

*АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ  
И ПРОИЗВОДСТВАМИ*

УДК 681.513

DOI: 10.17212/2782-2230-2021-3-9-20

**РАСЧЕТ РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ ОБЪЕКТА  
С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ\***

А.А. ВОЕВОДА<sup>1</sup>, В.И. ШИПАГИН<sup>2</sup>, В.Ю. ФИЛЮШОВ<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, доктор технических наук, профессор кафедры автоматики. E-mail: [uscit@uscit.ru](mailto:uscit@uscit.ru)

<sup>2</sup> 630087, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, аспирант кафедры автоматики. E-mail: [shipagin@mail.ru](mailto:shipagin@mail.ru)

<sup>3</sup> 630087, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, аспирант кафедры автоматики. E-mail: [filiushov.vladislav@gmail.com](mailto:filiushov.vladislav@gmail.com)

Задача управления некоторыми системами усложняется за счет того, что реальные технические объекты содержат звенья запаздывания. То есть существует некоторый промежуток времени отсутствия реакции со стороны объекта регулирования на управляющее воздействие. Обычно наличие звена запаздывания негативно влияет на качество управления такой системой. Существуют различные способы синтеза системы управления для таких систем. К ним можно отнести упредители Смита, специализированные алгоритмы настройки управления, самонастраивающиеся системы с активной адаптацией. Однако они предъявляют дополнительные требования к динамике системы или сложны в технической реализации и настройке.

В настоящей статье предпринимается попытка расчета регулятора полиномиальным методом для объекта с запаздыванием. Математическая модель запаздывания получена благодаря аппроксимации звена задержки рядом Паде. Для обеспечения необходимой динамики переходного процесса в системе важно сохранение полюсов звена запаздывания. Регулятор, рассчитанный для системы со звеном задержки в виде ряда Паде, применяется для системы с «идеальным» запаздыванием.

Для наглядности проводимых расчетов в качестве примера взят объект в виде комбинации аperiodического и интегрирующего звеньев, соединенных последовательно. Интегрирующее звено необходимо для придания системе астатических свойств. В качестве задержки будем использовать аппроксимацию рядом Паде различных порядков. Звено запаздывания придает системе неустойчивый характер.

---

\* Статья получена 18 июня 2021 г.

**Ключевые слова:** система управления, система с запаздыванием, полиномиальное матричное разложение, синтез системы автоматического управления, ряд Паде, передаточная функция, упродителители Смита, аппроксимация

## ВВЕДЕНИЕ

Большинство технических систем имеют запаздывания в своей структуре. В некоторых случаях их влиянием нельзя пренебречь, так как это отразится на динамике переходных процессов. При этом состояние развития современных технических систем предъявляет повышенные требования к динамике переходных процессов. Запаздывания в управляющей системе в этих условиях могут приводить к возникновению автоколебаний в замкнутой системе, а в некоторых случаях и к потере устойчивости всей системы в целом [1; 16, с. 107]. В связи с этим учет звеньев запаздывания в системе при синтезе систем автоматического управления объектом является актуальным в настоящее время и рассматривается в настоящей статье.

Запаздывания по характеру распределения в системе подразделяются на распределенные и сосредоточенные [2]. При этом локализация последних может быть разнообразной. В зависимости от рассматриваемой задачи различные задержки системы могут быть более или менее значимыми. Например, встречаются работы с запаздываниями в канале управления. Автор исследования [3] рассматривает систему управление реактивными двигателями. При этом (в силу особенностей рассматриваемой системы) особое внимание уделяется работе системы в переходных режимах, а значит, особую значимость приобретают задержки в канале управления такой системой. В некоторых случаях рассматриваются задержки в векторе состояния объекта. В исследовании [4] изучаются процессы в измельчительных машинах, а в исследовании [5] – процессы в химических реакторах. В этих исследованиях особое внимание уделяется изменению вектора состояния объекта, а значит, при синтезе регулятора важным становится рассмотрение задержек в самом объекте. Еще одним из случаев локализации «значимых» запаздываний можно считать задержки в канале выхода. На примере исследования [2] такой случай возник из-за более инерционных измерительных устройств по сравнению с самим объектом.

В настоящей работе рассматривается первый случай локализации звена запаздывания (в канале управления).

