

*АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ  
И ИДЕНТИФИКАЦИЯ*

УДК 681.513

**ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ  
ЛИНЕАРИЗОВАННОЙ МОДЕЛИ  
ПЕРЕВЕРНУТОГО МАЯТНИКА:  
ТЕСТОВЫЙ СИГНАЛ – ДВОЙНОЙ МЕАНДР\***

К.М. БОБОБЕКОВ

*630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, аспирант кафедры автоматики. E-mail: kurbon\_111@mail.ru*

Обычно в качестве тестового воздействия используют синусоидальный сигнал. В некоторых случаях подают периодический сигнал другого вида, например меандр. Ниже рассматривается задача активной идентификации параметров неустойчивого объекта типа перевернутого маятника с регулятором третьего порядка при подаче на вход тестового сигнала вида суммы двух меандров. Так как объект неустойчивый, необходимо ввести регулятор. Параметры регулятора рассчитаны полиномиальным методом. Для определения параметров объекта построены две специальные номограммы. Указанные номограммы получены в результате тестирования системы при вариации параметров объекта в заданных пределах. Первая номограмма показывает зависимость коэффициента усиления объекта от амплитуды выходного сигнала в фиксированный момент времени. Вторая номограмма отражает зависимость амплитуды выходного сигнала от «инерционности» объекта. Эти номограммы позволяют нам определить параметры объекта. Также приведен пример определения параметров объекта.

**Ключевые слова:** активная идентификация, перевернутый маятник, система управления, переходный процесс, два гармонических воздействия, оценка параметров объекта, объект управления, вариации параметров объекта

DOI: 10.17212/2307-6879-2016-3-7-17

**ВВЕДЕНИЕ**

Предлагается для определения параметров неустойчивого объекта, в качестве которого взят перевернутый маятник, использовать метод активной идентификации. Методы активной идентификации параметров неустойчивого

---

\* Статья получена 10 октября 2016 г.

объекта типа перевернутого маятника исследованы в работах [12, 15, 16]. В статье [12] проводится активная идентификация параметров объекта типа перевернутого маятника при подаче на вход синусоидального сигнала с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . В статье [15] также проводится активная идентификация параметров объекта (объект первый порядок) при подаче на вход периодического (знакопеременного) сигнала типа меандра. Для того чтобы оценить параметры неустойчивого объекта методом активной идентификации, необходимо в систему ввести регулятор, обеспечивающий устойчивость системы. В работе рассчитан регулятор третьего порядка полиномиальным методом [12, 16]. В отличие от предыдущих работ [12, 15, 16], в данной работе используются тестовые сигналы вида суммы двух меандров. Такого типа сигналы легче формировать и «отслеживать» системой управления. Кроме того, эффективность воздействия сигналов типа меандра существенно выше по сравнению с синусоидальным воздействием. Это позволяет повысить точность определения параметров объекта.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧА

Исследуется неустойчивый объект «перевернутый маятник» с выходным сигналом  $\theta$  (угловое положение маятника), линеаризованная модель которого описывается передаточной функцией второго порядка [12, 16]:

$$W \left[ \frac{\theta(s)}{u(s)} \right] = \frac{n(s)}{d(s)} = -\frac{k_\theta}{s^2 - b}. \quad (1)$$

Ставится задача определения двух параметров неустойчивого объекта ( $k_\theta = 1$ ,  $b = 5$ ). Объект содержит полюс в правой замкнутой полуплоскости комплексной переменной. Поэтому необходимо рассчитать регулятор, обеспечивающий устойчивость системы, что позволит снимать переходные процессы на выходе объекта, вызванные воздействующим (тестовым) сигналом.

В статьях [12, 16] для определения параметров объекта второго порядка подается тестовый сигнал наиболее часто используемого при идентификации объектов типа синусоиды – сначала одной частоты, затем другой. Если подавать одну частоту, то возникают сложности с определением второго параметра объекта. Для устранения этой трудности и было предложено для определения другого параметра подавать другую частоту.

В работе [15] для более простого объекта первого порядка в качестве тестового сигнала используется сигнал типа меандра  $A \cdot \text{sign}(\omega t)$ . Для определения параметров объекта построена специальная номограмма.

