СБОРНИК **НАУЧНЫХ ТРУДОВ НГТУ. – 2020. – № 4 (99).** – 7–20

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ

УДК 681.513 DOI: 10.17212/2307-6879-2020-4-7-20

ПРИМЕР ПОЛИНОМИАЛЬНОГО СИНТЕЗА РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ НЕКВАДРАТНОГО ОБЪЕКТА С ОДНИМ ВХОДОМ И ДВУМЯ ВЫХОДАМИ*

А.А. ВОЕВОДА[1], В.И. ШИПАГИН[2]

[1] *630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, доктор технических наук, профессор кафедры автоматики. E-mail: ucit@ucit.ru*

[2] *630087, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, соискатель кафедры автоматики. E-mail: shipagin@mail.ru*

Всё большее распространение приобретают полиномиальные методы синтеза регуляторов для систем автоматического управления с линейными объектами. Особую трудность представляет синтез многоканальных регуляторов, что вызвано необходимостью использования матричного полиномиального исчисления. Однако при таком подходе в основном рассматриваются объекты с числом входов, равным числу выходов. Это связано с удобством решения системы линейных алгебраических уравнений при матричном полиномиальном исчислении.

В настоящей работе рассматривается полиномиальный метод синтеза регуляторов для неквадратного объекта, т. е. такого, у которого число входных воздействий не равно числу выходных. Выбранная система содержит не только неквадратный объект, но и неквадратный регулятор. В качестве рассматриваемого примера взята линейная модель неустойчивого объекта, имеющая один канал по входному воздействию и два канала по выходному. Необходимо добиться определенных показателей качества выходной векторной величины, при этом управление осуществляется в обратной связи системы и суммируется с входным воздействием. Объект был представлен в виде левого полиномиального разложения, а регулятор – в виде правого.

Ключевые слова: передаточная функция объекта, система управления, метод факторизации, полиномиальный синтез, многоканальные регуляторы, матрица Сильвестра, неквадратный объект

---

* Статья получена 04 октября 2020 г.

ВВЕДЕНИЕ

В современных условиях достаточно часто приходится иметь дело с техническими системами с неравным числом входов-выходов [1–5]. Такие объекты управления могут быть выделены в отдельный класс неквадратных объектов как частный случай многомерных многосвязных систем [6].

Рассматривается возможность синтеза регуляторов для модели неквадратного объекта с двумя выходами и одним входом. Изучается возможность синтеза с использованием полиномиально-матричного описания (polynomial matrix fraction description – PMFD) для такого класса объектов [7–11].

В первом разделе статьи описывается выбранный неквадратный объект, демонстрируется его передаточная функция и осуществляется переход к матричному полиномиальному представлению. Во втором разделе применяется полиномиальный метод синтеза неквадратного регулятора. Третий раздел посвящен имитации выбранного объекта в системе Matlab и проверке работоспособности полученного регулятора [12].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим систему, содержащую один вход $v(s)$ и два выхода: $out_1(s)$ и $out_2(s)$ (рис. 1).

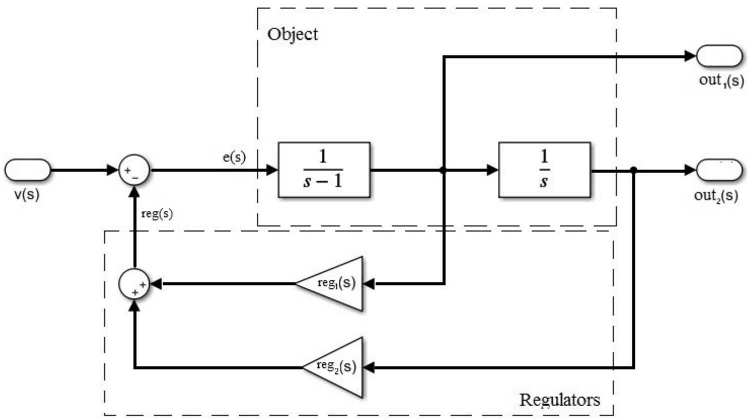


Рис. 1. Структурная схема системы автоматического управления «объект–регулятор»

