

*ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ
И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ*

УДК 621.382.232

DOI: 10.17212/2782-2230-2023-1-53-68

**МОДАЛЬНЫЙ СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРОВ
ПОЛИНОМИАЛЬНЫМ МЕТОДОМ ДЛЯ СИСТЕМ
АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ С ИЗБЫТОЧНОЙ
РАЗМЕРНОСТЬЮ ВЕКТОРА УПРАВЛЕНИЯ***

А.А. ВОЕВОДА¹, В.И. ШИПАГИН²

¹ 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет. E-mail: ucit@ucit.ru

² 630087, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет. E-mail: shipagin@mail.ru

При применении полиномиальных методов синтеза многоканальных регуляторов возникает необходимость полиномиального матричного исчисления. Однако при использовании этого метода в основном рассматриваются объекты с числом выходных каналов, равным числу входных каналов. Это необходимо для удобства решения системы линейных алгебраических уравнений при матричном полиномиальном вычислении. Достаточно большое количество реальных технических систем имеет неравное количество входных и выходных каналов. Вопрос синтеза регуляторов полиномиальным методом для многоканальных объектов с неравным числом входных и выходных каналов проработан недостаточно глубоко. Одним из частных случаев таких систем можно считать системы с избыточной размерностью вектора управления. В рамках настоящей работы приводятся примеры таких систем и цели их использования. Приведен иллюстративный пример линейной модели неустойчивого объекта с тремя каналами по входному воздействию и двумя выходными каналами. Необходимо добиться определенных показателей качества выходной векторной величины, при этом управление будет осуществляться в обратной связи системы и суммироваться с входным воздействием. Простота рассматриваемой системы связана с удобством демонстрации на этом примере модального метода синтеза, использующего полиномиальное матричное разложение передаточных функций объекта и регулятора для такого класса объектов. В соответствии с рекомендациями, представленными в алгоритме синтеза регуляторов объектов с неквадратной матричной передаточной функции, решения задачи синтеза регулятора систем с избыточной размерностью вектора управления имеют передаточную функцию объекта управления в виде правого полиномиального матричного разложения, а сам регулятор – в виде левого.

* Статья получена 3 февраля 2023 г.

Ключевые слова: модальные методы синтеза, многоканальный объект, синтез многоканальных регуляторов, полиномиальный матричный метод, избыточная размерность вектора управления, объект с неквадратной матричной передаточной функцией, полиномиальное разложение

ВВЕДЕНИЕ

Реальные технические системы изобилуют примерами систем автоматического управления (САУ) с многоканальными объектами управления, модель которых может быть описана неквадратной матричной передаточной функцией (МПФ), то есть таких систем, у объекта управления которых количества входных (вектор управления) и выходных каналов не равны друг другу. Одним из частных случаев таких систем можно считать системы, содержащие объекты с размером вектора управления, превышающим размер вектора управляемых величин объекта. Автор [1, 2] предлагает называть такие системы с избыточной размерностью вектора управления (ИРВУ). Некоторые публикации, посвященные системам этого класса, рассматривают САУ с привязкой к их целевому назначению – системы с дуальным управлением [3], отказоустойчивые системы [4]. Некоторые авторы рассматривают такие САУ в разрезе принципов функционирования САУ – самонастраивающиеся и адаптивные системы [5, 6], системы с переменной структурой [6, 7].

Автор [1, 2] выделяет достаточно большое число возможных целей использования управления с ИРВУ. Перечислим некоторые из них.

1. Расширение функциональных возможностей управляемых объектов и изменение фундаментальных свойств, характеризующих объект, прежде всего управляемости и достижимости. Изменение нулей системы [9].

2. Придание САУ адаптационных свойств. Повышение надежности системы при нерегламентированных воздействиях внешней среды или выходе из строя некоторых элементов системы [10].

3. Уменьшение влияния нежелательных свойств объекта управления на качество процесса управления. Например, в работе [11] уменьшали люфт механической передачи двухдвигательного привода звеньев манипуляторов.

4. Обеспечение желаемого характера протекания процесса в САУ. Например, этот способ был реализован для объектов управления с переменной структурой в работах [7, 12].

Однако синтез регуляторов для данного класса систем затруднен в связи с тем, что большинство классических методов синтеза хорошо разработано именно для объектов с равным количеством входов и выходов. Распространены различные способы расчета регуляторов для объектов с избыточной размерностью вектора выхода, основанные на преобразовании матричной ПФ

к квадратному виду. К ним относится добавление виртуального выхода, дублирующего один из входов [13], или исключение одного из входов с фиксацией его на определенном значении [14]. Данные способы приводят непременно к уменьшению гибкости работы регулятора. Добавление дополнительных датчиков, уравнивающих количество входов и выходов, непременно ведет к удорожанию изделия [15]. Значительное число публикаций, посвященных объектам с ИРВУ, показывает, что рассмотрение данного класса объектов актуально и заслуживает отдельного внимания.