В одной из статей автора в качестве тестового сигнала выбран также сигнал типа меандра. Для оценки параметров объекта подается меандр сначала одной частоты, а потом другой. В нашем случае выбран сигнал типа «двойной меандр», представляющий собой «наложение» двух меандров с разными частотами. Это позволяет нам определить оба параметра объекта при специально выбранных моментах времени  $t_1$  и  $t_2$ .

Выбор периодических тестовых сигналов позволяет усреднять результаты измерений с целью уменьшения ошибок измерений. Использование «двойного меандра» уменьшает время активного вмешательства в естественный режим функционирования системы. В следующем разделе рассчитывается регулятор.

## 2. РАСЧЕТ РЕГУЛЯТОРА

Рассчитывается астатический регулятор  $W_R(s)$  (рис.1) для неустойчивого объекта типа перевернутого маятника полиномиальным методом [12, 16].

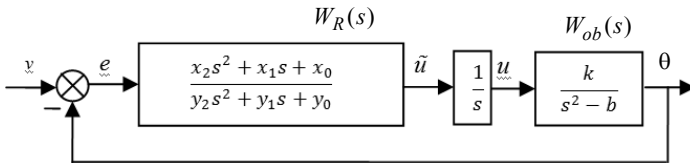


Рис. 1. Структурная схема системы с двух меандровым сигналом

Запишем формулу найденного регулятора без учета интегратора:

$$W_R(s) = \frac{x(s)}{y(s)} = \frac{x_2s^2 + x_1s + x_0}{y_2s^2 + y_1s} = \frac{-0.44s^2 - 1.4075s - 1}{0.0032s^2 + 0.008s + 0.0815}. \quad (2)$$

Передаточная функция системы определяется на основе уравнений (1) – (2) и имеет следующий вид:

$$W_{sys} = \frac{(-0.44s^2 - 1.4075s - 1)(-k_0)}{(-0.44s^2 - 1.4075s - 1)(-k_0) + (0.0003s^2 + 0.008s + 0.0815)(s^3 - bs)}. \quad (3)$$

Подставим значения параметров объекта (назовем *базовыми значениями* объекта), равные  $k_0 = 1$  и  $b = 5$  в (3):

$$W_{sys}(s) = \frac{(-0.248s^2 - 0.96s - 1) \cdot (-1)}{(-0.248s^2 - 0.96s - 1) \cdot (-1) + (0.0016s^2 + 0.032s) \cdot (s^2 - 5)}.$$

Для уменьшения перерегулирования в системе зададим полюса замкнутой системы  $\{-5, -5, -5, -5\}$ . Нули оказались равными  $\{-1.94, -1.94\}$ . В результате преобразований предыдущего уравнения получим передаточную функцию системы:

$$W_{sys}(s) = \frac{0.248s^2 + 0.96s + 1}{0.0016s^4 + 0.032s^3 + 0.24s^2 + 0.8s + 1}. \quad (4)$$

Переходной процесс системы при базовых значениях объекта показан на рис. 2.

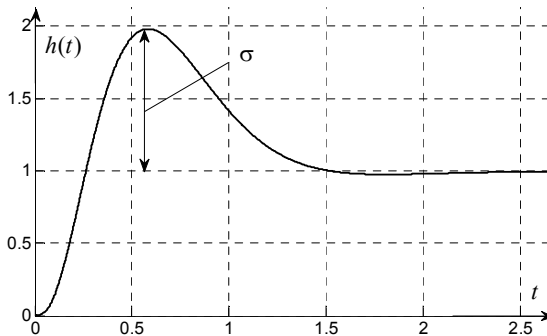


Рис. 2. График переходного процесса системы

Из графика (рис. 2) следует, что время переходного процесса в системе при базовых значениях параметров объекта  $t_{nn} = 1.5$  с. Следовательно, при подаче тестовых сигналов на систему амплитуду выходного сигнала следует измерять по окончании переходного процесса.

### 3. ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТА

Как отмечено выше, для того чтобы оценивать параметры объекта, необходимо добиться устойчивости системы, что было сделано в предыдущем разделе введением регулятора. Таким образом, имеется возможность

осуществления процедуры идентификации оценки параметров объекта, при подаче на вход системы (рис. 1) тестового сигнала (рис. 3). Периоды выбраны равными  $T = 3.14$  и  $T = 0.628$ , т. е. кратными (рис. 4).

