

*АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ
ПРОЦЕССАМИ И ПРОИЗВОДСТВАМИ*

УДК 004.032.26

DOI: 10.17212/2782-2230-2025-4-75-88

**СИНТЕЗ МНОГОКАНАЛЬНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ
С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОСТЕЙ***

А.А. ВОЕВОДА¹, И.В. КОЛМОГОРОВ²

¹ 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, доктор технических наук, профессор кафедры автоматики. E-mail: ucit@ucit.ru

² 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, аспирант кафедры вычислительной техники. E-mail: ivan.kolmogorov@gmail.com

В настоящее время существует множество объектов, которые при помощи входных воздействий управляют выходными данными. Такие объекты называют многоканальными. Теория синтеза регуляторов для многоканальных систем интенсивно развивается. В общем виде модель объекта управления имеет нелинейный вид: уравнение, описывающее поведение объекта управления, которое содержит синус, косинус и степени. В большинстве исследований для решения задачи управления многоканальным объектом авторы линеаризуют модели объектов. Задача синтеза регулятора даже для линейного объекта является очень сложной. Однако современный мир выставляет всё более высокие требования к системам автоматического управления объектами по точности, скорости, отказоустойчивости и защите от внешних воздействий. Для выполнения этих требований необходимо учитывать нелинейности. В работе представлены примеры многоканальных объектов управления и методы построения регуляторов для таких видов объектов.

Ключевые слова: синтез, многоканальные объекты, нелинейные модели, линеаризация, нейросетевые регуляторы, системы автоматического управления, перевернутый маятник на подвижном основании, объекты управления

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время постоянно возрастает актуальность вопроса, касающегося требований к системам автоматического управления (САУ). Адекватность моделирования объектов управления является одним из ключевых аспектов, влияющих на качество работы САУ. Объектом управления может

* Статья получена 07 ноября 2025 г.

быть разнообразное оборудование или технологические процессы. Примеры таких объектов: системы кругового обзора, которые активно применяются в беспилотных летательных аппаратах (БПЛА), подъемные механизмы, роботы, имитирующие процесс ходьбы, и другие [1].

Объекты управления, у которых есть связь между входными и выходными параметрами называют многоканальными. В английском языке они обозначаются термином *multi input – multi output* (ММО) [2, 3]. В таких системах управления взаимодействие между входами и выходами является нелинейным. Это делает управление более сложным, но в то же время открывает новые возможности для повышения эффективности и производительности.

Для удовлетворения возрастающих требований к системам автоматического управления необходимо применять специальные подходы и методики. Одним из таких подходов является синтез многоканальных регуляторов, который позволяет учитывать сложные взаимосвязи между входными и выходными величинами [4–8]. Использование таких методик позволяет значительно улучшить качество управления, что, в свою очередь, приводит к повышению отказоустойчивости и эффективности работы систем автоматического управления.

Таким образом, можно утверждать, что современное состояние САУ требует постоянного совершенствования и адаптации к новым условиям и вызовам. Развитие новых технологий и совершенствование существующих методов управления способствует созданию более эффективных и надежных систем, способных справляться с задачами, которые ставит перед ними современность.

Большое количество научных работ, посвященных теории синтеза регуляторов для многоканальных объектов, подтверждает активное развитие этого направления [1, 9–13]. Создаются пакеты в специализированных программах (например, в среде разработки MATLAB) [14].

В статье будет рассмотрено пять моделей многоканальных объектов: 1) перевернутый маятник на тележке, 2) два перевернутых маятника на тележке, 3) велосипед, 4) вертикально взлетающий и садящийся летательный аппарат, 5) квадрокоптер.

В ряде случаев для улучшения качественных показателей САУ использование линейной (упрощенной) модели объекта оказывается недостаточным. Реальное поведение объектов часто не поддается строгому линейному описанию, и игнорирование этих нелинейных характеристик может привести к снижению эффективности управления и ухудшению работы системы в целом. Поэтому для более точного моделирования и повышения надежности систем автоматического управления важно учитывать все аспекты нелинейного поведения объектов [15].

