)$$

где n^A – единичный вектор внутренней конормали, т. е. $n^A = An / |An|$; $|k_v| = \int_t^v 1_{\partial G}(X_r) d|k_r|$ – неотрицательный стохастический процесс, который возрастает только тогда, когда процесс X_\bullet находится на границе. Достаточно полное исследование диффузионных процессов с отражением от границы

можно найти в работах [10–12]. Вероятностное представление решения краевой задачи (15), (17), (19) в точке (x, t) имеет следующий вид:

$$u(x, t) = E_{T-t, x} \left[\varphi(X_T) \exp \left(\int_{T-t}^T \eta(X_r, r) d|k_r| \right) + \int_{T-t}^T \gamma(X_r, r) d|k_r| \right]. \quad (24)$$

Статистическая оценка решения задачи (15), (17), (19) получается с использованием численного моделирования траекторий процесса X методом Эйлера, в котором вычисления на i -м шаге производятся следующим образом [13]:

$$x_{i+1} = x_i + hb(x_i, t_i) + \sqrt{h}\sigma(x_i, t_i)\zeta_i + (\Delta_{i+1}K)n_i^A, \quad t_{i+1} = t_i + h, \quad (25)$$

$$\Delta_{i+1}K = \left[d \left(x_i + hb(x_i, t_i) + \sqrt{h}\sigma(x_i, t_i)\zeta_i \right) \right]^-, \quad (26)$$

где n_i^A – внутренний единичный вектор конормали в точке x_i , который вычисляется, когда x_i находится на ∂G ; $[a]^- = \max\{0, -a\}$; $d(x)$ – неположительная вещественная функция, удовлетворяющая для любой точки $x \notin G$ следующему уравнению:

$$x = \rho(x) + d(x)n^A(\rho(x)). \quad (27)$$

В выражении (27) мы используем следующие обозначения: $\rho(x)$ – это проекция точки $x \notin G$ на \bar{G} в направлении вектора конормали. Здесь черта сверху обозначения множества означает его замыкание. В (27) полагаем $d(x) = 0$, если $x \in \bar{G}$. Следует отметить, что для получения оценки решения задачи (15), (17), (19) мы также должны вычислить следующие функции, определенные в узлах сетки на отрезке $[0, T]$:

$$y_i = \begin{cases} 1, & i = 0, \\ \exp \left(\sum_{k=0}^{i-1} \eta(x_k, t_k) 1_{\partial G}(x_k) \Delta_{k+1}K \right), & i \geq 1, \end{cases}$$

$$z_i = \begin{cases} 0, & i = 0, \\ \sum_{k=0}^{i-1} (\gamma(x_k, t_k) 1_{\partial G}(x_k) \Delta_{k+1}K) y_k, & i \geq 1. \end{cases}$$

Оценка решения задачи (15), (17), (19) рассчитывается по формуле

$$\hat{u}(x, t) = E_{T-t, x} [\varphi(x_N) y_N + z_N], \quad (28)$$

где $N = T/h$.

Полученные уравнения (9)–(13) составляют систему обыкновенных дифференциальных уравнений, которую в общем виде можно записать следующим образом:

$$Y_t = F(Y(t, \Theta)), \quad t \in (0, t_f); \quad Y_t = Y_\Theta, F, Y \in R^S; \quad \Theta \in R^r, \quad (29)$$

где $Y = [T_{cv}, T_{bl}, T_m, T_r, \dots]^T$ – вектор параметров теплового состояния отсека; Y_t – вектор первых производных Y по t ; $\Theta = [v_1, v_2, \dots, v_5]^T$ – вектор коэффициентов модели; T – верхний индекс, обозначающий операцию транспонирования.

Для решения уравнений (14) предлагается использовать следующую численную схему типа Розенброка второго порядка аппроксимации для неавтономных систем [14]:

$$\bar{Y}_{n+1} = \bar{Y}_n + aK_1 + (1-a)K_2; \quad (30)$$

$$K_1 = h(I - ah\bar{\Psi}_Y(\bar{Y}_n, t_n, \Theta))^{-1} \bar{\Psi}(\bar{Y}_n, t_n + ah, \Theta); \quad (31)$$

$$K_2 = h(I - ah\bar{\Psi}_Y(\bar{Y}_n, t_n, \Theta))^{-1} \bar{\Psi}(\bar{Y}_n, t_n + aK_1, t_n + 2ah, \Theta); \quad (32)$$

$$a = 1 - 1/\sqrt{2},$$

где \bar{Y}_n, \bar{Y}_{n+1} – решение системы, полученной на n -й и $(n+1)$ -й итерациях соответственно; $\bar{\Psi}$ – правая часть системы; $\bar{\Psi}_Y$ – матрица Якоби; I – единичная матрица; h – шаг интегрирования.

4. АЛГОРИТМ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЕПЛООВОГО СОСТОЯНИЯ ОТСЕКОВ САМОЛЕТА

Решение обратной задачи, т. е. оценивание коэффициентов Θ модели, сводится к минимизации взвешенной суммы квадратов невязок между заданными по принятому критерию значениями \bar{Y} и соответствующими значениями $\bar{Y}(t, \Theta)$, полученными в ходе расчётов по уравнениям модели:

$$\Phi(\Theta) = \sum_{k=1}^N (\bar{Y}_k - \bar{Y}_k(t_k, \Theta))^T (\bar{Y}_k - \bar{Y}_k(t_k, \Theta)), \quad (33)$$

где t_k – моменты времени при $k = 1, \dots, N$.