Существуют различные подходы к решению вопроса синтеза регуляторов для систем с запаздыванием. В основном они уменьшают воздействие звеньев запаздывания на качество управления объектом. Среди этих подходов можно отметить следующее.

1. Алгоритмы, основанные на компенсации запаздывания. Данный эффект достигается благодаря встраиванию в обратную связь системы специальных блоков – «упредителей Смита». Этот подход нашел широкую популярность (см. напр., [6–8]). Данный метод достаточно хорошо справляется с наличием в системе запаздываний различной локализации, однако в случае с рассмотрением объектов с изменяющейся динамикой он оказывается не столь эффективным.

2. Специализированные алгоритмы настройки управления. Такой подход можно встретить в работе [9]. Так же как и предыдущий метод, этот алгоритм не столь эффективен для объектов с изменяющейся динамикой.

3. Использование самонастраивающихся систем с активной адаптацией. Такой подход был применен в работах [10, 11]. Однако, как отмечают авторы работ, данный подход технически сложно реализовать и затем настроить полученный регулятор. Кроме этого, возможна ситуация появления на выходе системы статической ошибки вследствие воздействия на нее сигнальных помех.

В настоящей работе предлагается решать проблему синтеза регулятора для системы с запаздыванием в канале управления полиномиальным матричным методом, описанным в [13, 14]. Такой алгоритм позволяет добиваться необходимой динамики переходных процессов системы путем сохранения полюсов передаточной функции звена задержки. При этом математическая модель звена запаздывания будет реализована аппроксимацией звена задержки рядом Паде.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для демонстрации работы полиномиального алгоритма синтеза систем автоматического управления для систем с запаздыванием был выбран «простой» одноканальный объект, состоящий из двух звеньев – апериодического звена и интегратора:

$$w_{object}(s) = \frac{1}{s(s+1)}. \quad (1)$$

Как видим, объект устойчив, при этом звено интегрирования придает ему астатическое свойство. Однако при интеграции звена задержки (2 секунды) в установку Plant система перестает быть устойчивой.

Пусть звено запаздывания находится в последовательной связи с объектом со стороны канала управления регулятора. Систему автоматического управления интегрируем также в прямой связи с объектом (рис. 1).

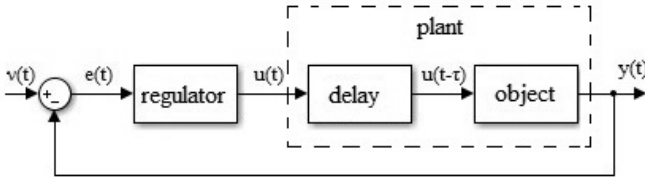


Рис. 1. Система с запаздыванием

Fig. 1. System with delay

Как видно из рис. 1, на вход системы поступает задание  $v(t)$ . На выходе получаем  $y(t)$ . Система имеет единичную отрицательную обратную связь. К регулятору поступает ошибка регулирования  $e(t) = v(t) - y(t)$ . В качестве задержки  $\tau = 2$  с.

В качестве примера расчета звено запаздывания аппроксимируем рядом Паде второго порядка:  $w_{delay}(s) \approx (1 - s + 0.33s^2) / (1 + s + 0.33s^2)$ . Тогда передаточная функция установки с запаздыванием будет выглядеть следующим образом:

$$w_{plant}(s) = \frac{(1 - s + 0.33s^2)}{(1 + s + 0.33s^2)(s + 1)s}. \quad (2)$$

Применим полиномиальное разложение вида

$$w_{plant}(s) = \frac{n(s)}{d(s)} \quad (3)$$

для выражения (2) и получим

$$d(s) = (0.33s^2 + s + 1)(s + 1)s, \quad n(s) = (0.33s^2 - s + 1). \quad (4)$$

В случае с одноканальной системой правое и левое полиномиальные разложения будут идентичны, поэтому здесь и в дальнейшем это свойство разложения не будем учитывать. Необходимо выполнить синтез регулятора полиномиальным матричным методом с сохранением в передаточной функции замкнутой системы полюсов звена запаздывания.