МНОГОКАНАЛЬНЫЕ ОБЪЕКТЫ УПРАВЛЕНИЯ

Рассмотрим модели многоканальных объектов, которые наиболее актуальны в настоящее время и чаще всего встречаются в научных исследованиях, касающихся синтеза регуляторов для объектов управления.

Перевернутый маятник на подвижном основании является самым распространенным и стандартным примером, который часто используется для тестирования различных методов синтеза регуляторов [16–19]. Особенно сложным его управление делает то, что устойчивость этого объекта обеспечивается только в верхнем нулевом положении. Точка приложения силы находится ниже центра массы маятника. Любое незначительное отклонение от равновесия приводит к его падению, и это приводит к дополнительным трудностям в управлении.

Эти проблемы не являются уникальными для перевернутого маятника, они также присущи множеству реальных физических систем. К примеру, ракеты во время взлета сталкиваются с подобными трудностями, когда требуется поддерживать устойчивость при изменении положения и скорости. Много современных транспортных средств и роботов также имеют схожие характеристики. Все эти системы требуют особого подхода к управлению, чтобы успешно справляться с динамическими изменениями и сохранять равновесие.

Перевернутый маятник, установленный на тележке, представляет собой систему, состоящую из двух взаимосвязанных объектов – маятника и тележки (рис. 1). Каждый объект имеет свой выходной параметр: у маятника это угол отклонения θ , а у тележки – положение объекта на горизонтальной поверхности. Управление осуществляется одной входной переменной u , которая прикладывается к тележке [16]. Это создает определенные сложности, так как необходимо обеспечить баланс маятника в вертикальном положении, одновременно контролируя положение тележки по горизонтали.

Для эффективного управления такой системой требуется поддерживать равновесие маятника ($\theta \approx 0$) и сохранять положение тележки ($S = 0$) [6]. Нелинейное описание перевернутого маятника на тележке представляют в виде уравнения движения с меняющимся углом отклонения и положением тележки [16]:

$$\left(1 - \frac{ml}{M_1 L} \cos^2 \theta\right) \ddot{\theta} - \left(\frac{g}{L} + \frac{ml}{M_1 L} \cos \theta (\dot{\theta})^2\right) \sin \theta = \frac{\cos \theta}{M_1 L} u, \quad (1)$$

$$\left(1 - \frac{ml \cos^2 \theta}{M_t L}\right) \ddot{S} - \left(\frac{ml}{M_t} (\dot{\theta})^2 + \frac{m l g}{M_t L} \cos \theta\right) \sin \theta = \frac{u}{M_t}, \quad (2)$$

где m – масса маятника; mg – вес маятника; M – масса тележки, $M_t = M + m$; l – длина маятника; $L = (I + ml^2) / ml$; I – момент инерции маятника; \ddot{S} – перемещение тележки по горизонтали; θ – угол отклонения маятника от вертикального положения; u – сила, приложенная к тележке.

В (1) и (2) функции $\sin \theta$ и $\cos \theta$, а также квадратичная степень говорят о нелинейности данных уравнений.

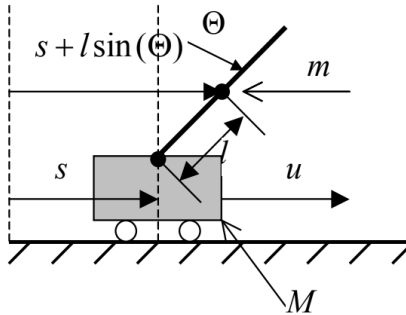


Рис. 1. Перевернутый маятник на тележке

Для решения проблемы стабилизации перевернутого маятника на тележке рассматривают его линеаризованную модель вокруг рабочей точки $\theta = 0$ [16]:

$$(1 - mlM_t^{-1}L^{-1}) \ddot{S}(t) + mlM_t^{-1}L^{-1}g\theta(t) = M_t^{-1}u(t); \quad (3)$$

$$(1 - mlM_t^{-1}L^{-1}) \ddot{\theta}(t) - gL^{-1}\theta(t) = -M_t^{-1}L^{-1}u(t). \quad (4)$$

Регулятор для такой модели рассчитывают полиномиальным методом синтеза, и в итоге регулятор будет иметь вид, показанный на рис. 2 [1].