Как было отмечено в работе [4], для минимизации функции (33) целесообразно использовать композицию метода наискорейшего спуска, квазиньютоновского метода Бroyдена–Флетчера–Гольдфарба–Шэнно и метода Ньютона, которые реализуются в соответствии с формулой

$$\Theta_{j+1} = \Theta_j + b_j S(\Theta_j), \quad (34)$$

где b_j – коэффициент, характеризующий длину шага на j -й итерации; S – параметр, указывающий направление поиска вектора Θ_0 действительных значений коэффициентов Θ .

Очередное направление S поиска j вектора Θ в этом алгоритме определяется из системы уравнений

$$\nabla^2\Phi(\Theta_j) = -\nabla\Phi(\Theta_j), \quad (35)$$

где $\nabla^2\Phi - (r \times r)$ – матрица Гессе, представляющая собой квадратную матрицу вторых частных производных функции Φ по вектору Θ .

Начальная матрица $\nabla^2\Phi(\Theta_k)$ в уравнении (35) была принята единичной.

Для решения системы уравнений (35) матрицу $\nabla^2\Phi(\Theta_j)$ представляют в факторизованной форме:

$$\nabla^2\Phi(\Theta_j) = L(\Theta_j)D(\Theta_j)L^T(\Theta_j), \quad (36)$$

где $L(\Theta_j)$ – нижнетреугольная матрица с единичной диагональю; $D(\Theta_j)$ – диагональная матрица.

Матрицы $L(\Theta_j)$, $D(\Theta_j)$ получают разложением Холецкого матрицы $\nabla^2\Phi(\Theta_j)$ по алгоритму, описанному в работе [15].

Для минимизации функции (33) квазиньютоновским методом Бройдена–Флетчера–Гольдфарба–Шэнно очередное направление поиска $\bar{\Theta}^n$ определяется из системы уравнений

$$\beta^n S^n = -\Delta\Phi(\bar{\Theta}^n), \quad (37)$$

где β^n – оценка матрицы Гессе вторых частных производных в точке $\bar{\Theta}^n$; S^n – параметр, указывающий направление поиска вектора $\bar{\Theta}_0$ действительных значений коэффициентов $\bar{\Theta}$; $\Delta\Phi(\bar{\Theta}^n)$ – градиент функции Φ .

Оценивание матрицы Гессе вторых частных производных в этом алгоритме проводится по формуле Бройдена–Флетчера–Гольдфарба–Шэнно [15].

В процессе минимизации с использованием квазиньютоновского алгоритма на каждой итерации требуются вычисления градиента функции $\Delta\Phi(\bar{\Theta}^n)$. Компоненты градиента функции (33) вычисляются по формуле

$$\delta\Phi / \delta\vartheta_1 = 2 \sum_{k=1}^N (Y_k - Y_k(t_k, \bar{\Theta}))^T \delta Y_k(t_k, \bar{\Theta}) / \delta\vartheta_1, \quad (38)$$

где $H_{1,k} = \delta Y_k(t_k, \bar{\Theta}) / \delta\vartheta_1$ – производные от решения уравнений (1)–(13) по ϑ_1 , которые называются функциями чувствительности [15].

Применение алгоритма (30)–(32) к системе (29) и функциям чувствительности

$$\begin{aligned}\vec{Y}_{t,\Theta} &= \vec{f}_Y Y_\Theta + \vec{f}_\Theta, \\ \vec{Y}_\Theta(\vec{\Theta}) &= 0,\end{aligned}\quad (39)$$

требует вычисления на каждом шаге системы уравнений размера $S \times (r + 1)$.

В системе (39) \vec{f}_Y – матрица первых частных производных f по Y размера $S \times S$; \vec{f}_Θ – матрица первых частных производных \vec{f} по $\vec{\Theta}$ размера $S \times r$. Матрица системы (39) содержит на главной диагонали блоки $I - ah\vec{f}_Y$, а в первых S столбцах находятся элементы, включающие производные $\vec{f}_{Y,Y}$ и $\vec{f}_{Y,\Theta}$; $\vec{f}_{Y,Y}$ – матрица первых частных производных по \vec{Y} элементов матрицы \vec{f}_Y размера $S \times S \times S$; $\vec{f}_{Y,\Theta}$ – матрица первых частных производных по $\vec{\Theta}$ элементов матрицы \vec{f}_Y размера $S \times S \times r$.