В настоящей работе рассмотрен подход, использующий модальный синтез с применением полиномиального разложения МПФ объекта и регулятора, приведенный автором [16]. На примере объекта с ИРВУ продемонстрирована работа данного алгоритма, и по ходу примера даны рекомендации, необходимые для его уточнения.

1. ПРИМЕР СИНТЕЗА МОДАЛЬНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ С ИЗБЫТОЧНОЙ РАЗМЕРНОСТЬЮ ВЕКТОРА УПРАВЛЕНИЯ

Выбор объекта связан с его простотой для демонстрации применения алгоритма, указанного в работе [16]. В процессе рассмотрения примера предлагаются корректировки и уточнения алгоритма.

1.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для примера работы алгоритма полиномиального синтеза регулятора рассмотрим линейную модель неустойчивого объекта с тремя входными $u(s) = (u_1(s) \ u_2(s) \ u_3(s))^T$ и двумя выходными воздействиями $y(s) = (y_1(s) \ y_2(s))^T$, описанную в [17]. Описание объекта можно представить также в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{s+1} & 0 & \frac{s-1}{(s+1)(s+2)} \\ \frac{-1}{s-1} & \frac{1}{s+2} & \frac{1}{s+2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Согласно теоремам Р. Калмана о полной наблюдаемости и управляемости, объект наблюдаем и управляем. Это позволяет строить систему автоматического регулирования для данного объекта. При применении модаль-

ного метода, базирующегося на полиномиальном матричном разложении системы для объектов с МПФ квадратного вида, авторы [18, 19] использовали правое разложение МПФ объекта и левое разложение для регулятора. Однако автором [16] показано, что для объектов с МПФ неквадратного вида выбор вида разложения влияет на сложность характеристической матрицы замкнутой системы (ХМЗС). В частности, для системы с количеством входных каналов, превышающим количество выходных каналов, предлагается использовать левое полиномиальное разложение ПФ объекта и правое полиномиальное разложение ПФ регулятора.

В соответствии с рекомендациями [16] и для простоты дальнейшего вычисления ХМЗС при использовании левого полиномиального разложения МПФ объекта обычно используется правое полиномиальное разложение МПФ регулятора: $u(s) = X_r(s)Y_r^{-1}(s)e(s)$, где $u(s) = (u_1(s) \ u_2(s) \ u_3(s))^T$ – вектор управляющих сигналов на выходе из регулятора и на входе в объект, $X_r(s) \in \mathbb{R}[s]^{3 \times 2}$ – «числитель» ПФ регулятора, $Y_r(s) \in \mathbb{R}[s]^{2 \times 3}$ – «знаменатель» ПФ регулятора (при этом $\det(Y_r(s)) \neq 0$), $e(s) = (e_1(s) \ e_2(s))^T$ – вектор ошибки регулирования между заданием $v(s) = (v_1(s) \ v_2(s))^T$ и выходом системы $y(s) = (y_1(s) \ y_2(s))^T$. Вектор ошибки регулирования можно выразить следующим выражением: $e(s) = v(s) - y(s)$. Число входных каналов объекта управления обозначим через $p = 3$, число выходных каналов – через $m = 2$. Структурная схема системы может быть представлена в следующем виде (рис. 1).

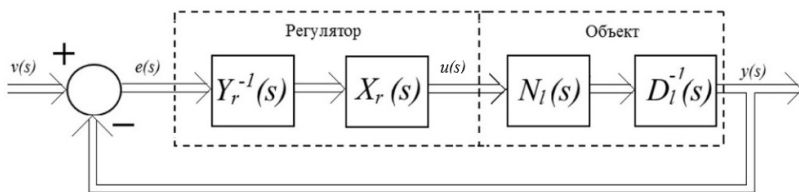


Рис. 1. Структурная схема системы «регулятор – объект»

Fig. 1. Block diagram of the "Controller – Object" system

Так как МПФ представлена в формуле (1), алгоритм синтеза регулятора для объектов, описываемых неквадратной МПФ [16], начнем со второго шага¹.

¹ Первый шаг алгоритма, представленного в [16], предполагает получение МПФ объекта.

Выбор размерности матриц «числителя» и «знаменателя» МПФ объекта и регулятора связан, с одной стороны, с числом входных и выходных каналов объекта управления и регулятора и, с другой стороны, с необходимостью получения обратной матрицы для матриц «числителя» МПФ объекта и регулятора (то есть в этом случае необходимо рассматривать в качестве «числителя» только матрицу квадратного вида).