Создание регулятора для управления **двумя перевернутыми маятниками на тележке** (рис. 3) представляет собой более сложную задачу.

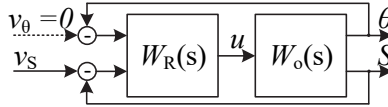


Рис. 2. Принципиальная схема САУ

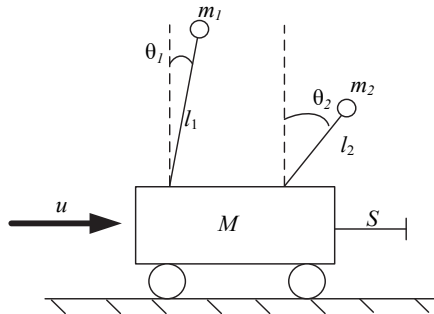


Рис. 3. Два перевернутых маятника разной длины и массы, расположенные на подвижном основании

В настоящее время для построения регулятора для такой системы также прибегают к линеаризации в окрестности нулевых углов отклонения маятников $\theta_1 = 0$ и $\theta_2 = 0$ [6]. Дифференциальные уравнения имеют следующий вид:

$$M\ddot{S} = -m_1 g \theta_1 - m_2 g \theta_2 + u; \quad (5)$$

$$l_1 \ddot{\theta}_1 = g \theta_1 - \ddot{S}; \quad (6)$$

$$l_2 \ddot{\theta}_2 = g \theta_2 - \ddot{S}, \quad (7)$$

где M – масса тележки; \ddot{S} – координата перемещения тележки; m_1 и m_2 – массы маятников, l_1 и l_2 – их длины; g – ускорение свободного падения; θ_1 , θ_2 – углы отклонения от нулевого положения первого и второго маятников соответственно; u – сила, приложенная к тележке.

В работе [6] описывается линеаризованная модель, ее упрощение при рассмотрении частного случая, когда массы маятников равны, а длины различны.

Математические модели процесса **езды на велосипеде** применяются в разных сферах жизни (например, в физике и туризме). Эти модели описывают динамику движения велосипеда, учитывают факторы, влияющие на эффективность езды, и используются для планирования велосипедных маршрутов. Для описания процесса езды на велосипеде используют различные ограничения. В [20] автор рассматривает линейную модель движения велосипедиста по горизонтальной поверхности, принимая скорость V постоянной величиной. Если учесть компоненты вектора скорости, которые направлены перпендикулярно, то велосипед удобно можно представить как одноколесное транспортное средство (рис. 4).

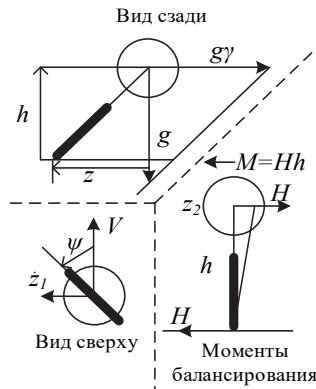


Рис. 4. Модель перемещения транспортного средства

На рис. 4 велосипедист условно изображен как окружность, а колесо велосипеда показано жирной линией; g – ускорение силы тяжести; z – линейное ускорение точки опоры от проекции силы тяжести; $g\gamma$ – горизонтальная составляющая ускорения g в линейном приближении; h – высота центра масс велосипедиста над поверхностью; Ψ – угол пути велосипеда. В своих расчетах автор делает ряд допущений, что линейное ускорение достаточно мало и что масса велосипедиста значительно больше массы велосипеда. Также не учитывается динамика, связанная с балансированием велосипедиста. При таких упрощениях модель движения езды на велосипеде можно представить следующим образом:

$$-mV\dot{\Psi} = mgz / h; \quad (8)$$

$$\dot{z}_1 = V\psi; \quad (9)$$

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{g}{Vh} \frac{1}{s} & -\frac{g}{h} \frac{1}{s^2} \\ 0 & \frac{V}{s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где входными воздействиями являются $u_1 = z_2$ и $u_2 = \Psi$, а выходными $y_1 = \Psi$, $y_2 = z_1$. При этом z_1 – линейное ускорение, возникающее при повороте колеса (рис. 4, вид сверху), а z_2 – линейное ускорение, возникающее из-за балансирования велосипедиста (рис. 4, моменты балансирования).

Вертикально взлетающий и приземляющийся летательный аппарат. В [23] автор описывает модель процесса вертикального взлета летательного аппарата (рис. 5).

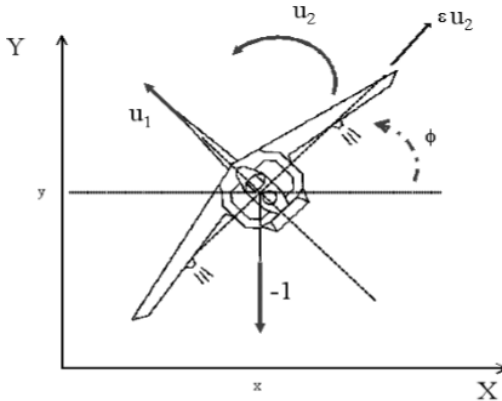


Рис. 5. Модель вертикально взлетающего самолета

В этой модели выходными величинами являются x , y , определяющие положение объекта, и ϕ – угол поворота объекта относительно горизонтальной оси. Входными величинами являются тяга двигателей или винтов, а также боковая сила, действующая на объект при взлете.

Упрощенная математическая модель вертикально взлетающего объекта выглядит следующим образом [23]:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -\sin \phi u_1 + \epsilon \cos \phi u_2, \\ \ddot{y} &= \cos \phi u_1 + \epsilon \sin \phi u_2 - 1, \\ \ddot{\phi} &= u_2, \end{aligned} \quad (11)$$

где u_1 – суммарная тяга двигателей, а u_2 – это боковая сила; ε – коэффициент, связывающий момент крена и боковое ускорение. Сила тяжести нормализована и равна единице, $g = -1$. Автор [23] принимает допущение, что коэффициент ε пренебрежительно мал, и не учитывает его. В таком случае уравнения принимают следующий вид:

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= -\sin \varphi u_1, \\ \ddot{y} &= \cos \varphi u_1 - 1, \\ \ddot{\varphi} &= u_2.\end{aligned}\tag{12}$$

В современном мире ярким примером вертикально взлетающего летательного аппарата является квадрокоптер [24]. Схематическое изображение квадрокоптера представлено на рис. 6.

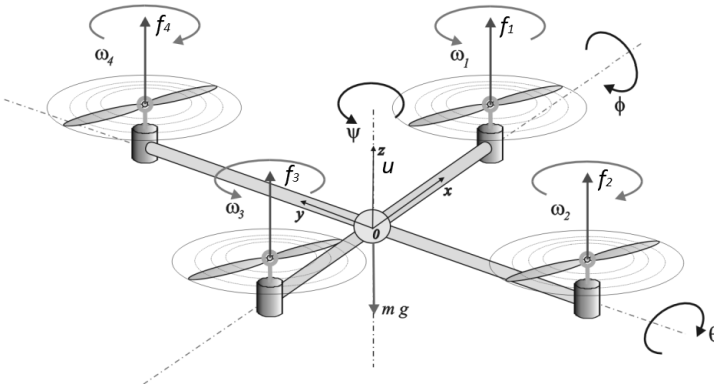


Рис. 6. Модель квадрокоптера

В данном случае выходными величинами являются координаты квадрокоптера $(x \ y \ z)$ и три угла Эйлера $(\psi \ \theta \ \varphi)$, представляющие его положение в пространстве. Входные параметры – сила, создаваемая каждым из четырех моторов M_i : $f_i = k_i \omega_i^2$, $i = 1, \dots, 4$, $k_i > 0$ – константа, а ω_i – угловая скорость i -го мотора.