## 2. СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРА

Если передаточную функцию регулятора представить в виде  $w_{reg}(s) = x(s)/y(s)$ , то с учетом выражения (3) передаточную функцию замкнутой системы (см. рис. 1) можно представить в виде

$$w_{cl}(s) = \frac{n(s)x(s)}{n(s)x(s) + d(s)y(s)}. \quad (5)$$

Таким образом, характеристический полином замкнутой системы (ХПЗС)

$$c(s) = n(s)x(s) + d(s)y(s). \quad (6)$$

Для сохранения полюсов звена запаздывания и упрощения вычислительных операций выполним некоторые преобразования полиномов (4), (6):

$$\begin{aligned} d(s) &= (0.33s^2 + s + 1)\bar{d}(s), \\ c(s) &= (0.33s^2 + s + 1)\bar{c}(s), \\ x(s) &= (0.33s^2 + s + 1)\bar{x}(s), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\bar{d}(s) = (s+1)s$ ,  $\bar{c}(s)$ ,  $\bar{x}(s)$  – преобразованные полиномы «знаменателя» объекта, ХПЗС и «числителя» регулятора соответственно.

Для выбора вида передаточной функции регулятора воспользуемся рекомендациями автора работы [15] и возьмем регулятор полного порядка. Согласно передаточной функции объекта с запаздыванием (2) четвертого порядка и с учетом преобразований (7) передаточная функция регулятора была взята в следующем виде:

$$w_{reg}(s) = \frac{(0.33s^2 + s + 1)\bar{x}(s)}{y(s)}, \quad (8)$$

где  $\bar{x}(s) = x_1s + x_0$ ,  $y(s) = (y_3s^3 + y_2s^2 + y_1s + y_0)$ .

Из уравнений (4), (6), (8) видно, что ХПЗС (6) имеет 7-й порядок. Это значит, что в качестве желаемых необходимо задать семь полюсов системы. В качестве желаемых полюсов замкнутой системы согласно постановке зада-

чи будут выступать 2 полюса звена запаздывания  $[-1.5152 \pm 0.8571i]$ . Остальные значения возьмем также из левой полуплоскости (для обеспечения устойчивости всей системы). Не равные полюсам звена запаздывания будут равны  $-2$ . Таким образом, желаемая ХПЗС будет равна

$$c(s) = (0.33s^2 + s + 1)(s + 2)^5. \quad (9)$$

Для нахождения параметров регулятора приравняем ХПЗС (6) к желаемой (9) и получим систему уравнений. Подробнее о процедуре решения этой системы можно прочитать в [15]. В результате получим регулятор

$$w_{reg}(s) = \frac{(0.33s^2 + s + 1)(31.6s + 32)}{s^3 + 9s^2 + 20.6s + 80.5}.$$

Передаточная функция замкнутой системы при этом будет равна

$$w_{cl}(s) = \frac{(0.33s^2 - s + 1)(31.6s + 32)}{(s + 2)^5}. \quad (10)$$

Как видно из уравнения (10), не все полюса замкнутой системы удалось сохранить, не сохранились полюса звена запаздывания. Это произошло вследствие их сокращения. Это можно увидеть, если расписать выражение (5) с учетом преобразований полиномов (7):

$$w_{cl}(s) = \frac{n(s)\bar{x}(s)(0.33s^2 + s + 1)}{n(s)\bar{x}(s)(0.33s^2 + s + 1) + \bar{d}(s)(0.33s^2 + s + 1)y(s)}.$$

Однако, несмотря на то что происходит сокращение полюсов звена запаздывания, система достаточно хорошо «справляется» с задержкой в системе. Это будет продемонстрировано в следующем разделе статьи.

### 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для иллюстрации полученных результатов моделирование системы, показанной на рис. 1, осуществлено с помощью программного пакета Matlab–Simulink. Расчеты проводились в пакете программ Mathcad. Сначала в качестве звена задержки использовалась аппроксимация рядом Паде первого, второго и третьего порядков, затем полученный регулятор встраивался в систему

со звеном `TransportDelay` из пакета `Matlab–Simulink`, эмулирующего транспортную задержку. Это было сделано для сравнения результатов управления системой с задержкой более высокого порядка, чем использованный ряд Паде. Результаты представлены на рис. 2.