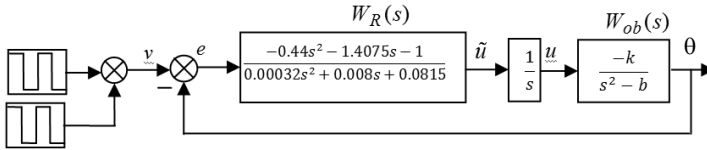


Рис. 3. Структурная схема системы с тестовым сигналом

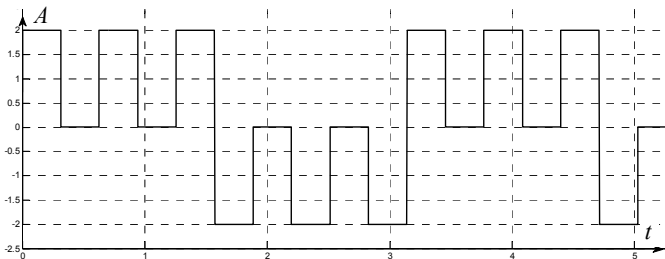


Рис. 4. Воздействующий (тестовый) сигнал

По результатам измерений строим семейство выходных сигналов при вариации параметров объекта. Параметры объекта могут меняться относительно базовых значений в пределах  $b \in [4; 6]$  и  $k \in [0.8; 1.4]$ . (рис. 5). Переходные процессы заканчиваются примерно за  $\pi$  с. Семейство выходных сигналов для интервала  $t \in [5; 6.35]$  приведены на рис. 6.

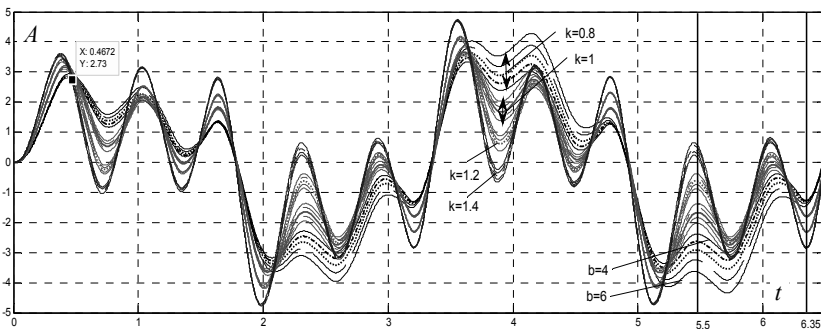


Рис. 5. Семейство выходных сигналов для  $t \in [0; 6.35]$

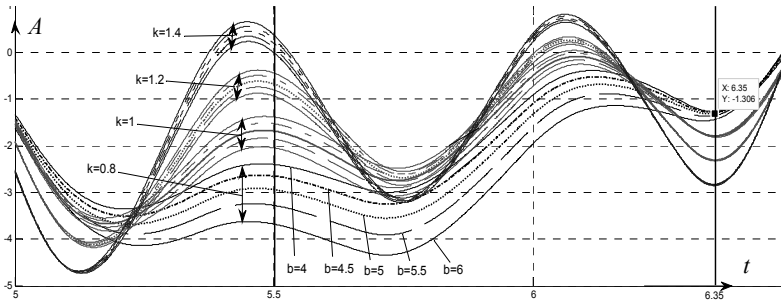


Рис. 6. Семейство выходных сигналов для  $t \in [5; 6.35]$

Используя графики рис. 6 при  $t_1 = 5.5$ , построим номограммы зависимости амплитуды от параметра  $b$  (рис. 7) и зависимость коэффициента усиления  $k$  от амплитуды (рис. 8) при  $t_2 = 6.35$ .