Для математического описания такого объекта также используется линеаризованная модель:

$$m\ddot{x} = -u \sin \theta, \quad m\ddot{y} = u \cos \theta \sin \varphi, \quad m\ddot{z} = u \cos \theta \sin \varphi - mg,$$

$$\ddot{\psi} = \tilde{\tau}_{\psi}, \quad \ddot{\theta} = \tilde{\tau}_{\theta}, \quad \ddot{\phi} = \tilde{\tau}_{\phi}, \quad (14)$$

где $u = f_1 + f_2 + f_3 + f_4$, $\tau_{\psi} = \sum_{i=1}^4 \tau_{M_i}$ – сумма моментов, создаваемых моторами, $\tau_{\theta} = (f_2 - f_4)l$, $\tau_{\phi} = (f_3 - f_1)l$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассмотрены модели нелинейных многоканальных объектов управления, известные как МИМО (Multiple Input Multiple Output). Эти модели представляют собой сложные системы, в которых взаимодействуют несколько входных и выходных параметров. Для того чтобы эффективно работать с такими системами, необходимо сначала провести их линеаризацию. Это означает, что изначально нелинейные характеристики системы упрощаются и преобразуются в линейные. Такой переход к линейной модели необходим, поскольку в большинстве случаев не существует четких методов для учета всех возможных нелинейностей, которые могут возникнуть в процессе управления.

Важно отметить, что для достижения высоких качественных характеристик САУ необходимо учитывать различные виды нелинейностей, которые могут влиять на поведение системы. К числу таких нелинейностей относятся, например, силы трения, задержки в системе, инерционные эффекты и многие другие факторы, которые могут существенно повлиять на эффективность управления [15]. С учетом сложности математических расчетов, которые могут потребоваться для более точного моделирования (например, при использовании модальных методов синтеза [21]), был разработан подход, который позволяет учесть нелинейные характеристики системы. Этот подход заключается в применении регуляторов, которые включают в себя искусственные нейронные сети, известные как нейрорегуляторы [22]. Нейрорегуляторы представляют собой системы управления, использующие принципы работы нейронных сетей для адаптации и оптимизации процессов управления. Такой метод управления получил название «нейроуправление» (neurocontrol) [13].

Нейроуправление активно применяется в различных областях промышленности для управления сложными системами, что подтверждает его эффективность и универсальность [14]. Несмотря на то что искусственные нейронные сети находят всё более широкое применение в управлении различными техническими системами, существует ряд вопросов, которые до сих пор не получили окончательного формализованного ответа. Эти вопросы касаются как теоретических аспектов, так и практических применений нейронных сетей