Описанный алгоритм был исследован нами путем численного моделирования для ряда задаваемых (эталонных) значений векторов управления $\vec{U} = [\rho_Y, V_{air,out}, T_e]^T$ (где ρ_Y – плотность воздушной среды за бортом; $V_{air,out}$ – воздушная скорость полета; T_e – температура восстановления) и искоемых коэффициентов $\vec{\Theta}_0$, которым приводились в соответствие рассчитанные по (1)–(13) и зашумленные величины вектора измерений \vec{Y} . Изучались устойчивость, скорость и точность сходимости алгоритма в зависимости от формы и точности задания исходных условий и других факторов. При этом критериями качества являлись величины функции невязки $\Phi(\vec{\Theta})$ последней итерации и величины $(\hat{\vec{\Theta}}_j - \vec{\Theta}_0) / \vec{\Theta}_0$, определяющие погрешности оценок коэффициентов $\hat{\vec{\Theta}}$ относительно их действительных значений $\vec{\Theta}_0$.

По результатам моделирования нами был сделан вывод об удовлетворительной сходимости предложенного алгоритма. Конечные результаты незначительно зависят от погрешностей задания начальных значений $\vec{\Theta}_{int}$.

5. ПОГРЕШНОСТИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

При определении погрешностей получаемых оценок $\hat{\vec{\Theta}}$ нами был использован метод, основанный на построении и анализе ковариационной матрицы $P(\hat{\vec{\Theta}})$ погрешностей оценок [16].

$$P(\hat{\Theta}) = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{N_k} \frac{h_{1jk}}{\sigma_j} \frac{h_{1jk}}{\sigma_j} & \dots & \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{N_k} \frac{h_{1jk}}{\sigma_j} \frac{h_{rjk}}{\sigma_j} \\ \vdots & & \vdots \\ \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{N_k} \frac{h_{rjk}}{\sigma_j} \frac{h_{1jk}}{\sigma_j} & \dots & \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{N_k} \frac{h_{rjk}}{\sigma_j} \frac{h_{rjk}}{\sigma_j} \end{bmatrix}^{-1}, \quad (40)$$

где $h_{ijk} = \frac{\partial}{\partial \vartheta_i} \hat{Y}_{jk}(\bar{\Theta})$ – функция чувствительности j -й составляющей прогноза вектора измерений $Y_{jk}(\bar{\Theta})$ к изменению i -го искомого коэффициента в k -й момент времени; σ_j – среднее квадратическое отклонение погрешности j -й составляющей измерений Y_j вектора измерений \vec{Y} ; m – размерность вектора.

Диагональные элементы ($r \times r$) матрицы $P(\hat{\Theta})$ являются дисперсиями оценок коэффициентов, а остальные позволяют рассчитать их взаимные корреляции. По значениям дисперсий при численном моделировании нами определялись доверительные интервалы полученных оценок коэффициентов.

Функции чувствительности определяются как особенностями исследуемых агрегатов и трубопроводов, математическими моделями их теплообмена, так и значимыми факторами летного эксперимента: составом векторов измерений \vec{Y} и управления \vec{U} , интервалом дискретизация времени измерений и другими. Это обстоятельство позволяет выполнять оптимальное планирование летного эксперимента, выбирая факторы исходя из требуемой точности идентификации. Помимо приведенных выше оценок точности, в качестве критерия при планировании эксперимента нами использовалась степень обусловленности ε матрицы $P(\hat{\Theta})$. Планирование сводилось к выбору количественных значений значимых факторов эксперимента, соответствующих минимальным значениям степени обусловленности ε .

6. ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ ПОСТРОЕННОЙ МОДЕЛИ

Наиболее распространенный метод проверки адекватности математических моделей реальным процессам основан на анализе остатков [17]. Остатки \bar{O} характеризуют точность построения моделей и определяются разностью элементов вектора измерения $\vec{Y}(t)$ и оценок вектора измерения $\hat{Y}(t)$ по проверяемым моделям. При этом проверяется соответствие полученных остатков допущениям на статистические свойства погрешностей измерения $\bar{\varepsilon}_x$, положенных в основу построения моделей. По результатам анализа остатков зачастую имеется возможность улучшить структуры моделей и провести планирование эксперимента.

Параметрическая идентификация моделей выбранными нами методами достаточно обоснована как для случая аддитивных случайных некоррелированных погрешностей $\bar{\varepsilon}_x$, распределенных по нормальному закону, так и для случая произвольных статистических свойств вектора погрешностей $\bar{\varepsilon}_x$ [17]. В работе [17] утверждается, что в большинстве экспериментов имеет место случай произвольных статистических свойств вектора $\bar{\varepsilon}_x$. Поэтому проводить анализ отдельных свойств остатков (выбросов, тренда, резкого сдвига уровня остатков и других) нецелесообразно.

Для проверки гипотезы об адекватности моделей будем сопоставлять остатки с величинами, характеризующими погрешности вектора измерения $\bar{Y}(t)$. К этим величинам будем относить:

- 1) доверительные интервалы погрешностей измерения $\bar{Y}(t)$, если используются измерения в одной точке;
- 2) отклонения измеренных значений $\bar{Y}(t)$ от функций времени средних арифметических $\bar{Y}(t)$ плюс доверительные интервалы погрешностей измерения $\bar{\varepsilon}_x$, если используются измерения в нескольких точках;
- 3) доверительные интервалы погрешностей определения начальных значений вектора $\bar{Y}(t)$.