Объект представлен двумя передаточными функциями: $w_{1ob}(s) = 1/(s-1)$ – неустойчивое апериодическое звено, $w_{2ob}(s) = 1/s$ – интегрирующее звено. На вход объекта поступает ошибка регулирования

$$e(s) = v(s) - reg(s)\,. \tag{1}$$

Тогда матричное описание объекта выглядит следующим образом: $\begin{bmatrix} out_1(s) \\ out_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{s-1} \\ \dfrac{1}{s(s-1)} \end{bmatrix} e(s)$. Учитывая ассоциативное свойство матриц, вынесем слева наименьшее общее кратное знаменателей за пределы матрицы:

$$\begin{bmatrix} out_1(s) \\ out_2(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{s(s-1)} \begin{bmatrix} s \\ 1 \end{bmatrix} e(s)\,. \tag{2}$$

Пусть $\mathbb{R}(s)$ – множество передаточных функций – дробей вида ${Polynom1}\big/{Polynom2}$, $\mathbb{R}[s]$ – множество полиномов. Матричная передаточная функция объекта представлена в виде левого взаимно-простого полиномиального разложения $W_{obj}(s) = d_l^{-1}(s) N_l(s)$, где «числитель» передаточной функции объекта $N_l(s) \in \mathbb{R}^{2\times 1}[s]$, $N_l(s) = \begin{bmatrix} s \\ 1 \end{bmatrix}$, а «знаменатель» передаточной функции объекта $d_l(s) \in \mathbb{R}[s]$, $d_l(s) = s(s-1)$. В матрично-полиномиальном представлении

$$N_l(s) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} s + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = N_1 s + N_0\,, \qquad d_l(s) = s(s-1) = d_2 s^2 + d_1 s + d_0\,. \tag{3}$$

Тогда уравнение (2) может быть представлено в виде

$$\begin{bmatrix} out_1(s) \\ out_2(s) \end{bmatrix} = W_{obj}(s)\; e(s) = d_l^{-1}(s) N_l(s) e(s)\,. \tag{4}$$

По выходу системы $out_2(s)$ потребуем астатизм и в целом устойчивость всей системы, в том числе по выходу $out_1(s)$.

2. СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРА

Из рис. 1 видно, что блок регулирования содержит два входа $out_1(s)$ и $out_2(s)$ и один выход $reg(s)$. То есть блок регулирования, так же как и объект, неквадратный. Регуляторы представлены двумя передаточными функциями: $w_{1reg}(s) = reg_1(s)$ и $w_{2reg}(s) = reg_2(s)$. Предположим, что матричная передаточная функция регулятора выбрана в виде правого взаимно-простого полиномиального разложения

$$W_{reg}(s) = \left[W_{1reg}(s) \quad W_{2reg}(s) \right] = X_r(s) y_r^{-1}(s) , \tag{5}$$

где $W_{1reg}(s)$, $W_{2reg}(s) \in \mathbb{R}(s)$ – множество передаточных функций, $X_r(s) \in \mathbb{R}^{1\times 2}[s]$, $y_r(s) \in \mathbb{R}[s]$.

Для удобства представления и в связи с тем, что $y_r(s)$ – скаляр, преобразуем передаточную функцию регулятора к виду $W_{reg}(s) = y_r^{-1}(s) X_r(s)$ на структурной схеме управления, приведенной на рис. 2.

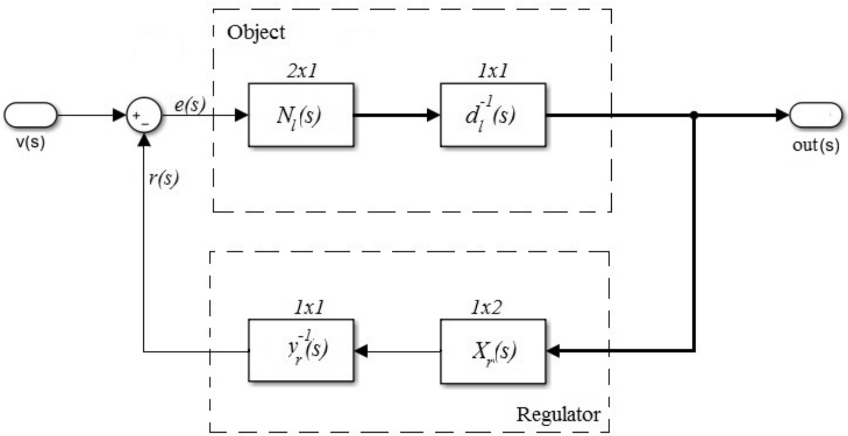


Рис. 2. Структурная схема управления

На рис. 2 показана размерность числителя и знаменателя объекта и регулятора: тонкой линией – скаляр, толстой линией – вектор.