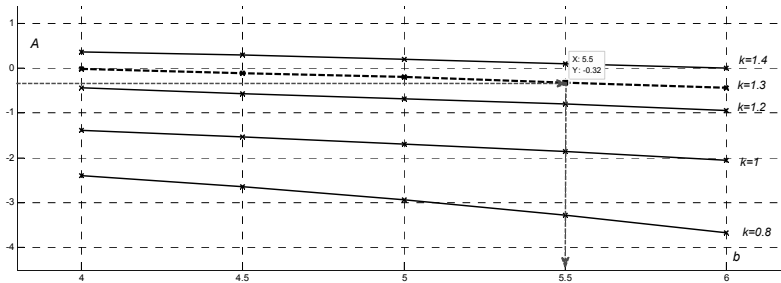


Рис. 7. Номограмма зависимости амплитуды  $A$  от параметра  $b$  при  $t = 5.5$

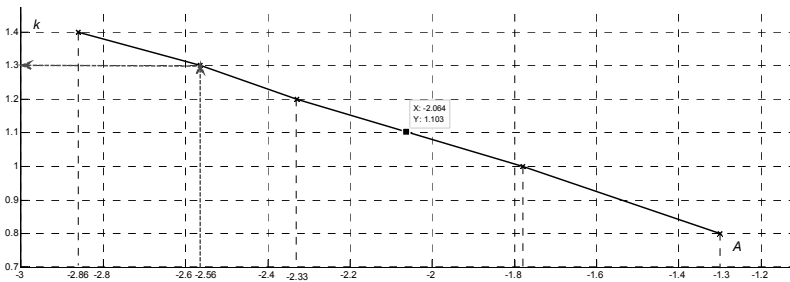


Рис. 8. Номограмма зависимости коэффициента усиления  $k$  от амплитуды  $A$  для  $t = 6.35$

#### 4. ПРИМЕР ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТА

Проиллюстрируем процедуру определения параметров объекта при значениях  $k = 1.3$ ,  $b = 5.5$  в предположении, что эти значения нам не известны. На вход системы (рис. 3) подаем двойной меандр с частотами  $\omega = 2$  и  $\omega = 10$  рад/с и единичной амплитудой  $A$ . На выходе системы измеряется амплитуда выходного сигнала при  $t_1 = 5.5$  с – она равна  $A = -0.32$  (см. рис. 7). Для определения другого параметра объекта также измеряется амплитуда выходного сигнала при  $t_2 = 6.35$ , которая равна  $A = -2.56$ . Это позволяет определить коэффициент усиления  $k = 1.3$  (см. рис. 8).

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен метод активной идентификации параметров линеаризованной модели перевернутого маятника по углу отклонения. На вход системы подается периодический сигнал типа меандра, представляющего собой наложение двух сигналов типа меандра с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Частоты выбираются кратными. На выходе системы измеряется амплитуда выходного сигнала в специально выбранные моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ . Значения этих амплитуд позволяют определить параметры объекта  $k$  и  $b$ , для чего используются специальные номограммы, построенные заранее по результатам экспериментального исследования данного объекта. В дальнейшем предполагается проведение активной идентификации параметров объекта при подаче на вход двух синусоидальных сигналов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воевода А.А., Шоба Е.В. Управление перевернутым маятником // Сборник научных трудов НГТУ. – 2012. – № 2 (68). – С. 3–14.
2. Бобобеков К.М. Модель перевернутого маятника: частные случаи // Сборник научных трудов НГТУ. – 2015. – № 3 (81). – С. 21–42.
3. Бобобеков К.М., Воевода А.А. Полиномиальный метод синтеза ПИ(Д)-регулятора для неминимально фазового объекта // Сборник научных трудов НГТУ. – 2015. – № 4 (82). – С. 7–20.
4. Воевода А.А., Вороной В.В. Полиномиальный метод расчета многоканальных регуляторов заданной структуры // Научный вестник НГТУ. – 2013. – № 2 (51). – С. 214–218.