Адекватность математической модели (1)–(13) проверяли для транспортного самолета АН-74 на режиме полета, представленного на рис. 1. При этом оценивали коэффициенты Θ модели для режима полета, приведенного на рис. 2. Установлено, что рассчитываемые по модели температуры воздушной среды в кабине экипажа и грузовой кабине транспортного самолета АН-74 не выходят за пределы измеренных в нескольких точках значений температуры воздушной среды (рис. 3, 4).

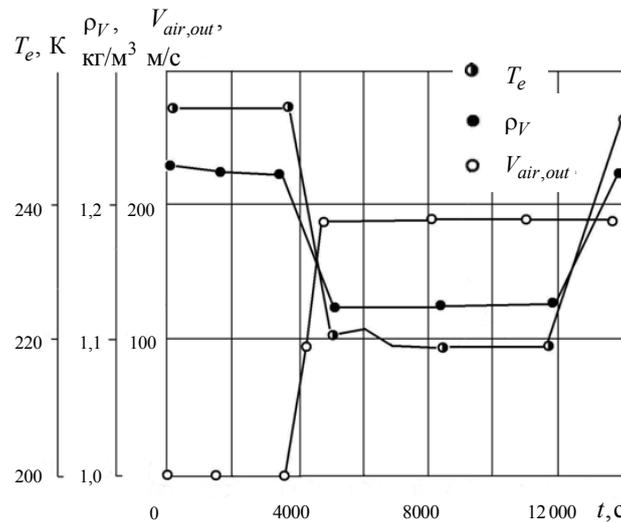


Рис. 1. Параметры режима полета и воздушной среды за бортом самолета АН-74:

T_e – температура восстановления; ρ_V – плотность воздушной среды за бортом; $V_{air,out}$ – воздушная скорость полета

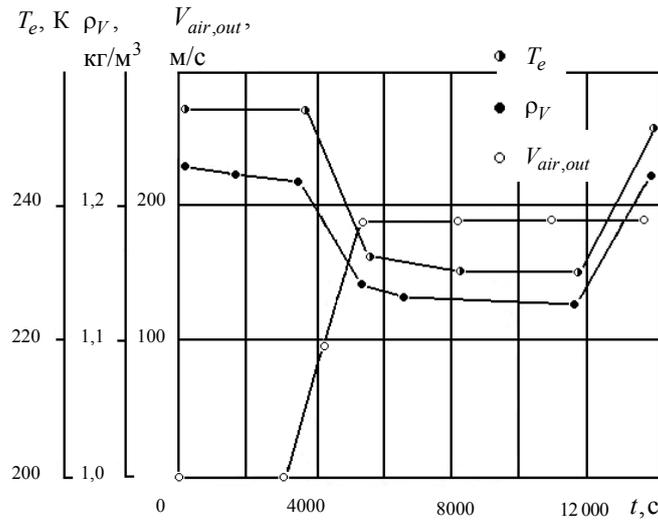


Рис. 2. Параметры режима полета и воздушной среды за бортом самолета АН-74 для параметрической идентификации модели:

T_e – температура восстановления; ρ_V – плотность воздушной среды за бортом; $V_{air,out}$ – воздушная скорость полета

Следовательно, построенная модель с учетом приведенных условий соответствует экспериментальным результатам в кабинах самолета. Это позволяет прогнозировать температуру в кабинах самолета АН-74 на других режимах полета и параметрах воздушной среды за бортом.

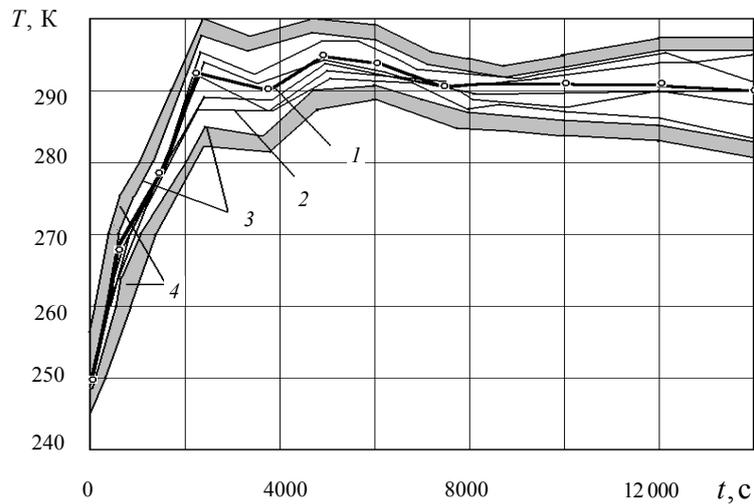


Рис. 3. Сопоставление значений температуры $T_{air,crc}$ в кабине экипажа самолета АН-74:

1 – реализация средних арифметических, рассчитанных в нескольких точках значений температуры; 2 – рассчитанные значения температуры; 3 – границы измеренных в нескольких точках значений температуры; 4 – доверительные интервалы погрешностей измерений