Шаг 2. По матричной ПФ (1) необходимо найти левое (правое) взаимно простое и строчно (столбцово) приведенное² полиномиальное матричное описание (ПМО) объекта. Для нахождения взаимно простого строчно приведенного левого полиномиального разложения матричную ПФ объекта выразим в виде произведения двух полиномиальных матриц: $W_{obj}(s) = D_l^{-1}(s)N_l(s)$, где «числитель» ПФ объекта $N_l(s) \in \mathbb{R}[s]^{2 \times 3}$, а «знаменатель» ПФ объекта $D_l(s) \in \mathbb{R}[s]^{2 \times 2}$ ($\mathbb{R}[s]$ – множество полиномов)

$$N_l(s) = \begin{pmatrix} -2s-4 & 0 & -2s+2 \\ s+2 & -s+1 & -s+1 \end{pmatrix}, \quad D_l(s) = \begin{pmatrix} -2s^2-6s-4 & 0 \\ 0 & -s^2-s+2 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Взаимная простота полиномиальных матриц «числителя» и «знаменателя» ПФ объекта необходима для внутренней устойчивости всей системы (так как не происходит сокращения множителей, корни³ которых расположены в правой (замкнутой) полуплоскости). Это является одним из условий существования решения при синтезе регуляторов, в том числе модальным методом, использующим полиномиальное матричное разложение [18, 21].

Шаг 3. По левому ПМО объекта (2) найдем правое взаимно простое и столбцово приведенное ПМО объекта⁴:

$$N_r(s) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & s-1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad D_r(s) = \begin{pmatrix} -2s+2 & 0 & s^2-1 \\ -4s-8 & -s-2 & s^2+3s+2 \\ 2s+4 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

² Столбцово (строчно) приведенная (column (row) reduced) [20, с. 527] полиномиальная матрица – это такая матрица, у которой числовая матрица, составленная из коэффициентов при старших степенях по столбцам (строкам), имеет полный ранг.

³ Под корнями здесь понимаются корни уравнений, полученные приравниванием данных множителей к нулю.

⁴ Алгоритм нахождения правого (левого) взаимно простого матричного полиномиального разложения приведен в работе [16].

Шаг 4. Так как в заданной модели объекта (1) число входных каналов больше числа управляемых выходов $m > p$, то переходим к алгоритму работы [16].

Шаг 4.1. Строчные степени матрицы $D_l(s)$: $v_1 = v_2 = 2$; столбцовые степени матрицы $D_r(s)$: $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\mu_3 = 2$. Строчный индекс $v = \max(v_1, v_2) = 2$; столбцовый индекс $\mu = \max(\mu_1, \mu_2, \mu_3) = 2$.

Шаг 4.2. Выразим матрицы левого ПМО объекта в виде числовых матриц:

$$N_0 = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad N_1 = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$D_0 = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad D_1 = \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad D_2 = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

где $N_0, N_1 \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$; $D_0, D_1, D_2 \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ – числовые матрицы параметров полиномов при соответствующих операторах Лапласа s .

2.2. СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРА

В этом разделе определим вид и параметры регулятора, выраженные через правое полиномиальное матричное разложение МПФ. Для этого составим систему дифференциальных уравнений в матричном виде с использованием матрицы Сильвестра [16]. Определим линейно зависимые столбцы матрицы Сильвестра, которые впоследствии будут формировать свободные параметры матрицы параметров регулятора. Выбор свободных параметров регулятора влияет на возможность получения дополнительных свойств САУ, таких, например, как астатизм выходных параметров системы.

Шаг 4.3. На этом шаге необходимо найти столбцовые степени регулятора. В алгоритме, представленном в [16], они обозначены через m_i , где $i = \overline{1, p}$ – номер столбца регулятора. Данная переменная уже задействована для обозначения числа входных воздействий на объект управления. Для исключения дальнейшей путаницы предлагается обозначить столбцовые степени регулятора через z_i .

В данном примере предлагается выбрать регулятор полного порядка, поэтому столбцовые степени регулятора выбраны по формуле $z_i = \mu - 1$, где $i = \overline{1, p}$. Таким образом $z = z_0 = z_1 = \mu - 1 = 1$. Числовые матрицы, полученные

из правого полиномиально-матричного разложения ПФ регулятора, принимают следующий вид:

$$X_k = \{x_{ij}^k\}, \quad Y_k = \{y_{ij}^k\},$$

где x_{ij}^k , y_{ij}^k , – параметры регулятора, i – номер строки элемента, j – номер столбца элемента, k – порядок оператора.