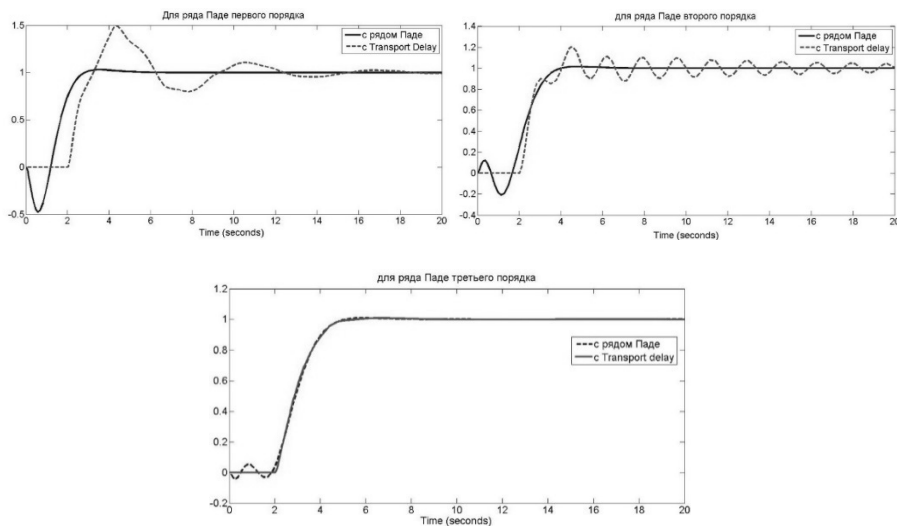


Рис. 2. Переходные процессы системы

Fig. 2. Transport process of the system

Как видно из рис. 2, в целом управление системой с задержкой, выполненной средствами `Simulink`, происходит хуже, чем при аппроксимации задержки рядом Паде. Однако управление улучшается при расчете регулятора системы с задержкой в виде ряда Паде более высокого порядка. Несмотря на то что происходит сокращение полюсов звена запаздывания, регулятор справляется с управлением системой, в том числе содержащей идеальную задержку `Transportdelay`.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения работы было выяснено следующее:

- полиномиальный метод синтеза системы автоматического управления системой может синтезировать регулятор, способный управлять системой с запаздыванием;

– при попытке сохранения полюсов звена запаздывания в системе происходят их сокращения, но, несмотря на это, полученный регулятор способен к управлению такой системой;

– качество управления системой с «идеальной» задержкой (Transportdelay) зависит от расчета звена запаздывания рядом Паде. Чем выше порядок аппроксимации запаздывания рядом Паде, тем лучше полученный регулятор, рассчитанный для данной системы, справляется с управлением в случае использования «идеальной» задержки (Transportdelay).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гурецкий Х. Анализ и синтез систем управления с запаздыванием. – М.: Машиностроение, 1973. – 328 с.
2. Филимонов А.Б. Спектральная декомпозиция систем с запаздываниями. Компенсация запаздываний. – М.: Физматлит, 2002. – 288 с.
3. Черкасов Б.А. Автоматика и регулирование воздушно-реактивных двигателей. – М.: Машиностроение, 1988. – 360 с.
4. Янушевский Р.Т. Управление объектами с запаздыванием. – М.: Наука, 1978. – 416 с.
5. Алгоритмизация управления объектами с запаздыванием / Л.П. Мышляев, В.П. Авдеев, В.Я. Карташов, М.Б. Купчик. – Кемерово: Кемеров. гос. ун-т, 1989. – 83 с.
6. Смит О.Дж. Автоматическое регулирование. – М.: Физматгиз, 1962. – 255 с.
7. Плутес В.С. К вопросу построения оптимальных САР объектов с чистым запаздыванием // Доклады Научно-технической конференции по итогам научно-исследовательских работ за 1968–1969 гг. Секция автоматики, вычислительной и измерительной техники. Подсекция автоматического управления. – М.: МЭИ, 1970. – С. 62–73.
8. Миркин Е.Л., Шаршеналиев Ж.Ш. Синтез адаптивных систем управления с вспомогательной моделью с запаздыванием в управлении // Автоматика и телемеханика. – 2010. – № 11. – С. 159–171.
9. Дорф Р., Бишоп Р. Современные системы управления: пер. с англ. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2002. – 832 с.
10. Еремин Е.Л., Еремин И.Е. Адаптивная система для объекта с запаздыванием по управлению в схеме с динамическим корректором и эталонным упредителем // Информатика и системы управления. – 2013. – № 4 (38). – С. 111–120.