в управлении. Исследования в этой области продолжаются, и ученые работают над тем, чтобы найти более эффективные методы и подходы для решения задач, связанных с управлением сложными нелинейными системами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Филлюшов В.Ю.* Полиномиальный метод синтеза регуляторов для многоканальных объектов с неквадратной матричной передаточной функцией: дис. ... канд. техн. наук: 2.3.1. – СПб., 2022. – 177 с.
2. *Ambrose H., Qu Z.* Model reference robust control for MIMO systems // *International Journal of Control.* – 1997. – Vol. 68 (3). – P. 599–623.
3. *Costa N. Haykin S.* Multiple-input multiple-output channel models: theory and practice. – New Jersey: Wiley, 2010. – 230 p.
4. *Chen C.T.* Linear system theory and design. – 3rd ed. – New York: Oxford University Press, 1999. – 334 p.
5. *Isidori A.* Lectures in feedback design for multivariable systems, advanced textbooks in control and signal processing. – London: Springer, 2016. – 414 p.
6. *Kailath T.* Linear systems. – Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1980. – 350 p.
7. *Александров А.Г.* Синтез регуляторов многомерных систем: учебник. – М.: Машиностроение, 1986. – 271 с.
8. *Dahleh M., Verghese G.* Lecture on dynamic systems and control. – Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 2003. – 600 p.
9. *Бобобеков К.М.* Полиномиальный метод синтеза многоканальных регуляторов с использованием матрицы Сильвестра: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01. – СПб., 2019. – 168 с.
10. *Вороной В.В.* Полиномиальный метод расчета многоканальных регуляторов пониженного порядка: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01. – Новосибирск, 2013. – 173 с.
11. *Чехонадских А.В.* Алгебраический метод синтеза алгоритмов автоматического управления пониженного порядка: дис. ... д-ра техн. наук: 05.13.01. – Новосибирск, 2013. – 341 с.
12. *Шоба Е.В.* Модальный метод синтеза многоканальных динамических систем с использованием полиномиального разложения: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01. – Новосибирск, 2013. – 192 с.
13. *Шипагин В.И.* Нейросетевая реализация полиномиального метода синтеза регуляторов с детерминированным способом выбора архитектуры и инициализации весовых коэффициентов: дис. ... канд. техн. наук: 2.3.1. – СПб., 2022. – 169 с.
14. *Bishop R.H.* Modern control systems analysis and design using MATLAB. – Massachusetts; New York, 2006. – 160 p.

15. Ласточкин К.Ю., Приходько И.О. Идентификация нелинейной системы прямого нагрева воздуха // Автоматика и программная инженерия. – 2015. – № 1 (11). – С. 90–96.
16. Воевода А.А., Шоба Е.В. О модели перевернутого маятника // Сборник научных трудов НГТУ. – 2012. – № 1 (67). – С. 3–14.
17. Воевода А.А., Корюкин А.Н., Чехонадских А.В. О понижении порядка стабилизирующего управления на примере двойного перевернутого маятника // Автометрия. – 2012. – № 6 (48). – С. 69–83.
18. Воевода А.А., Вороной В.В., Шоба Е.В. Синтез регулятора для системы «перевернутый маятник – тележка» // Научный вестник НГТУ. – 2012. – № 4 (49). – С. 161–165.
19. Филюшов В.Ю., Воевода А.А. Линеаризация обратной связью: перевернутый маятник // Сборник научных трудов НГТУ. – 2016. – № 3 (85). – С. 49–60.
20. Буков В.Н. Вложения систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем: учебное пособие. – Калуга: Изд-во Н.Ф. Бочкаревой, 2006. – 800 с.
21. Плехотников В.В. Модальный синтез систем управления с интервальными параметрами: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01. – Новосибирск, 2002. – 182 с.
22. Тюкин И.Ю. Теория и методы адаптивного управления нелинейными динамическими объектами с применением искусственных нейронных сетей: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01. – СПб., 2006. – 168 с.
23. Castillio P., Lozano R., Dzul A.E. Modelling and control of miniflying machines. – Springer, 2005. – 251 p.
24. Quadrotor position and attitude control via backstepping approach / D. Matouk, O. Gherouat, F. Abdessemed, A. Hassam // 2016 8th International Conference on Modelling, Identification and Control (ICMIC). – IEEE, 2016. – P. 73–79.