В качестве регуляторов $reg_1(s)$, $reg_2(s)$ выбираем неправильные (non proper) пропорционально-дифференциальные (ПД) регуляторы [7]. Реализация в матричном и полиномиальном виде: $X_r(s)=[r_1 \quad r_2]s+[k_1 \quad k_2]=$ $=X_1 s+X_0$, $y_r(s)=y_0=1$. Передаточная функция регулятора приведена к виду правого полиномиального взаимно-простого разложения

$$W_{reg}(s)=X_r(s)y_r^{-1}(s)=([r_1 \quad r_2]s+[k_1 \quad k_2]). \tag{6}$$

Тогда матричное описание взаимосвязи выходного значения регулятора $r(s)$ к его входному значению $[out_1(s) \quad out_2(s)]^T$ будет выглядеть следующим образом:

$$reg(s)=X_r(s)y_r^{-1}(s)\begin{bmatrix} out_1(s) \\ out_2(s) \end{bmatrix}=([r_1 \quad r_2]s+[k_1 \quad k_2])\begin{bmatrix} out_1(s) \\ out_2(s) \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Подставим уравнения (7) и (1) в (4) и получим

$$\begin{bmatrix} out_1(s) \\ out_2(s) \end{bmatrix}=d_l^{-1}(s)N_l(s)\left(v(s)-X_r(s)y_r^{-1}(s)\begin{bmatrix} out_1(s) \\ out_2(s) \end{bmatrix}\right).$$

Раскрываем скобки и переносим второй член в левую часть:

$$\begin{bmatrix} out_1(s) \\ out_2(s) \end{bmatrix}+d_l^{-1}(s)N_l(s)X_r(s)y_r^{-1}(s)\begin{bmatrix} out_1(s) \\ out_2(s) \end{bmatrix}=d_l^{-1}(s)N_l(s)v(s).$$

Выносим общий множитель за скобки:

$$\left(I+d_l^{-1}(s)N_l(s)X_r(s)y_r^{-1}(s)\right)\begin{bmatrix} out_1(s) \\ out_2(s) \end{bmatrix}=d_l^{-1}(s)N_l(s)v(s),$$

где $I\in\mathbb{R}^{2\times 2}$ – единичная матрица. Далее умножим левую и правую части уравнения на $d_l(s)$:

$$\left(d_l(s)I+N_l(s)X_r(s)y_r^{-1}(s)\right)\begin{bmatrix} out_1(s) \\ out_2(s) \end{bmatrix}=N_l(s)v(s).$$

Выражаем выходной сигнал объекта через произведение передаточной функции на входной сигнал:

$$\begin{bmatrix} out_1(s) \\ out_2(s) \end{bmatrix} = \left(d_l(s)\, I + N_l(s) X_r(s) y_r^{-1}(s) \right)^{-1} N_l(s) v(s) .$$

Учитывая, что $y_r(s)\; y_r^{-1}(s) = 1$, преобразуем выражение к виду

$$\begin{bmatrix} out_1(s) \\ out_2(s) \end{bmatrix} = \left(d_l(s)\, I\; y_r(s)\; y_r^{-1}(s) + N_l(s) X_r(s) y_r^{-1}(s) \right)^{-1} N_l(s) v(s) .$$

Вынесем общий множитель $y_r^{-1}(s)$ за скобки:

$$\begin{bmatrix} out_1(s) \\ out_2(s) \end{bmatrix} = \left(d_l(s)\, I\; y_r(s) + N_l(s) X_r(s) \right)^{-1} y_r(s) N_l(s) v(s) .$$

В общем виде передаточная функция замкнутой системы

$$W_{cl}(s) = \left(d_l(s)\, I\; y_r(s) + N_l(s) X_r(s) \right)^{-1} y_r(s) N_l(s) .$$