11. А. с. № 1177801 СССР. Устройство для регулирования диаметра изоляции кабеля / В.Е. Вохрышев. – Опубл. 1985. – Бюл. № 33.
12. Бураков М.В., Коновалов А.С. Модификация предиктора Смита для линейного объекта с переменными параметрами // Информационно-управляющие системы. – 2017. – № 4 (89). – С. 25–34.
13. Antsaklis P.J., Michel A.N. Linear systems. – Switzerland: Birkhauser, 1997. – 669 p.
14. Chen C.T. Linear System Theory and Design. – 2nd ed. – New York: Oxford, 1999. – 334 p.
15. Бобобеков К.М. Полиномиальный метод синтеза многоканальных регуляторов с использованием матрицы Сильвестра: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01. – СПб., 2019. – 168 с.
16. Игумнов И.В. Метод Нелдера – Мида для настройки регулятора, функционирующего на основе искусственных нейросетей: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.05. – Томск, 2020. – 166 с.

**Воевода Александр Александрович**, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры автоматики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – управление многоканальными объектами. Имеет более 300 публикаций. E-mail: ucit@ucit.ru

**Шипагин Виктор Игоревич**, аспирант кафедры автоматики Новосибирского государственного технического университета. В настоящее время специализируется в области синтеза систем управления техническими системами. E-mail: shipagin@mail.ru

**Филишов Владислав Юрьевич**, аспирант кафедры автоматики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – теория автоматического управления. Имеет более 10 публикации. E-mail: filiushov.vladislav@gmail.com

DOI: 10.17212/2782-2230-2021-3-9-20

## Calculation of the regulator for the object with a delay<sup>\*</sup>

A.A. Voevoda<sup>1</sup>, V.I. Shipagin<sup>2</sup>, V.Yu. Filiushov<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, D. Sc. (Eng.), professor. E-mail: ucit@ucit.ru

<sup>2</sup> Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, the post-graduate student of Department "Automatics". E-mail: shipagin@mail.ru

<sup>3</sup> Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, the post-graduate student of Department "Automatics". E-mail: filiushov.vladislav@gmail.com

The task of managing some systems is complicated due to the fact that real technical objects contain delay links. That is, there is a certain period of time when there is no reaction from the object of regulation to the control action. Usually, the presence of a delay link negatively affects the quality of management of such a system. There are various ways to synthesize a control system for such systems. These include: Smith predictors, specialized control tuning algorithms, the use of self-adjusting systems with active adaptation. However, they impose additional requirements on the dynamics of the system or are complex in technical implementation and configuration.

Within the framework of this article, an attempt is made to calculate the regulator by the polynomial method for an object with a delay. The mathematical model of the delay is obtained by approximating the delay link next to the Pade. To ensure the necessary dynamics of the transition process from the system, we require the preservation of the poles of the delay link. Then the regulator, calculated for a system with a delay link in the form of a series of Pads, is applied to a system with an "ideal" delay.

For clarity of the calculations carried out, an object in the form of a combination of aperiodic and integrating links connected in different ways is taken as an example. The integrating link is necessary to give the system astatic properties. As a delay, we will use the approximation of the range of different orders. The link of delay gives the system a non-stable character.

**Keywords:** control system, delayed system, polynomial matrix decomposition, synthesis of an automatic control system, Pade series, transfer function, Smith predictors, approximation

## REFERENCES

1. Guretskii Kh. *Analiz i sintez sistem upravleniya s zapazdyvaniem* [Analysis and synthesis of delayed control systems]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1973. 328 p.
2. Filimonov A.B. *Spektral'naya dekompozitsiya sistem s zapazdyvaniyami. Kompensatsiya zapazdyvanii* [Spectral decomposition of systems with delays. Compensation for delays]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2002. 288 p.

---

<sup>\*</sup> Received 18 June 2021.