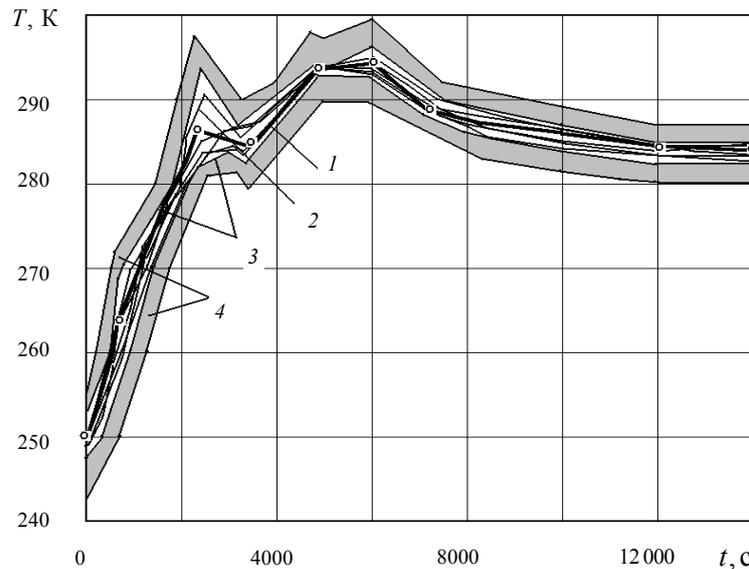


Рис. 4. Сопоставление значений температуры $T_{air,cgc}$ в грузовой кабине самолета АН-74:

- 1 – реализация средних арифметических, рассчитанных в нескольких точках значений температуры; 2 – рассчитанные значения температуры; 3 – границы измеренных в нескольких точках значений температуры; 4 – доверительные интервалы погрешностей измерений

7. ОЦЕНИВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЕПЛООВОГО СОСТОЯНИЯ ОТСЕКОВ САМОЛЕТА

В качестве объекта исследования по определению требуемого расхода воздуха систем вентиляции и кондиционирования, толщины теплоизоляции кабины экипажа и салона пассажиров нами был принят прототип бразильского магистрального самолета Embraer 190. Исследования проводились в соответствии с Нормами летной годности.

Основным критерием при оптимизации параметров системы кондиционирования воздуха и теплоизоляции в кабине экипажа и салоне пассажиров является достижение температуры 290,15...298,15 К в кабине экипажа и салоне пассажиров не более чем через 1200 с после взлета при условии наземной подготовки (рис. 5).

Для холодного типа климата начальная температура воздуха должна соответствовать 283,15 К, для экстремального теплого сухого 315,15 К. Температура всех элементов негерметичных отсеков соответственно 228,15 К и 323,15 К. Температура воздуха на выходе из системы кондиционирования воздуха в полете не должна быть ниже 276,15 К и выше 333,15 К.

Количество пассажиров соответственно 21 и 106.

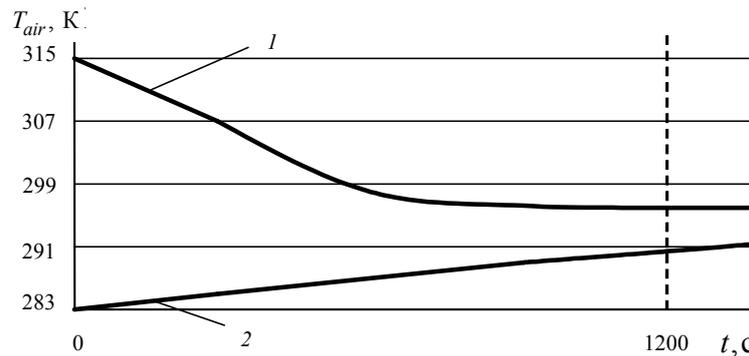


Рис. 5. Нормативные характеристики параметров системы кондиционирования воздуха и теплоизоляции в кабине экипажа и салоне пассажиров:

1 – для экстремально теплого сухого типа климата; 2 – для холодного типа климата

Массовая скорость воздушного потока $J_W(t)$ в герметичном теплоизолированном отсеке принималась равной $0,4 \text{ кг} / (\text{м}^2 \cdot \text{с})$, для негерметичных отсеков рассчитывалась по уравнениям, приведенным в работе [18]:

$$J_W(t) = \vartheta_{j,0} + \vartheta_{j,1} \rho_V(t) M(t) \quad \text{при числе Маха } 0,2 \leq M < 1,0 ; \quad (41)$$

$$J_W(t) = \vartheta_{j,0} + \vartheta_{j,1} \rho_V(t) M^2(t) \quad \text{при числе Маха } 1,0 \leq M \leq M_{\max} ; \quad (42)$$

$$J_W(t) = J_{W,1} \quad \text{при } \rho_V M \leq 0,05; \quad (43)$$

$$J_W(t) = J_{W,2} \quad \text{при } 0,05 < \rho_V M < 0,25, \quad (44)$$

где $\vartheta_{j,0}$, $\vartheta_{j,1}$ – коэффициенты зависимостей.

Коэффициенты зависимостей (41)–(44) модуля массовой скорости равны:

$$\vartheta_{j,0} = -0,21962 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с}); \quad \vartheta_{j,1} = 1,624 \text{ м}/\text{с};$$

ограничения зависимостей принимались равными

$$J_{W,1} = 0,65 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с}); \quad J_{W,2} = 0,2 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с}).$$

Вектор коэффициентов модели (рис. 6)

$$\Theta = [l_1, l_2, \dots, l_5]^T \quad (45)$$

включает в себя значения толщины теплоизоляции кабины экипажа и салона пассажиров l_1, l_2, \dots, l_5 в метрах).