Воевода Александр Александрович, доктор технических наук, профессор кафедры автоматки Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – управление многоканальными объектами, исследование свойств UML-диаграмм и сетей Петри. Имеет свыше 200 публикаций. E-mail: ucit@ucit.ru

Колмогоров Иван Викторович, аспирант кафедры вычислительной техники Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – управление многоканальными объектами. E-mail: ivan.kolmogorov@gmail.com

DOI: 10.17212/2782-2230-2025-4-75-88

Synthesis of multichannel control systems taking into account nonlinearities*

A.A. Voevoda¹, I.V. Kolmogorov²

¹ Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, D. Sc. (Eng.), professor. E-mail: ucit@ucit.ru

² Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, the post-graduate student of Department of Computational Engineering. E-mail: ivan.kolmogorov@gmail.com

Currently, there are many objects that use input actions to control output. Such objects are called multi-channel. The theory of regulator synthesis for multichannel systems is intensively developing. In general, the model of the control object has a nonlinear form. The equation describing the behavior of a control object contains a sine, cosine, and degrees. In most studies, to solve the problem of managing a multi-channel object, the authors linearize object models. The task of synthesizing a controller, even for a linear object, is a very difficult task. However, the modern world imposes increasingly high requirements on automatic control systems in terms of accuracy, speed, fault tolerance, and protection against external influences. To meet these requirements, it is necessary to take into account nonlinearities. This paper presents examples of multi-channel control objects and methods for constructing controllers for these objects.

Keywords: synthesis, multi-channel objects, control object, automatic control system, inverted pendulum on a trolley, nonlinear models, linearization, regulator, quadcopter, neural network regulators

REFERENCES

1. Filyushov V.Yu. *Polynomial'nyi metod sinteza regulyatorov dlya mnogokanal'nykh ob'ektov s nekvadratnoi matrichnoi peredatochnoi funktsiei*. Diss. kand. tekhn. nauk [Polynomial method of regulator synthesis for multichannel objects with a non-square matrix transfer function. PhD eng. sci. diss.]. St. Petersburg, 2022. 177 p.
2. Ambrose H., Qu Z. Model reference robust control for MIMO systems. *International Journal of Control*, 1997, vol. 68 (3), pp. 599–623.
3. Costa N. Haykin S. *Multiple-input multiple-output channel models: theory and practice*. New Jersey, Wiley, 2010. 230 p.
4. Chen C.T. *Linear system theory and design*. 3rd ed. New York, Oxford University Press, 1999. 334 p.
5. Isidori A. *Lectures in feedback design for multivariable systems, advanced textbooks in control and signal processing*. London, Springer, 2016. 414 p.

* Received 07 November 2025.

6. Kailath T. *Linear systems*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1980. 350 p.
7. Aleksandrov A.G. *Sintez regulyatorov mnogomernykh sistem* [Synthesis of regulators for multidimensional systems]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1986. 271 p.
8. Dahleh M., Verghese G. *Lecture on dynamic systems and control*. Cambridge, Massachusetts Institute of Technology, 2003. 600 p.
9. Bobobekov K.M. *Polinomial'nyi metod sinteza mnogokanal'nykh regulyatorov s ispol'zovaniem matritsy Sil'vestra*. Diss. kand. tekhn. nauk [Polynomial control method for multi-channel dynamic system by Silvester matrix. PhD eng. sci. diss.]. St. Petersburg, 2019. 168 p.
10. Voronoi V.V. *Polinomial'nyi metod rascheta mnogokanal'nykh regulyatorov ponizhennogo poryadka*. Diss. kand. tekhn. nauk [Design of multi-channel reduced degree controllers. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2013. 173 p.
11. Chekhonadskikh A.V. *Algebraicheskii metod sinteza algoritmov avtomaticheskogo upravleniya ponizhennogo poryadka*. Diss. dokt. tekhn. nauk [Algebraic method of synthesis of reduced-order automatic control algorithms. Dr. eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2013. 341 p.
12. Shoba E.V. *Modal'nyi metod sinteza mnogokanal'nykh dinamicheskikh sistem s ispol'zovaniem polinomial'nogo razlozheniya*. Diss. kand. tekhn. nauk [Modal method of synthesis of multi-channel dynamic systems using polynomial decomposition. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2013. 192 p.
13. Shipagin V.I. *Neirosetevaya realizatsiya polinomial'nogo metoda sinteza regulyatorov s determinirovannym sposobom vybora arkhitektury i initsializatsii vesovykh koeffitsientov*. Diss. kand. tekhn. nauk [Neural network implementation of the polynomial method for synthesizing regulators with a deterministic method for selecting the architecture and initializing the weight coefficients. PhD eng. sci. diss.]. St. Petersburg, 2022. 169 p.
14. Bishop R.H. *Modern control systems analysis and design using MATLAB*. Massachusetts. New York, 2006. 160 p.
15. Lastochkin K.Yu., Prikhod'ko I.O. Identifikatsiya nelineinoy sistemy pryamogo nagreva vozdukha [Identification of a nonlinear direct air heating system]. *Avtomatika i programmaya inzheneriya = Automatics and Software Engineering*, 2015, no. 1 (11), pp. 90–96.
16. Voevoda A.A., Shoba E.V. O modeli perevernutogo mayatnika [On the inverted pendulum model]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2012, no. 1 (67), pp. 3–14.
17. Voevoda A.A., Koryukin A.N., Chekhonadskikh A.V. O ponizhenii poryadka stabiliziruyushchego upravleniya na primere dvojnogo perevernutogo mayatnika [On lowering the order of stabilizing control on the example of a double in-