Получаем характеристическую матрицу замкнутой системы (ХМЗС)

$$I\, d_l(s)\; y_r(s) + N_l(s) X_r(s) = C(s) . \tag{8}$$

В связи с тем, что ХМЗС (8) имеет слагаемые второго порядка, то и желаемая характеристическая матрица замкнутой системы (желаемая ХМЗС) второго порядка

$$C(s) = C_2 s^2 + C_1 s + C_0 , \tag{9}$$

где $C_i = \begin{pmatrix} c_{i_{11}} & c_{i_{12}} \\ c_{i_{21}} & c_{i_{22}} \end{pmatrix}, \quad i = 0, 1, 2 .$

Приравняем (8) и (9):

$$I\left(d_2 s^2 + d_1 s + d_0 \right) y_r(s) + (N_1 s + N_0)(X_1 s + X_0) = C_2 s^2 + C_1 s + C_0 .$$

Для решения СЛАУ в левой части оставим полиномы с неизвестными X_1 и X_0, всё остальное перенесем в правую часть:

$$(N_1 s + N_0)(X_1 s + X_0) = C_2 s^2 + C_1 s + C_0 - I\left(d_2 s^2 + d_1 s + d_0\right) y_r(s).$$

Так как $y_r(s) = y_0 = 1$, то уравнение можно преобразовать к виду

$$(N_1 s + N_0)(X_1 s + X_0) = C_2 s^2 + C_1 s + C_0 - I\left(d_2 s^2 + d_1 s + d_0\right).$$

Переходим от полиномиального матричного описания к числовой матричной форме:

$$\begin{bmatrix} N_1 & 0 \\ N_0 & N_1 \\ 0 & N_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_2 - d_2 I \\ C_1 - d_1 I \\ C_0 - d_0 I \end{bmatrix}. \tag{10}$$

Получена система линейных алгебраических уравнений вида $Ax = b,$ где $A \in \mathbb{R}^{6\times 2}$, $x \in \mathbb{R}^{2\times 2}$, $b \in \mathbb{R}^{6\times 2}$. Если бы матрица A была квадратная и невырожденная, то задача была бы решена. В данном случае получена система из двенадцати скалярных уравнений, в то время как скалярных неизвестных всего четыре. Это говорит о ее переопределенности, что, как правило, приводит к отсутствию решения. Эта система решается с предположением, что матрица $A^T A$ имеет полный ранг и, безусловно, $rank(A)$ равен числу столбцов матрицы A.

Для решения поставленной задачи используем метод наименьших квадратов, описанный в [13, 14]. Таким образом, переходим к решению системы линейных уравнений вида $A^T Ax = A^T b.$ Подставим соответствующие значения и получим

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 & r_2 \\ k_1 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{2_{11}} - d_2 & C_{2_{12}} \\ C_{2_{21}} & C_{2_{22}} - d_2 \\ C_{1_{11}} - d_1 & C_{1_{12}} \\ C_{1_{21}} & C_{1_{22}} - d_1 \\ C_{0_{11}} - d_0 & C_{0_{12}} \\ C_{0_{21}} & C_{0_{22}} - d_0 \end{bmatrix}.$$

Перемножим матрицы и выразим неизвестные коэффициенты:

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} r_1 & r_2 \\ k_1 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{2_{11}} - d_2 + C_{1_{21}} & C_{2_{12}} + C_{1_{22}} - d_1 \\ C_{1_{11}} - d_1 + C_{0_{21}} & C_{1_{12}} + C_{0_{22}} - d_0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} r_1 & r_2 \\ k_1 & k_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} C_{2_{11}} - d_2 + C_{1_{21}} & C_{2_{12}} + C_{1_{22}} - d_1 \\ C_{1_{11}} - d_1 + C_{0_{21}} & C_{1_{12}} + C_{0_{22}} - d_0 \end{bmatrix}.$$

Согласно уравнению (3) коэффициенты полинома знаменателя принимают вид: $d_2 = 1, \quad d_1 = -1, \quad d_0 = 0.$ Тогда параметры регулятора могут выражены:

$$r_1 = \frac{C_{2_{11}} - 1 + C_{1_{21}}}{2}, \quad r_2 = \frac{C_{2_{12}} + C_{1_{22}} + 1}{2},$$

$$k_1 = \frac{C_{1_{11}} + 1 + C_{0_{21}}}{2}, \quad k_2 = \frac{C_{1_{12}} + C_{0_{22}}}{2}.$$