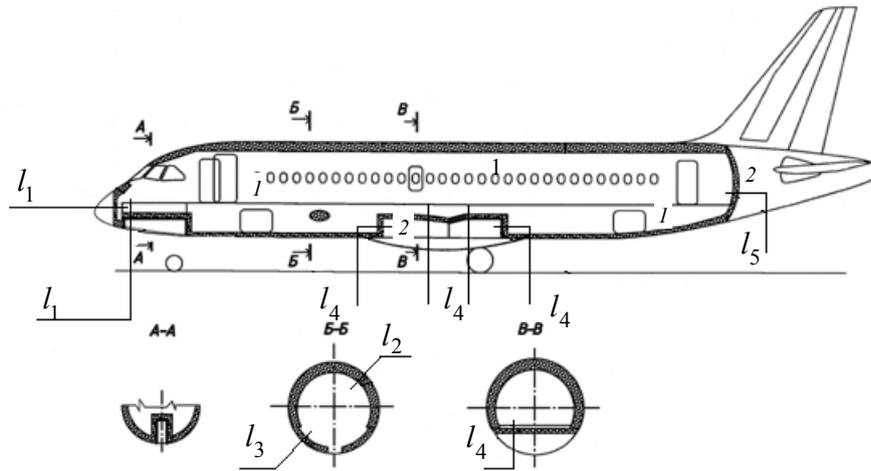


Рис. 6. Размещение сотовой конструкции на прототипе бразильского магистрального самолета Embraer 190:

1 – герметизированный теплоизолированный отсек; 2 – негерметизированный нетеплоизолированный отсек; l_1, l_2, \dots, l_5 – толщины теплоизоляции в кабине экипажа и салоне пассажиров

Оценки коэффициентов модели для холодного и экстремального теплого сухого типов климата соответственно равны

$$\Theta = [0,068 \ 0,053 \ 0,061 \ 0,082 \ 0,1822]^T;$$

$$\Theta = [0,071 \ 0,056 \ 0,063 \ 0,078 \ 0,1798]^T.$$

Доверительные интервалы оценок коэффициентов $\hat{\Theta}$ составляют при доверительной вероятности $p = 0,99$ соответственно

$$\bar{I}_{\Theta} = [0,007 \ 0,008 \ 0,006 \ 0,008 \ 0,021]^T;$$

$$\bar{I}_{\Theta} = [0,007 \ 0,006 \ 0,008 \ 0,009 \ 0,022]^T.$$

ВЫВОДЫ

Предложен теоретический метод определения требуемых значений толщины теплоизоляции в кабине экипажа и салоне пассажиров на основе разработанной математической модели теплового состояния отсеков легкого многоцелевого самолета.

В качестве методов параметрической идентификации модели теплового состояния отсеков при проектировании предложено использовать композицию метода наискорейшего спуска, метода Ньютона и квазиньютоновского метода Бroyдена–Флетчера–Гольдфарба–Шэнно. Для решения прямой задачи сотовых конструкций применялся метод, основанный на численном решении стохастических дифференциальных уравнений; для решения жесткой системы обыкновенных дифференциальных уравнений – неявный метод Розенброка второго порядка.

Выбран критерий проверки адекватности модели по анализу остатков.