5. *Воевода А.А., Вороной В.В.* Модальный синтез регуляторов пониженного порядка методом дифференцирования характеристического полинома // Сборник научных трудов НГТУ. – 2011. – № 1 (63). – С. 3–12.
6. *Шоба Е.В., Воевода А.А., Вороной В.В.* Модальный синтез многоканального регулятора пониженного порядка с использованием «обратной» производной // Научный вестник НГТУ. – 2012. – № 1 (46). – С. 15–22.
7. *Воевода А.А.* Стабилизация двухмассовой системы: модальный метод синтеза с использованием полиномиального разложения // Научный вестник НГТУ. – 2010. – № 1 (38). – С. 195–198.
8. *Voevoda A.A., Troshina G.V.* Active identification of the inverted pendulum control system // Proceedings of the 18<sup>th</sup> International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM'2015). – St. Petersburg: LETI Publ., 2015. – Vol. 1. – P. 153–156.
9. *Chen C.T.* Linear system theory and design. – 3<sup>rd</sup> ed. – New York: Oxford University Press, 1999. – 334 p.
10. *Трошина Г.В.* Активная идентификация линейных динамических дискретных стационарных объектов во временной области: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01 / Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск, 2007. – 171 с.
11. *Mehra R.K.* Optimal input for linear system identification // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1974. – Vol. 19, N 3. – P. 192–200.
12. *Воевода А.А., Бобобеков К.М.* Активная идентификация параметров модели перевернутого маятника по углу при подаче на вход синусоидальных сигналов // Сборник научных трудов НГТУ. – 2016. – № 2 (84). – С. 21–37.
13. *Трошина Г.В.* D-оптимальный план эксперимента в задачах активной идентификации по данным установившегося режима для линейных стационарных дискретных систем // Наука. Промышленность. Оборона: труды VII всероссийской научно-технической конференции. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2006. – С. 445–449.
14. *Ljung L.* System identification: theory for the user. – 2<sup>nd</sup> ed. – Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall PTR, 1999. – 315 p.
15. *Bobobekov K.M., Voevoda A.A., Troshina G.V.* The active identification of parameters for the unstable object // XI Международный форум по стратегическим технологиям, IFOST–2016, Новосибирск, 1–3 июня 2016 г. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. – С. 594–596.
16. *Bobobekov K.M., Voevoda A.A., Troshina G.V.* The parameters determination of the inverted pendulum model in the automatic control system // XIII международная научно-техническая конференция «Актуальные проблемы электронного приборостроения» АПЭП–2016, Новосибирск, 3–6 октября 2016 г. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. – Т. 1, ч. 3. – С. 180–182



**Бобобеков Курбонмурод Мулломиракович**, специалист по технологиям машиностроения, 2008–2013 гг. – кафедра «Технология машиностроения, металлорежущие станки и инструменты» механико-технологического факультета Таджикского технического университета (ТТУ) им. акад. М.С. Осими. С 2013 по 2015 г. ассистент Таджикского технического университета. С 2015 г. аспирант кафедры автоматики Новосибирского государственного технического университета. В настоящее время специализируется в области синтеза систем управления техническими системами. Имеет 5 публикаций. E-mail: kurbon\_111@mail.ru

### **Identification parameters of the linearized model of an inverted pendulum: test signal - a double meander\***

**К.М. Bobobekov**

*Novosibirsk State Technical University, 630073, Novosibirsk, the avenue K. Marx, 20, the post-graduate student of Department "Automatics" of Novosibirsk state technical university. E-mail: kurbon\_111@mail.ru*

Usually in as a test signal used sinusoidal signal. In some cases, is fed a periodic signal another species, such as meander. Below considered the problem of active identification of parameters of an unstable object, type an inverted pendulum, regulator a third-order, when applied to the input test signal species sum of two meander. Since the object an unstable must enter regulator. The regulator parameters are calculated by a polynomial method. To determine the parameters of the object is constructed two special nomograms. These nomograms is obtained as a result of testing of the system at a variation of object parameters within the given limits. First nomogram shows the dependence of the gain of the object from the output signal amplitude at a fixed time. The second nomogram reflects the dependence of the amplitude of the output signal from the "inertia" of the object. These nomograms allow us to determine the parameters of the object. Also shows an example of determining the parameters of the object.

**Keywords:** Active identification, inverted pendulum, control system, transition process, two harmonic impact, assessment of the pendulum parameters, object control, object parameter variation

DOI: 10.17212/2307-6879-2016-3-7-17

### **REFERENCES**

1. Voevoda A.A., Shoba E.B. Upravlenie perevernutym mayatnikom [About model inverted pendulum]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2012, no. 2 (68), pp. 3–14.

---

\* Received 10 October 2016.