Кроме этого, в отличие от алгоритма, приведенного в [16], на данном шаге необходимо также определить матрицу параметров регулятора $\tilde{R} \in \mathbb{R}^{(p+m)(n+1)}$, $\tilde{R} = (Y_n^T, X_n^T, Y_{n-1}^T, X_{n-1}^T, \dots, Y_0^T, X_0^T)^T$, так как она необходима для дальнейшей работы алгоритма. Для данного примера $\tilde{R} \in \mathbb{R}^{10 \times 2}$, $\tilde{R} = (Y_1^T, X_1^T, Y_0^T, X_0^T)^T$.

Шаг 4.4. Определим степень и структуру характеристической полиномиальной матрицы системы $C(s) = \sum_{i=0}^f C_i s^i$, где $C_i \in \mathbb{R}^{p \times p}$ – числовая матрица⁵ коэффициентов при соответствующих параметрах s , $f \triangleq \max(f_i)$, $f_i = z_i + v_i$, $i = \overline{1, p}$. Таким образом, получаем $f = 3$. Обычно при синтезе регуляторов модальным методом, использующим полиномиальное матричное разложение, выбирается диагональный вид желаемой ХМЗС [18, 20]. В связи с этим выберем желаемую ХМЗС вида $C(s) = \begin{pmatrix} (s+1)^3 & 0 \\ 0 & (s+1)^3 \end{pmatrix}$, $C_3 = C_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,

$C_1 = C_2 = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$. Числовая матрица желаемых коэффициентов ХМЗС:

$$\aleph = (C_3^T \quad C_2^T \quad C_1^T \quad C_0^T)^T.$$

Шаг 4.6. Сформируем матрицу Сильвестра⁶ $\mathfrak{S} \in \mathbb{R}^{p(v+1+n)(p+m)(n+1)}$ и получим $\mathfrak{S} \in \mathbb{R}^{8 \times 10}$, $\text{rank}(\mathfrak{S}) = 8$. При этом в ней нулевых строк нет.

⁵ Определение размеров характеристической полиномиальной матрицы в алгоритме синтеза регуляторов для неквадратных объектов [16] не приведено.

⁶ В работе [16] используется формула определения размеров матрицы Сильвестра, по-видимому, с небольшой опечаткой (в настоящей работе устранено).

$$\mathfrak{S} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & -2 & 0 & -2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & -4 & 0 & 2 & -6 & 0 & -2 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & 0 & -4 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

В данной матрице выберем два линейно зависимых столбца, при удалении которых ранг матрицы не изменится. В данном случае это седьмой и восьмой столбцы. Так как ранг матрицы \mathfrak{S} неполный, то переходим к шагу 4.9.

Шаг 4.9. В соответствии с рекомендациями, приведенными в [16], необходимо выбрать базисный минор матрицы Сильвестра \mathfrak{S} , не включающий в себя седьмой и восьмой столбцы $\mathfrak{S}_1 \in \mathbb{R}^{8 \times 8}$ (выбор столбцов, не включенных в минор, влияет на выбор свободных параметров регулятора и сделан согласно рекомендациям [16] для обеспечения астатизма одной из выходных величин). Соответствующим образом необходимо поступить с матрицей параметров регулятора \mathfrak{K} . Сформируем матрицу $\mathfrak{K}_1 \in \mathbb{R}[s]^{8 \times 2}$, не включающую в себя седьмую и восьмую строки, соответствующие параметрам регулятора y_{21}^0, y_{22}^0 (для обеспечения астатизма по выходу системы) и x_{11}^0, x_{12}^0 (как остальные линейно зависимые строки):

$$\mathfrak{K}_1 = \begin{pmatrix} y_{11}^1 & y_{21}^1 & x_{11}^1 & x_{21}^1 & x_{31}^1 & y_{11}^0 & x_{21}^0 & x_{31}^0 \\ y_{12}^1 & y_{22}^1 & x_{12}^1 & x_{22}^1 & x_{32}^1 & y_{12}^0 & x_{22}^0 & x_{32}^0 \end{pmatrix}^T.$$

Составим матрицу, не входящую в базисный минор $\overline{\mathfrak{S}} \in \mathbb{R}^{8 \times 2}$, и соответствующую матрицу свободных параметров $\overline{\mathfrak{K}} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$. Для простоты демонстрации в данном примере матрицу свободных параметров $\overline{\mathfrak{K}} = \{0\}$ возьмем нулевой. Так как в базисный минор \mathfrak{S}_1 вошли все строки из \mathfrak{S} , переходим к шагу 4.11.