3. Cherkasov B.A. *Avtomatika i regulirovanie vozdušno-reaktivnykh dvigatelei* [Automation and regulation of air-jet engines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1988. 360 p.
4. Yanushevskii R.T. *Upravlenie ob"ektami s zapazdyvaniem* [Controlling objects with a delay]. Moscow, Nauka Publ., 1978. 416 p.
5. Myshlyaev L.P., Avdeev V.P., Kartashov V.Ya., Kupchik M.B. *Algoritmizatsiya upravleniya ob"ektami s zapazdyvaniem* [Algorithmization of object controlling with a delay]. Kemerovo, Kemerovo State University Publ., 1989. 83 p.
6. Smith O.J.M. *Avtomaticheskoe regulirovanie* [Automatic controlling]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1962. 255 p.
7. Plutes V.S. [On the issue of constructing optimal SAR objects with a net delay]. Reports of the scientific and technical conference on the results of research works for 1968–1969. Section of automation, computing and measuring equipment. Automatic control subsection]. Moscow, MEI Publ., 1970, pp. 62–73. (In Russian).
8. Mirkin E.L., Sharshenaliev Zh.Sh. Sintez adaptivnykh sistem upravleniya s vspomogatel'noi model'yu s zapazdyvaniem v upravlenii [Synthesis of adaptive control systems with an auxiliary model with a delay in control]. *Avtomatika i telemekhanika = Automation and Remote Control*, 2010, no. 11, pp. 159–171. (In Russian).
9. Dorf R., Bishop R. *Modern control systems*. Upper Saddle River, Prentice Hall, 2001 (Russ. ed.: Dorf R., Bishop R. *Sovremennye sistemy upravleniya*. Moscow, Laboratoriya bazovykh znanii Publ., 2002. 832 p.).
10. Eremin E.L., Eremin I.E. Adaptivnaya sistema dlya ob"ekta s zapazdyvaniem po upravleniyu v skheme s dinamicheskim korrektorom i etalonnym upreditelem [Adaptive system for an object with a control delay in a scheme with a dynamic corrector and a reference predictor]. *Informatika i sistemy upravleniya = Information Science and Control Systems*, 2013, no. 4 (38), pp. 111–120. (In Russian).
11. Vokhryshev V.E. *Ustroistvo dlya regulirovaniya diametra izolyatsii kabelya* [Device for regulating the diameter of the cable insulation]. Inventor's Certificate SSSR, no. 1177801, 1985.
12. Burakov M.V., Konovalov A.S. Modifikatsiya prediktora Smitya dlya lineinogo ob"ekta s peremennymi parametrami [Modification of Smith predictor for a linear plant with changeable parameters]. *Informatsionno-upravlyayushchie sistemy = Information and Control Systems*, 2017, no. 4 (89), pp. 25–34.
13. Antsaklis P.J., Michel A.N. *Linear systems*. Switzerland: Birkhauser, 1997. 669 p.
14. Chen C.T. *Linear System Theory and Design*. 2nd ed. New York, Oxford, 1999. 334 p.

15. Bobobekov K.M. Polinomial'nyy metod sinteza mnogokanal'nykh regulyatorov s ispol'zova-niem matritsy Sil'vestra. Diss. kand. tekhn. nauk [Polynomial control method for multichannel dynamic system by Sylvester matrix. PhD eng. sci. diss.]. St. Petersburg, 2019. 168 p.

16. Igumnov I.V. *Metod Neldera – Mida dlya nastroiки regulyatora, funktsioniruyushchego na osnove iskusstvennykh neirosetei* [The Nelder – Mead method for setting up a controller that functions on the basis of artificial neural networks. PhD eng. sci. diss.]. Tomsk, 2020. 166 p.

Для цитирования:

Воевода А.А., Шипагин В.И., Филишов В.Ю. Расчет регулятора для объекта с запаздыванием // Безопасность цифровых технологий. – 2021. – № 3 (102). – С. 9–20. – DOI: 10.17212/2782-2230-2021-3-9-20.

For citation:

Voevoda A.A., Shipagin V.I., Filiushov V.Yu. Raschet regulyatora dlya ob"ekta s zapazdyvaniem [Calculation of the regulator for the object with a delay]. *Bezopasnost' tsifrovyykh tekhnologii = Digital Technology Security*, 2021, no. 3 (102), pp. 9–20. DOI: 10.17212/2782-2230-2021-3-9-20.