Зададим желаемую характеристическую матрицу замкнутой системы вида $c(s) = C_2 s^2 + C_1 s + C_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} s^2 + \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} s + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, корни которой $\{-0.4, -4.6\}$.Тогда

$$r_1 = \frac{1 - 1 + 0}{2} = 0, \quad r_2 = \frac{0 + 5 + 1}{2} = 3,$$

$$k_1 = \frac{5 + 1 + 0}{2} = 3, \quad k_2 = \frac{0 + 2}{2} = 1.$$

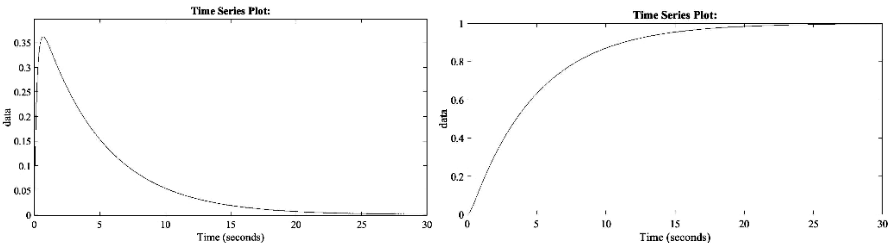
Передаточные функции регуляторов (6) будут выглядеть следующим образом:

$$w_{1reg}(s) = 3, \quad w_{2reg}(s) = 3s + 1. \tag{11}$$

В следующем разделе проверим работоспособность полученных регуляторов. Для этого смоделируем полученную систему в пакете программ Matlab.

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Используя данные об объекте, приведенные в разделе 1 настоящей статьи, и передаточные функции полученных регуляторов (11), проверим работоспособность полученной системы на выход в заданный режим работы. Симуляцию системы будем проводить в системы Simulink пакета Matlab. Так как ПД-регулятор физически нереализуем, заменим его на реально-дифференцирующее звено и вместо (11) получим следующие передаточные функции регуляторов: $w_{1reg}(s) = 3$, $w_{2reg}(s) = {3.001s+1}\big/{0.001s+1}$. Для примера переходный процесс системы как реакция на единичный сигнал выглядит следующим образом (рис. 3).



а *б*

Рис. 3. Переходный процесс управления неквадратным объектом по выходу: $out_1(s)$ (*а*) и $out_2(s)$ (*б*)

Как видно из рис. 3, регулятор приводит систему в заданное положение для выхода системы $out_2(s)$ и в устойчивое положение для выходов системы $out_1(s)$ и $out_2(s)$. Перерегулирования не происходит. Однако вывод системы в заданный режим работы занимает около 25 секунд. Для ускорения вывода системы на заданный режим работы в дальнейшем планируется исследовать возможности ПД-регулятора, и в частности формирование желаемых полюсов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках настоящей статьи была продемонстрирована возможность полиномиального матричного метода синтеза регуляторов для неквадратного объекта. Блок регулирования также неквадратный и представлен П- и ПД-регуляторами.

В процессе синтеза регуляторов была получена переопределенная система линейных алгебраических уравнений. Такая система обычно не имеет решения. Для нахождения приближенного решения применен метод наименьших квадратов. Работоспособность полученных регуляторов продемонстрирована в системе Simulink пакета Matlab.

В дальнейшем планируется исследование возможности применения других регуляторов, в частности ПИ-регуляторов, которые более адекватно реагируют на возможные «шумы», присутствующие в реальных системах [15]. Кроме того, предполагается применение данного метода синтеза для неквадратных объектов более высокого порядка и с большим числом входов и выходов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Воевода А.А., Бобобеков К.М., Филюшов В.Ю.* Полиномиальный метод синтеза для объекта с двумя входами и одним выходом // Сборник научных трудов НГТУ. – 2019. – № 3–4 (96). – С. 17–32. – DOI: 10.17212/2307-6879-2019-3-4-17-32.2.

2. *Буков В.Н.* Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. – Калуга: Изд-во Н.Ф. Бочкаревой, 2006. – 716 с.

3. *Бендат Дж., Пирсол А.* Прикладной анализ случайных данных: пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 540 с.

4. Методы классической и современной теории автоматического управления. В 5 т. Т. 2. Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления / под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 646 с.