Получены оптимальные значения толщины теплоизоляции в кабине экипажа и салоне пассажиров прототипа бразильского магистрального самолета Embraer 190. Исследования проводились в соответствии с Нормами летной годности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Воронин Г.И.* Системы кондиционирования на летательных аппаратах. – М.: Машиностроение, 1973. – 443 с.
2. *Дульнев Г.Н., Тарновский Н.Н.* Тепловые режимы электронной аппаратуры. – Л.: Энергия, 1971. – 248 с.
3. *Дульнев Г.Н., Польщиков Б.В., Потягайло А.Ю.* Алгоритмы иерархического моделирования процессов теплообмена в сложных радиоэлектронных комплексах // Радиоэлектроника. – 1979. – № 11. – С. 49–54.
4. *Николаев В.Н., Гусев С.А., Махоткин О.А.* Математическая модель конвективно-лучистого теплообмена продуваемого теплоизолированного негерметичного отсека летательного аппарата // Прочность летательных аппаратов. Расчет на прочность элементов авиационных конструкций: научно-технический сборник. – Новосибирск: СибНИА, 1996. – Вып. 1. – С. 98–108.
5. *Миснар А.* Теплопроводность твердых тел, жидкостей, газов и их композиций. – М.: Мир, 1968. 460 с.
6. *Ладьяженская О.А., Солонников В.А., Уральцева Н.Н.* Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. – М.: Наука, 1967. – 736 с.
7. *Соболев С.Л.* Некоторые применения функционального анализа в математической физике. – Изд. 3-е. – М.: Наука, 1988. – 336 с.
8. *Гухман И.И., Скороход А.В.* Введение в теорию случайных процессов. – М.: Наука, 1977. – 568 с.
9. *Kloeden P.E., Platen E.* Numerical solution of stochastic differential equations. – Berlin: Springer-Verlag, 1992. – 632 p.
10. *Lions P.L., Sznitman A.S.* Stochastic differential equations with reflected boundary conditions // Communications on Pure and Applied Mathematics. – 1984. – Vol. 37. – P. 511–537.
11. *Saisho Y.* Stochastic differential equations for multi-dimensional domain with reflecting boundary // Probability Theory and Related Fields. – 1987. – Vol. 74. – P. 455–477.
12. *Tanaka H.* Stochastic differential equations with reflected boundary condition in convex regions // Hiroshima Mathematical Journal. – 1979. – Vol. 9. – P. 163–177.
13. *Мильштейн Г.Н.* Применение численного интегрирования стохастических уравнений для решения краевых задач с граничными условиями Неймана // Теория вероятностей и ее применения. – 1996. – Т. 41, вып. 1. – С. 210–218.
14. *Артемьев С.С., Демидов Г.В., Новиков Е.А.* Минимизация овражных функций численным методом для решения жестких систем уравнений. – Новосибирск, 1980. – 13 с. – (Препринт / ВЦ СО АН СССР; № 74).
15. *Gill P., Murray E.* Quasi-Newton methods for unconstrained optimization // Journal of the Institute of Mathematics and its Applications. – 1971. – Vol. 9, N 1. – P. 91–108.
16. *Николаев В.Н., Симбирский Д.Ф.* Доверительные области результатов параметрической идентификации процессов теплообмена бортового оборудования самолета // Методы и средства исследования внешних воздействующих факторов на бортовое оборудование летательных аппаратов. – Новосибирск: СибНИА, 1991. – Вып. 2. – С. 11–15.
17. *Химмельблау Д.* Анализ процессов статистическими методами: пер. с англ. – М.: Мир, 1973. – 957 с.
18. *Николаев В.Н.* Экспериментально-теоретический метод определения параметров теплообмена бортового оборудования самолета-истребителя // Оборудование летательных аппаратов. Алгоритмическое и программное обеспечение исследований внешних воздействий на бортовое оборудование самолетов и вертолетов: научно-технический сборник. – Новосибирск: СибНИА, 1989. – Вып. 4. – С. 17–26.

Гусев Сергей Анатольевич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН. Основные научные интересы: разработка методов решения прикладных задач с использованием численного решения стохастических дифференциальных уравнений и оптимизация параметров динамических систем. Имеет более 60 научных трудов. E-mail: sag@osmf.sccc.ru.

Николаев Владимир Николаевич, доктор технических наук, главный научный сотрудник ФГУП «Сибирский научно-исследовательский институт авиации им. С.А. Чаплыгина». Основные научные интересы: математическое моделирование теплового состояния отсеков и систем самолета при проектировании, летных испытаниях и электромагнитная совместимость радиоэлектронного оборудования самолета. Имеет более 100 научных трудов. E-mail: nikvla50@mail.ru.

Simulation of compartment thermal condition of passenger aircraft with honeycomb structures of the fuselage*

S.A. GUSEV¹, V.N. NIKOLAEV²

¹ ICMMG SB RAS, 630090, Novosibirsk, Russian Federation, 6, Lavrent'eva Av., PhD (Phys.& Math.), senior researcher, ICMMG SB RAS. E-mail: sag@osmf.sccc.ru

² FSUE «S.A. Chaplygin Siberian Aeronautical Research Institute», 630051, 21, Polzunov St., D.Sc. (Eng.), chief researcher, FSUE «S. A. Chaplygin Siberian Aeronautical Research Institute». E-mail: nikvla50@mail.ru

A method for determining an aircraft compartment thermal condition based on the mathematical model of a compartment thermal condition was developed. A symbolic model of the system of a pressurized heat insulated compartment with air-conditioning systems and unpressurized and noninsulated compartments can be presented by a system of one-dimensional equations of an insulating lining, windows and ordinary difference equations of convective heat transfer of the inner surface of heat insulation of the lining and inner surface of the lining in noninsulated compartments, seats, and on-board equipment. The heat exchange factor in the model was calculated by the Monte-Carlo method. Solution techniques for solving heat exchange direct and inverse problems and for determining confidence intervals of parametric identification estimations were developed.

Confidence intervals of estimations of factors of the nonlinear mathematical model of a compartment thermal condition can be defined with the help of dispersion matrix errors of estimations of the required model factors. The method of displaying the common confidence band of estimations on the co-ordinate axes of the factor space is thus used. The prototype of the Brazilian main plane Embraer 190 was taken as a research object. Studies were carried out according to airworthiness requirements. The required performance of air-conditioning and ventilation systems as well as the heat insulation depth of crew and passenger cabins was achieved.

Keywords: Parabolic boundary value problem; discontinuous coefficients; integral averaging; stochastic differential equations; numerical solution; aircraft fuselage; honeycomb structures; heterogeneous structures; thermal state; mathematical model

DOI: 10.17212/1814-1196-2016-1-146-167

* Received 30 March 2015.