Шаг 4.11. Необходимо решить систему линейных уравнений $\mathfrak{R}_1 = \mathfrak{Z}_1^{-1}(\mathfrak{K} - \overline{\mathfrak{Z}\mathfrak{R}})$. Так как матрица свободных параметров $\overline{\mathfrak{R}}$ нулевая, система линейных уравнений приобретает вид $\mathfrak{R}_1 = \mathfrak{Z}_1^{-1}\mathfrak{K}$. Матрица параметров регулятора приобретает вид

$$\mathfrak{R}_1 = \begin{pmatrix} -0.5 & 0 & 0 & -1/6 & 1/6 & -1/6 & -1/6 & 1/6 \\ 0 & -1 & 8/3 & 2 & -4/3 & -4/3 & 11/3 & -8/3 \end{pmatrix}^T.$$

Шаг 4.12. В результате расчетов получены полиномиальные матрицы регулятора:

$$X_r(s) = \begin{pmatrix} 0 & 16s \\ -s-1 & 12s+22 \\ s+1 & -8s-16 \end{pmatrix}, Y_r(s) = \begin{pmatrix} -3s-1 & -8 \\ 0 & -6s \end{pmatrix}.$$

Вычислим ХМЗС для проверки корректности вычислений: $D_l(s)Y_r(s) + N_l(s)X_r(s) = \begin{pmatrix} (s+1)^3 & 0 \\ 0 & (s+1)^3 \end{pmatrix}$. Полученная ХМЗС полностью совпадает с желаемой $C(s)$. Отсюда можно сделать вывод о том, что расчеты проведены корректно.

МПФ регулятора выглядит следующим образом:

$$X_r(s)Y_r^{-1}(s) = \begin{pmatrix} 0 & -8/3 \\ \frac{s+1}{3s+1} & -\frac{18s^2+43s+15}{9s^2+3s} \\ -\frac{s+1}{3s+1} & \frac{12s^2+32s+12}{9s^2+3s} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Смоделируем систему, представленную объектом управления (1) и регулятором (4). В качестве задания на вход системы подадим единичное ступенчатое воздействие по обоим каналам $v_1(t) = v_2(t) = 1(t)$. Графики переходных процессов системы продемонстрированы на рис. 2.

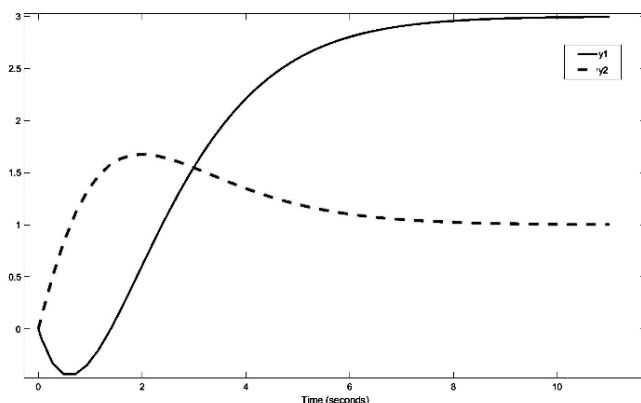


Рис. 2. Графики переходных процессов для системы с регулятором первого порядка

Fig. 2. Transient graphs for a system with a first-order controller

Как видно из представленных графиков переходных процессов по второму выходному каналу y_2 значения выхода системы содержат статическую ошибку. По каналу y_1 удалось добиться астатического выхода благодаря приравнению свободных параметров регулятора y_{21}^0, y_{22}^0 нулю на шаге 4.9. По первому каналу имеется существенная статическая ошибка. Для улучшения характеристик переходных процессов системы необходимо повысить порядок регулятора. То есть необходимо провести заново процедуру, описанную в данном разделе, с той лишь разницей, что теперь столбцовые степени регулятора будут равны $z = z_0 = z_1 = 2$. Для краткости изложения данную процедуру заново приводить не будем. Приведем только результаты работы данного алгоритма. ПФ регулятора будет выглядеть следующим образом:

$$X_r(s)Y_r^{-1}(s) = \begin{pmatrix} \frac{4}{s^3 + 7s^2 + 8s} & -\frac{5s + 9}{s^3 + 7s^2 + 8s} \\ \frac{0.3s^2 - 4s - 8}{s^3 + 7s^2 + 8s} & -\frac{10s^2 + 36s + 31}{s^3 + 7s^2 + 8s} \\ -\frac{0.7s^3 + 4s^2 + 3s - 1}{s^3 + 7s^2 + 8s} & -\frac{3s^3 + 13s^2 + 24s + 15}{s^3 + 7s^2 + 8s} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Представим на рис. 3 переходные процессы системы в случае использования объекта управления (1) и регулятора (5).