verted pendulum]. *Avtometriya = Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*, 2012, no. 6 (48), pp. 69–83. (In Russian).

18. Voevoda A.A., Voronoi V.V., Shoba E.V. Sintez regulatora dlya sistemy «perevernutyi mayatnik – telezhka» [Controller synthesis for the "inverted pendulum – cart" system]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2012, no. 4 (49), pp. 161–165.

19. Filyushov V.Yu., Voevoda A.A. Linearizatsiya obratnoi svyaz'yu: perevernutyi mayatnik [Feedback linearization: an inverted pendulum]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 3 (85), pp. 49–60.

20. Bukov V.N. *Vlozheniya sistem. Analiticheskii podkhod k analizu i sintezu matrichnykh sistem* [Systems investments. Analytical approach to the analysis and synthesis of matrix systems]. Kaluga, N.F. Bochkareva Publ., 2006. 800 p.

21. Plokhonikov V.V. *Modal'nyi sintez sistem upravleniya s interval'nymi parametrami*. Diss. kand. tekhn. nauk [Modal synthesis of control systems with interval parameters. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2002. 182 p.

22. Tyukin I.Yu. *Teoriya i metody adaptivnogo upravleniya nelineinymi dinamicheskimi ob"ektami s primeneniem iskusstvennykh neironnykh setei*. Diss. kand. tekhn. nauk [Theory and methods of adaptive control of nonlinear dynamic objects using artificial neural networks. PhD eng. sci. diss.]. St. Petersburg, 2006. 168 p.

23. Castillio P., Lozano R., Dzul A.E. *Modelling and control of miniflying machines*. Springer, 2005. 251 p.

24. Matouk D., Gherouat O., Abdessemed F., Hassam A. Quadrotor position and attitude control via backstepping approach. *2016 8th International Conference on Modelling, Identification and Control (ICMIC)*. IEEE, 2016, pp. 73–79.

Для цитирования:

Воевода А.А., Колмогоров И.В. Синтез многоканальных систем управления с учетом нелинейностей // Безопасность цифровых технологий. – 2025. – № 4 (119). – С. 75–88. – DOI: 10.17212/2782-2230-2025-4-75-88.

For citation:

Voevoda A.A., Kolmogorov I.V. Sintez mnogokanal'nykh sistem upravleniya s uchetoм nelineinosti [Synthesis of multichannel control systems taking into account nonlinearities]. *Bezopasnost' tsifrovyykh tekhnologii = Digital Technology Security*, 2025, no. 4 (119), pp. 75–88. DOI: .10.17212/2782-2230-2025-4-75-88