2. Bobobekov K.M. Model' perevernutogo mayatnika: chastnye sluchai [The model of the inverted pendulum: special cases]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2015, no. 3 (81), pp. 21–42.
3. Bobobekov K.M., Voevoda A.A. Polinomial'nyi metod sinteza PI(D)-regulyatora dlya neminimal'no fazovogo ob"ekta [Polynomial method synthesis of PI(D) regulator for non-minimum-phase object]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2015, no. 4 (82), pp. 7–20.
4. Voevoda A.A., Voronoi V.V. Polinomial'nyi metod rascheta mnogokanal'nykh regulyatorov zadannoi struktury [Polynomial method for calculating multi-channel controllers of a given structure]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 2 (51), pp. 214–218.
5. Voevoda A.A., Voronoi V.V. Modal'nyi sintez regulyatorov ponizhennogo poryadka metodom differentsirovaniya kharakteristicheskogo polinoma [Modal design of reduced order controllers by method of differentiation of the characteristic polynomial]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2011, no. 1 (63), pp. 3–12.
6. Shoba E.V., Voevoda A.A., Voronoi V.V. Modal'nyi sintez mnogokanal'nogo regulyatora ponizhennogo poryadka s ispol'zovaniem "obratnoi" proizvodnoi [Modal synthesis of multi-channel low-order controller using the "reverse" derivative principle for three-mass system]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2012, no. 1 (46), pp. 15–22.
7. Voevoda A.A. Stabilizatsiya dvukhmassovoi sistemy: modal'nyi metod sinteza s ispol'zovaniem polinomial'nogo razlozheniya [Stabilisation of two-mass system by a modal method of synthesis with polynomial factorization]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2010, no. 1 (38), pp. 195–198.
8. Voevoda A.A., Troshina G.V. Active identification of the inverted pendulum control system. *Proceedings of the 18<sup>th</sup> International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM'2015)*. St. Petersburg, LETI Publ., 2015, vol. 1, pp. 153–156.
9. Chen C.T. *Linear system theory and design*. 3<sup>rd</sup> ed. New York, Oxford University Press, 1999. 334 p.
10. Troshina G.V. *Aktivnaya identifikatsiya lineinykh dinamicheskikh diskretnykh statsionarnykh ob"ektov vo vremennoi oblasti*. Diss. kand. tekhn. nauk [Active identification of linear dynamic discrete stationary objects in a time domain. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2007. 171 p.

11. Mehra R.K. Optimal input for linear system identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, vol. 19, no. 3, pp. 192–200.
12. Voevoda A.A., Bobobekov K.M. Aktivnaya identifikatsiya parametrov modeli perevernutoго маятника po uglu pri podache na vkhod sinusoidal'nykh signalov [Active identification of the inverted pendulum model data on angle in applied to the input sinusoidal signal]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 2 (84), pp. 21–37.
13. Troshina G.V. [D-optimum design of experiment in active identification problems on base of steady state for single-line stationary discrete systems]. *Trudy VII vserossiiskoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii "Nauka. Promyshlennost'. Oborona"* [Proceedings of the VII All-Russian scientific and technical conference "Science. Industry. Defence"], Novosibirsk, 2006, pp. 445–449. (In Russian)
14. Ljung L. *System identification: theory for the user*. 2<sup>nd</sup> ed. Upper Saddle River, NJ, Prentice Hall PTR, 1999. 315 p.
15. Bobobekov K.M., Voevoda A.A., Troshina G.V. [The active identification of parameters for the unstable object]. *XI Mezhdunarodnyi forum po strategicheskim tekhnologiyam, IFOST–2016* [The 11<sup>th</sup> International Forum on Strategic Technology IFOST–2016], Novosibirsk, 1–3 June 2016, pp. 594–596.
16. Bobobekov K.M., Voevoda A.A., Troshina G.V. The parameters determination of the inverted pendulum model in the automatic control system. *XIII mezh-dunarodnaya nauchno-tekhnicheskaya konferentsiya "Aktual'nye problemy elektronogo priborostroeniya" APEP–2016* [Proceedings of the XIII International Conference "Actual problems of electronic instrument engineering", (APEIE–2016)], Novosibirsk, 3–6 October 2016, vol. 1, pt. 3, pp. 180–182.