5. *Мирошник И.В.* Теория автоматического управления. Линейные системы: учебное пособие для вузов. – СПб.: Питер, 2005. – 336 с.

6. *Марченко Ю.Н., Трубецкой В.С., Марченко П.Ю.* К вопросу управления объектами с неравным числом управляющих и выходных переменных // Научные итоги года: достижения, проекты, гипотезы. – 2011. – № 1-1. – С. 316–322.

7. *Chen C.T.* Linear system theory and design. – 3rd ed. – New York: Oxford University Press, 1999. – 334 p.

8. *Бобобеков К.М.* Полиномиальный метод синтеза многоканальных систем посредством перехода к матричному полиномиальному представлению // Вестник АГТУ. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. – 2019. – № 1. – С. 7–25.

9. *Воевода А.А., Бобобеков К.М.* Решение переопределенной линейной системы уравнений при полиномиальном синтезе регуляторов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2017. – № 4 (56). – С. 84–99.

10. *Воевода А.А.* Стабилизация двухмассовой системы: полиномиальный метод синтеза двухканальной системы // Сборник научных трудов НГТУ. – 2009. – № 4 (58). – С. 121–124.

11. *Воевода А.А., Вороной В.В.* Полиномиальный метод расчета многоканальных регуляторов заданной структуры // Научный вестник НГТУ. – 2013. – № 2 (51). – С. 214–218.

12. *Гайдук А.Р., Беляев В.Е., Пьявченко Т.А.* Теория автоматического управления в примерах и задачах с решениями в MATLAB: учебное пособие. – 2-е изд., испр. – СПб.: Лань, 2011. – 464 с.

13. *Шевцов Г.С.* Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 576 с.

14. *Линник Ю.В.* Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. – Изд. 2-е, доп. и испр. – М.: Физматгиз, 1962. – 349 с.

15. *Аникин М.К.* Выбор оптимальных параметров ПИ-регулятора // Записки Горного института. – 2004. – Т. 159, ч. 1. – С. 137–139.

Воевода Александр Александрович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры автоматики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – управление многоканальными объектами. Имеет более 300 публикаций. E-mail: ucit@ucit.ru

Шипагин Виктор Игоревич, аспирант кафедры автоматики Новосибирского государственного технического университета. В настоящее время специализируется в области синтеза систем управления техническими системами. E-mail: shipagin@mail.ru

DOI: 10.17212/2307-6879-2020-4-7-20

Example of polynomial controller synthesis for a non-square object with one input and two outputs*

A.A. Voevoda[1], V.I. Shipagin[2]

[1] *Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, D. Sc. (Eng.), professor. E-mail: ucit@ucit.ru*
[2] *Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, the post-graduate student of Department Automatics. E-mail: shipagin@mail.ru*

Polynomial methods for synthesizing controllers for automatic control systems with linear objects are becoming increasingly common. The synthesis of multichannel controllers is particularly difficult, which is caused by the need to use matrix polynomial calculus. However, this approach mainly considers objects with the number of inputs equal to the number of outputs. This is due to the convenience of solving a system of linear algebraic equations in matrix polynomial calculus. In this paper, we consider a polynomial method for synthesizing regulators for a non-square object, that is, one whose number of inputs is not equal to the number of outputs. The selected system contains not only a non-square object, but also a non-square controller.

Keywords: object transfer function, control system, factorization method, polynomial synthesis, multi-channel controllers, Sylvester matrix, non-square object

REFERENCES

1. Voevoda A.A., Bobobekov K.M., Filyushov V.Yu. Polinomial'nyi metod sinteza dlya ob"ekta s dvumya vkhodami i odnim vykhodom [Polynomial synthesis method for objects with two inputs and one output]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2019, no. 3–4 (96), pp. 17–32. DOI: 10.17212/2307-6879-2019- 3-4-17-32.

2. Bukov V.N. *Vlozhenie sistem. Analiticheskii podkhod k analizu i sintezu matrichnykh sistem* [The attachment systems. Analytical approach to analysis and synthesis of matrix systems]. Kaluga, N.F. Bochkareva Publ., 2006. 716 p.

3. Bendat J.S., Piersol A.G. *Random data: analysis and measurement procedures*. New York, Wiley, 1986 (Russ. ed.: Bendat Dzh., Pirsol A. *Prikladnoi analiz sluchainykh dannykh*. Moscow, Mir Publ., 1989. 540 p.).

