

*АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ  
ПРОЦЕССАМИ И ПРОИЗВОДСТВАМИ*

УДК 621.382.232

DOI: 10.17212/2782-2230-2026-1-84-96

**ПРИМЕНЕНИЕ ПИД-РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ ОБЪЕКТОВ  
С ДВОЙНЫМ ИНТЕГРАТОРОМ \***

И.В. КОЛМОГОРОВ<sup>1</sup>, Д.Н. КОВАЛЕВ<sup>2</sup>, А.А. ШЕЛЕГОВ<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, аспирант кафедры вычислительной техники. E-mail: [ivan.koltmogorov@gmail.com](mailto:ivan.koltmogorov@gmail.com)

<sup>2</sup> 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, лаборант кафедры автоматики. E-mail: [dimakovalev56261@mail.ru](mailto:dimakovalev56261@mail.ru)

<sup>3</sup> 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, лаборант кафедры автоматики. E-mail: [antonselegov72@gmail.com](mailto:antonselegov72@gmail.com)

В настоящее время управление движением автономных транспортных систем требует точного и устойчивого регулирования объектов, динамика которых может быть представлена моделью второго порядка с интегрированием ускорения. В качестве такого объекта рассматривается двойной интегратор  $1/s^2$ , описывающий связь между управляющим воздействием (ускорением) и положением платформы. Несмотря на простоту структуры, синтез регулятора для такого объекта остается нетривиальной задачей из-за маргинальной устойчивости, накопления ошибок и высокой чувствительности к внешним возмущениям. В работе показано применение классического пропорционально-интегрально-дифференциального (ПИД) регулятора для управления объектом с динамикой  $1/s^2$ , рассмотрены особенности его настройки, ограничения методов типа Циглера – Никольса и необходимость ручной или адаптивной подстройки коэффициентов. Приведен пример практической реализации на двухколесном самобалансирующемся роботе с использованием инерциального датчика и микроконтроллера. Полученные результаты демонстрируют эффективность ПИД-регулятора для стабилизации неустойчивого объекта, обеспечивая снижение статической ошибки, устойчивость к внешним возмущениям и корректное формирование переходных процессов.

**Ключевые слова:** система автоматического управления, ПИД-регулятор, модель объекта «двойной интегратор», второй закон Ньютона, метод Циглера – Никольса, ручная настройка, двухколесный самобалансирующийся робот

---

\* Статья получена 18 декабря 2025 г.

## ВВЕДЕНИЕ

Автономные транспортные системы представляют собой современные комплексы, способные выполнять движение и различные задачи без участия человека. К ним относятся беспилотные автомобили, дроны, двухколесный самобалансирующийся робот и морские автономные аппараты [1]. Работа таких систем основана на широком наборе сенсоров – камер, лидаров, радаров, ультразвуковых датчиков, GPS и инерциальных систем, которые обеспечивают непрерывное измерение положения, скорости и окружающей обстановки. Полученная информация обрабатывается алгоритмами управления и искусственным интеллектом, формирующими команды в реальном времени.

Одним из наиболее важных аспектов автономного движения является точность и устойчивость траектории. Для анализа этих свойств используются математические модели различной сложности.

Важную роль в управлении движением занимает объект «Двойной интегратор». Он является системой второго порядка с входным сигналом, задающим ускорение объекта, а выходом – его положение, что удобно описывает изменение координат и скорости движущегося транспорта и применяется как основа для разработки систем управления [2].

В современных автономных системах управление объектом осуществляется автоматически. Сенсорная информация используется для расчета управляющего воздействия, которое подается на исполнительные механизмы, позволяя компенсировать внешние возмущения, корректировать движение и поддерживать устойчивость даже в нестабильных условиях. Одним из наиболее распространенных подходов к расчетам управляющего воздействия является ПИД-регулятор, формирующий управляющий сигнал на основе ошибки регулирования, ее интеграла и производной [3].

## 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБЪЕКТА «ДВОЙНОЙ ИНТЕГРАТОР»

В качестве объекта управления в этой работе рассматривается система с двойным интегратором – типичный пример неустойчивого объекта второго порядка. Такой объект часто используется для моделирования перемещения массы под действием силы, когда входной сигнал задает ускорение, а выход соответствует положению.