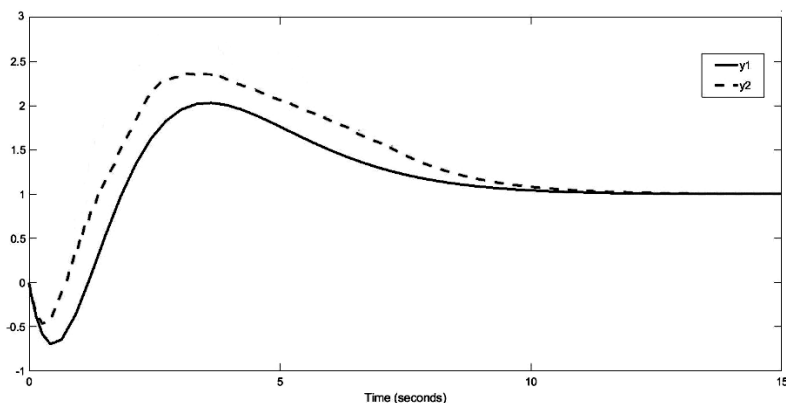


Рис. 3. Графики переходных процессов для системы с регулятором второго порядка

Fig. 3. Transient graphs for a system with a second-order controller

Как видно из рис. 3, оба выхода системы астатичны. Этого удалось добиться благодаря повышению порядка регулятора, что, в свою очередь, увеличило число свободных параметров в нем. По обоим каналам присутствует перерегулирование, и в начале переходного процесса также существует отрицательное колебание выходных параметров системы. Это может быть связано с присутствием в ПФ замкнутой системы положительных нулей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящая работа посвящена САУ с избыточной размерностью вектора управления. Продемонстрирован пример синтеза регулятора для многоканального объекта с избыточной размерностью вектора управления с помощью модального метода, использующего полиномиальное матричное разложение матричной передаточной функции объекта и регулятора. В соответствии с рекомендациями [16] для данного типа систем выбрано использование правого взаимно-простого разложения МПФ объекта и левого взаимно-простого разложения МПФ регулятора. По ходу разбора примера в алгоритм внесены некоторые корректировки. Показано, что повышение порядка регулятора позволяет получить большее число его свободных параметров (т. е. таких пара-

метров, которые можно выбирать в соответствии с требованиями к переходным процессам системы). Это, в свою очередь, позволило на демонстрируемом примере добиться астатизма по обоим выходным каналам системы.

На основании вышесказанного можем сделать вывод о возможности применения модального метода синтеза, использующего полиномиальное матричное разложение МПФ объекта и регулятора, для систем с избыточной размерностью вектора управления по сравнению размерностью вектора управляющих воздействий. При повышении порядка полиномиально матричного описания МПФ регулятора появляются свободные параметры, способные придать дополнительные свойства синтезируемой системе автоматического управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Малышенко А.М.* Системы автоматического управления с избыточной размерностью вектора управления. – Томск: Изд-во Том. политехн. ун-та, 2005. – 302 с.
2. *Малышенко А.М.* Системы автоматического управления с избыточной размерностью вектора управления: определение и цели использования // Научный вестник НГТУ. – 2014. – № 4 (57). – С. 31–40.
3. *Фельдбаум А.А.* Теория дуального управления // Автоматика и телемеханика. – 1960. – № 9, 11; 1961. – № 1, 2.
4. *Гришин Ю.П., Казаринов Ю.М.* Динамические системы, устойчивые к отказам. – М.: Радио и связь, 1985. – 176 с.
5. *Антонов В.Н., Терехов В.А., Тюкин И.Ю.* Адаптивное управление в технических системах. – СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2001. – 244 с.
6. *Буков В.Н.* Адаптивные прогнозирующие системы управления полетом. – М.: Наука, 1987. – 232 с.
7. *Емельянов С.В.* Системы автоматического управления с переменной структурой. – М.: Наука, 1967. – 336 с.
8. Теория систем с переменной структурой / под ред. С.В. Емельянова. – М.: Наука, 1970. – 592 с.
9. *Смагина Е.М.* Определение, вычисление и применение нулей многомерной системы: дис. ... д-ра техн. наук: 05.13.15. – Томск, 1994. – 404 с.
10. *Ястребенецкий М.А., Иванова Г.М.* Надежность автоматизированных систем управления технологическими процессами. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 254 с.
11. *Петров Б.А.* Манипуляторы. – Л.: Машиностроение, 1984. – 238 с.