The work was supported by the Council under grants of the Russian Federation President and RFBR, projects № 14-01-00340-a

REFERENCES

1. Voronin G.I. *Sistemy konditsionirovaniya na letatel'nykh apparatakh* [Air-conditioning systems onboard the aircrafts]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1973. 443 p.
2. Dul'nev G.N., Tarnovskii N.N. *Teplovye rezhimy elektronnoi apparatury* [Thermal conditions of electronics]. Leningrad, Energiya Publ., 1971. 248 p.
3. Dul'nev G.N., Pol'shchikov B.V., Potyagailo A.Yu. Algoritmy ierarkhicheskogo modelirovaniya protsessov teploobmena v slozhnykh radioelektronnykh kompleksakh [Algorithms for hierarchical modeling of heat transfer processes in complex electronic systems]. *Radioelektronika – Electronics*, 1979, no. 11, pp. 49–54.
4. Nikolaev V.N., Gusev S.A., Makhotkin O.A. [Mathematical model of the convective radiant heat exchange of the venting heat-insulated unpressurized bay of the aircraft]. *Prochnost' letatel'nykh apparatov. Raschet na prochnost' elementov aviatsionnykh konstrukttsii* [Strength calculation of the airframe elements. A series of the aircraft strength]. Novosibirsk, SibNIA Publ., 1996, iss. 1, pp. 98–108.
5. Misnar A. *Teploprovodnost' tverdykh tel, zhidkostei, gazov i ikh kompozitsii* [The thermal conductivity of solids, liquids, gases and their compositions]. Moscow, Mir Publ., 1968. 460 p.
6. Ladyzhenskaya O.A., Solonnikov V.A., Ural'tseva N.N. *Lineinye i kvazilineinye uravneniya parabolicheskogo tipa* [Linear and quasilinear equations of parabolic type]. Moscow, Nauka Publ., 1967. 736 p.
7. Sobolev S.L. *Nekotorye primeneniya funktsional'nogo analiza v matematicheskoi fizike* [Applications of functional analysis in mathematical physics]. 3rd ed. Moscow, Nauka Publ., 1988. 336 p.
8. Gikhman I.I., Skorokhod A.V. *Vvedenie v teoriyu sluchainykh protsessov* [Introduction to the theory of random processes]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 568 p.
9. Kloeden P.E., Platen E. *Numerical solution of stochastic differential equations*. Berlin, Springer-Verlag, 1992. 632 p.
10. Lions P.L., Sznitman A.S. Stochastic differential equations with reflected boundary conditions. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1984, vol. 37, pp. 511–537.
11. Saisho Y. Stochastic differential equations for multi-dimensional domain with reflecting boundary. *Probability Theory and Related Fields*, 1987, vol. 74, pp. 455–477.
12. Tanaka H. Stochastic differential equations with reflected boundary condition in convex regions. *Hiroshima Mathematical Journal*, 1979, vol. 9, pp. 163–177.
13. Mil'shtein G.N. Primenenie chislennogo integrirovaniya stokhasticheskikh uravnenii dlya resheniya kraevykh zadach s granichnymi usloviyami Neimana [Application of numerical integration of stochastic equations for solving boundary value problems with Neumann conditions]. *Teoriya veroyatnostei i ee primeneniya – Theory of Probability and its Applications*, 1996, vol. 41, iss. 1, pp. 210–218. (In Russian)
14. Artem'ev S.S., Demidov G.V., Novikov E.A. *Minimizatsiya ovrazhnykh funktsii chislennym metodom dlya resheniya zhestkikh sistem uravnenii* [Minimization of ravine functions by numerical method for the stiff sets of equations solving]. Preprint no. 74. Data center of Siberian Department of the Academy of Sciences of the USSR. Novosibirsk, 1980. 13 p.
15. Gill P., Murray E. Quasi-Newton methods for unconstrained optimization. *Journal of the Institute of Mathematics and its Applications*, 1971, vol. 9, no. 1, pp. 91–108.
16. Nikolaev V.N., Simbirskii D.F. [The confidence regions of the parametric identification results of the heat exchange processes of the aircraft airborne equipment]. *Metody i sredstva issledovaniya vneshnikh vozddeistvuyushchikh faktorov na bortovoe oborudovanie letatel'nykh apparatov* [Methods and means of study of the external factors effecting on the aircraft airborne equipment]. Novosibirsk, SibNIA Publ., 1991, iss. 2, pp. 11–15.
17. Himmelblau D. *Process analysis by statistical methods*. New York, Wiley, 1970. 463 p. (Russ. ed.: Khimmel'blau D. *Analiz protsessov statisticheskimi metodami*. Translated from English. Moscow, Mir Publ., 1973. 957 p.).
18. Nikolaev V.N. [Experimental and theoretical method for measuring heat avionics fighter]. *Oborudovanie letatel'nykh apparatov. Algoritmicheskoe i programmnoe obespechenie issledovaniya vneshnikh vozddeistvii na bortovoe oborudovanie samoletov i vertoletov* [Algorithmic provision and software of studies of external actions on airborne equipment of aircrafts and helicopters]. Novosibirsk, SibNIA Publ., 1989, iss. 4, pp. 17–26.