4. Pupkov K.A., Egupov N.D., eds. *Metody klassicheskoi i sovremennoi teorii avtomaticheskogo upravleniya*. V 5 t. T. 2. *Statisticheskaya dinamika i identifikatsiya sistem avtomaticheskogo upravleniya* [Methods of classical and modern control

* *Received 04 October 2020.*

theory. In 5 vol. Vol. 2. Statistical dynamics and the identifi cation of automatic ontrol systems]. 2nd ed. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2004. 646 p.

5. Miroshnik I.V. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. Lineinye sistemy* [Theory of automatic control. Linear systems: a textbook for universities]. St. Petersburg, Piter Publ., 2005. 336 p.

6. Marchenko Yu.N., Trubetskoi V.S., Marchenko P.Yu. K voprosu upravleniya ob"ektami s neravnym chislom upravlyayushchikh i vykhodnykh peremennykh [On the issue of managing objects with an unequal number of control and output variables]. *Nauchnye itogi goda: dostizheniya, proekty, gipotezy*, 2011, no. 1-1, pp. 316–322. (In Russian).

7. *Chen C.T.* Linear system theory and design. 3rd ed. New York, Oxford University Press, 1999. 334 p.

8. Bobobekov K.M. Polinomial'nyi metod sinteza mnogokanal'nykh sistem posredstvom perekhoda k matrichnomu polinomial'nomu predstavleniyu [Polynomial method for the synthesis of multichannel systems by transition to matrix polynomial representation]. *Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika = Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Management, Computer Science and Informatics*, 2019, no. 1, pp. 7–25.

9. Voevoda A.A., Bobobekov K.M. Reshenie pereopredelennoi lineinoi sistemy uravnenii pri polinomial'nom sinteze regulyatorov [Solution of an overdetermined linear system of equations for polynomial synthesis of regulators]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie = Modern Technologies. System analysis. Modeling*, 2017, no. 4 (56), pp. 84–99.

10. Voevoda A.A. Stabilizatsiya dvukhmassovoi sistemy: polinomialʹnyi metod sinteza dvukhkanalʹnoi sistemy [Stabilization of two-mass system: polynomial method of synthesis of two-channel system]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2009, no. 4 (58), pp. 121–124.

11. Voevoda A.A., Voronoi V.V. Polinomial'nyi metod rascheta mnogokanal'nykh regulyatorov zadannoi struktury [Polynomial method for calculating multichannel controllers of a given structure]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 2 (51), pp. 214–218.

12. Gaiduk A.R., Belyaev V.E., P'yavchenko T.A. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya v primerakh i zadachakh s resheniyami v MATLAB [Theory of automatic control in examples and problems with solutions in MATLAB]. 2nd ed., rev. St. Petersburg, Lan' Publ., 2011. 464 p.

13. Shevtsov G.S. *Lineinaya algebra: teoriya i prikladnye aspekty* [Linear algebra: Theory and applied aspects: textbook]. Moscow, Finansy i statistika Publ., 2003. 576 p.

14. Linnik Yu.V. *Metod naimen'shikh kvadratov i osnovy matematiko-statisticheskoi teorii obrabotki nablyudenii* [Least-squares method and the observations processing theory basis]. 2nd ed., rev. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1962. 349 p.

15. Anikin M.K. Vybor optimal'nykh parametrov PI-regulyatora [Selecting the optimal parameters of the PI controller]. *Zapiski Gornogo instituta = Journal of Mining Institute*, 2004, vol. 159, pt. 1, pp. 137–139.

Для цитирования:

Воевода А.А., Шипагин В.И. Пример полиномиального синтеза регулятора для неквадратного объекта с одним входом и двумя выходами // Сборник научных трудов НГТУ. – 2020. – № 4 (98). – С. 7–20. – DOI: 10.17212/2307-6879-2020-4-7-20.

For citation:

Voevoda A.A., Shipagin V.I. Primer polinomial'nogo sinteza regulyatora dlya nekvadratnogo ob"ekta s odnim vkhodom i dvumya vykhodami [Example of polynomial controller synthesis for a non-square object with one input and two outputs]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2020, no. 4 (98), pp. 7–20. DOI: 10.17212/2307-6879-2020-4-7-20.