12. Уткин В.И. Системы с переменной структурой: состояние, проблемы, перспективы // Автоматика и телемеханика. – 1983. – № 9. – С. 5–25.
13. Froisy J. Model predictive control: Past, present and future // ISA Transactions. – 1994. – Vol. 33. – P. 235–243.
14. Sarimveis H., Genceli H., Nikolaou M. Design of robust nonsquare constrained model-predictive control // AIChE Journal. – 1996. – Vol. 42 (9). – P. 2582–2593.
15. Design of resilient processing plants – VII. Design of energy management system for unstable reactors – new insights / M. Morari, W. Grimm, M. Oglesby, I. Prosser // Chemical Engineering Science. – 1985. – Vol. 40. – P. 187–198.
16. Филушов В.Ю. Полиномиальный метод синтеза регуляторов для многоканальных объектов с неквадратной матричной передаточной функцией: дис. ... канд. техн. наук. – СПб., 2022. – 177 с.
17. Смагина Е.М. Нули линейных многомерных систем. Определения, классификация, применение // Автоматика и телемеханика. – 1985. – № 12. – С. 5–33.
18. Chen C.T. Linear system theory and design. – 2-nd ed. – New York: Oxford University Press, 1999. – 334 p.
19. Вороной В.В. Полиномиальный метод расчета многоканальных регуляторов пониженного порядка: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01: защищена 22.10.2013. – Новосибирск, 2013. – 173 с.
20. Шрейнер Р.Т., Востриков А.С., Саранулов Ф.Н. Системы подчиненного регулирования электроприводов. Ч. 1: учебное пособие. – Екатеринбург: Изд-во УГТУ-УПИ, 1997. – 279 с.
21. Antsaklis P.J., Michel A.N. Linear systems. – Switzerland: Birkhauser, 1997. – 669 p.

Воевода Александр Александрович, доктор технических наук, профессор кафедры автоматки Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – управление многоканальными объектами. E-mail: ucit@ucit.ru

Шипагин Виктор Игоревич, аспирант направления подготовки «Управление в технических системах» Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – нейросетевой синтез подсистем управления техническими системами. E-mail: shipagin@mail.ru

DOI: 10.17212/2782-2230-2023-1-53-68

Modal synthesis of controllers by a polynomial method for automatic control systems with excessive dimension of the control vector*

A.A. Voevoda¹, V.I. Shipagin²

¹ 630073, Russian Federation, Novosibirsk, Karl Marx Prospekt, 20, NSTU. E-mail: ucit@ucit.ru

² 630073, Russian Federation, Novosibirsk, Karl Marx Prospekt, 20, NSTU. E-mail: shipagin@mail.ru

When using polynomial methods of synthesis of multichannel regulators, there is a need for polynomial matrix calculus. However, when using this method, objects with the number of output channels equal to the number of input channels are mainly considered. This is necessary for the convenience of solving a system of linear algebraic equations in matrix polynomial computation. At the same time, a fairly large number of real technical systems have an unequal number of input and output channels. At the same time, the issue of the synthesis of generators by the polynomial method for multichannel objects with an unequal number of input and output impacts has not been worked out sufficiently deeply. One of the special cases of such systems can be considered systems with excessive dimension of the control vector. Within the framework of this work, examples of such systems and the purposes of their use are given.

An illustrative example of a linear model of an unstable object with three channels for input action and two channels for output action is given. It is necessary to achieve certain quality indicators of the output vector quantity, while the control is carried out in the feedback of the system and is summed up with the input effect. The simplicity of the system under consideration is connected with the convenience of demonstrating on this example a modal synthesis method using a polynomial matrix decomposition of the transfer functions of an object and a controller for such a class of objects. In accordance with the recommendations presented in the algorithm for synthesizing regulators for objects with a non-square matrix transfer function, to solve the problem of synthesizing a regulator for systems with an excessive dimension of the control vector, the transfer function of the control object is represented as a right polynomial matrix decomposition, and the regulator is represented as a left one. During the demonstration of the example of the algorithm, some clarifications and edits are proposed in it.

Keywords: modal synthesis methods, multichannel object, synthesis of multichannel regulators, polynomial matrix method, excess dimension of the control vector, non-square object, polynomial decomposition

REFERENCES

1. Malysenko A.M. *Sistemy avtomaticheskogo upravleniya s izbytochnoi razmernost'yu vektora upravleniya* [Automatic control systems with excessive di-

* Received 03 February 2023.

mension of the control vector]. Tomsk, Tomsk Polytechnic University Publ., 2005. 302 p.

2. Malysenko A.M. Sistemy avtomaticheskogo upravleniya s izbytochnoi razmernost'yu vektora upravleniya: opredelenie i tseli ispol'zovaniya [Automatic control system with redundant dimensions of vector control: definition and application]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* = *Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2014, no. 4 (57), pp. 31–40.

3. Feldbaum A.A. Teoriya dual'nogo upravleniya [Theory of dual control]. *Avtomatika i telemekhanika* = *Automation and Remote Control*, 1960, no. 9, 11, 1961, no. 1, 2. (In Russian).

4. Grishin Yu.P., Kazarinov Yu.M. *Dinamicheskie sistemy, ustoychivye k otkazam* [Dynamic systems resistant to failures]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1985. 176 p.

5. Antonov V.N., Terekhov V.A., Tyukin I.Yu. *Adaptivnoe upravlenie v tekhnicheskikh sistemakh* [Adaptive control in technical systems]. St. Petersburg, St. Petersburg University Publ., 2001. 244 p.

6. Bukov V.N. *Adaptivnye prognoziruyushchie sistemy upravleniya poletom* [Adaptive predictive flight control systems]. Moscow, Nauka Publ., 1987. 232 p.

7. Emel'yanov S.V. *Sistemy avtomaticheskogo upravleniya s peremennoi strukturoi* [Automatic control systems with variable structure]. Moscow, Nauka Publ., 1967. 336 p.

8. Emel'yanov S.V., ed. *Teoriya sistem s peremennoi strukturoi* [Theory of Systems with Variable Structure]. Moscow, Nauka Publ., 1970. 592 p.

9. Smagina E.M. *Opredelenie, vychislenie i primeneniye nulei mnogomernoi sistemy*. Diss. dokt. tekhn. nauk [Definition, calculation and application of zeros of a multi-dimensional system. Dr. eng. sci. diss.]. Tomsk, 1994. 404 p.

10. Yastrebenetskii M.A., Ivanova G.M. *Nadezhnost' avtomatizirovannykh sistem upravleniya tekhnologicheskimi protsessami* [Reliability of automated control systems for technological processes]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1989. 254 p.

11. Petrov B.A. *Manipulyatory* [Manipulators]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1984. 238 p.

12. Utkin V.I. Sistemy s peremennoi strukturoi: sostoyanie, problemy, perspektivy [Systems with variable structure: state, problems, prospects]. *Avtomatika i telemekhanika* = *Automation and Remote Control*, 1983, no. 9, pp. 5–25. (In Russian).

13. Froisy J. Model predictive control: Past, present and future. *ISA Transactions*, 1994, vol. 33, pp. 235–243.

14. Sarimveis H., Genceli H., Nikolaou M. Design of robust nonsquare constrained model-predictive control. *AIChE Journal*, 1996, vol. 42 (9), pp. 2582–2593.
15. Morari M., Grimm W., Oglesby M., Prosser I. Design of resilient processing plants – VII. Design of energy management system for unstable reactors – new insights. *Chemical Engineering Science*, 1985, vol. 40, pp. 187–198.
16. Filyushov V.Yu. *Polinomial'nyi metod sinteza regulyatorov dlya mnogokanal'nykh ob'ektov s nekvadratnoi matrichnoi peredatochnoi funktsiei*. Diss. kand. tekhn. nauk [Polynomial method of synthesis of controllers for multichannel objects with non-square matrix transfer function. PhD eng. sci. diss.]. St. Petersburg, 2022. 177 p.
17. Smagina E.M. Nuli lineinykh mnogomernykh sistem. Opredeleniya, klassifikatsiya, primeneniye [Zeros of linear multidimensional systems. Definitions, classification, application]. *Avtomatika i telemekhanika = Automation and Remote Control*, 1985, no. 12, pp. 5–33. (In Russian).
18. Chen C.T. *Linear system theory and design*. 2nd ed. New York, Oxford University Press, 1999. 334 p.
19. Voronoi V.V. *Polinomial'nyi metod rascheta mnogokanal'nykh regulyatorov ponizhennogo poryadka*. Diss. kand. tekhn. nauk [Design of multi-channel reduced degree controllers. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2013. 173 p.
20. Shreiner R.T., Vostrikov A.S., Sarapulov F.N. *Sistemy podchinennogo regulirovaniya elektroprivodov*. Ch. 1 [Subordinate control systems. Pt. 1]. Ekaterinburg, UGTU-UI Publ., 1997. 279 p.
21. Antsaklis P.J., Michel A.N. *Linear systems*. Switzerland, Birkhauser, 1997. 669 p.

Для цитирования:

Воевода А.А., Шипагин В.И. Модальный синтез регуляторов полиномиальным методом для систем автоматического управления с избыточной размерностью вектора управления // Безопасность цифровых технологий. – 2023. – № 1 (108). – С. 53–68. – DOI: 10.17212/2782-2230-2023-1-53-68.

For citation:

Voevoda A.A., Shipagin V.I. Modal'nyi sintez regulyatorov polinomial'nym metodom dlya sistem avtomaticheskogo upravleniya s izbytochnoi razmernost'yu vektora upravleniya [Modal synthesis of controllers by a polynomial method for automatic control systems with excessive dimension of the control vector]. *Bezopasnost' tsifrovyykh tekhnologii = Digital Technology Security*, 2023, no. 1 (108), pp. 53–68. DOI: 10.17212/2782-2230-2023-1-53-68.