Исходя из второго закона Ньютона имеем

$$F(t) = ma(t) = m\dot{v}(t) = m\ddot{x}(t). \quad (1)$$

где  $x(t)$  – положение объекта,  $v(t)$  – скорость перемещения объекта,  $a(t) = \ddot{x}(t)$  – ускорение,  $F(t) = u(t)$  – сила, управляющее воздействие. Нормируя массу  $m = 1$ , получаем упрощенное дифференциальное уравнение

$$\ddot{x}(t) = u(t). \quad (2)$$

Модель объекта управления вида «двойной интегратор» приведена на рис. 1.

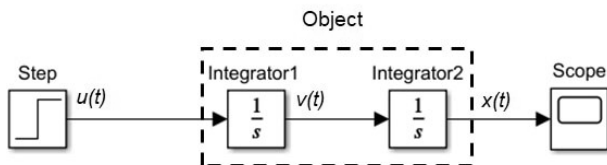


Рис. 1. Модель объекта управления вида «двойной интегратор»

Fig. 1. The model of the control object of the type “dual integrator”

Входной сигнал  $u(t)$  подается на первый блок Integrator1, который вычисляет скорость  $v(t)$  как интеграл от входного воздействия. Затем сигнал скорости поступает на второй блок Integrator2, формирующий положение объекта  $x(t)$  как интеграл от скорости. На выходе объекта размещен измерительный блок Scope, предназначенный для наблюдения за временной зависимостью  $x(t)$  в процессе моделирования. Такая структура полностью соответствует уравнению (2) и отражает математическую модель двойного интегрирования входного сигнала.

Уравнение (3) также описывает модель объекта «двойной интегратор», так как выходная переменная  $x(t)$  является результатом двойного интегрирования управляющего сигнала  $u(t)$  [4]:

$$x(t) = \int_0^t \int_0^\tau u(\sigma) d\sigma d\tau, \quad (3)$$

где  $u(\sigma)$  – это входной сигнал (ускорение) в момент времени  $\sigma$ .

В операторной форме ( $s$ -преобразовании Лапласа) передаточная функция объекта имеет вид

$$W_o(s) = \frac{x(s)}{u(s)} = \frac{1}{s^2}, \quad (4)$$

где  $W_o(s)$  – передаточная функция объекта. Она показывает, как входной сигнал  $u(s)$  преобразуется в выходной сигнал  $x(s)$  в частной области ( $s$ -преобразование Лапласа) [4]. Далее в статье объект вида «двойной интегратор» будет обозначаться как объект  $1/s^2$ .

Управление системой с передаточной функцией  $1/s^2$  осложняется двумя главными факторами. Во-первых, без регулирования такой объект неустойчив – он «дрейфует», так как любое смещение ускорения накапливается во времени. При отсутствии корректирующего управления даже небольшой постоянный вход ведет к неограниченному росту положения. Во-вторых, традиционные алгоритмы (например, классический ПИД-регулятор) плохо справляются с изменяющимися внешними условиями. У классического ПИД-регулятора выявляются существенные недостатки: он не способен автоматически реагировать на меняющиеся возмущения и требует ручной перенастройки коэффициентов. Это означает, что в реальных условиях (ветер, неровности) контроллер может потерять устойчивость или точность [3].

## 2. СТРУКТУРА И ПРИНЦИП РАБОТЫ ПИД-РЕГУЛЯТОРА

Структурная схема система управления с ПИД-регулятором выглядит следующим образом (рис. 2).

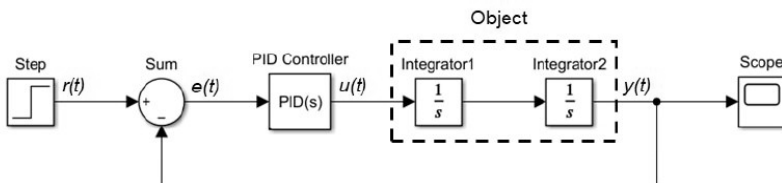


Рис. 2. Система автоматического управления с использованием ПИД-регулятора

Fig. 2. Automatic control system using a PID controller

На структурной схеме система автоматического управления (рис. 2) показана реализация управления объектом. Блок Step формирует ступенчатое из-

менение задаваемого значения входного сигнала  $r(t)$ . Затем сигнал проходит через блок  $Sum$ , где вычисляется ошибка регулирования  $e(t)$  как разность между заданным значением и выходом объекта управления. Ошибка поступает на ПИД-регулятор, который формирует управляющее воздействие  $u(t)$  на основе трех составляющих: пропорциональной ( $p$ ), интегральной ( $i$ ) и дифференциальной ( $d$ ). Такая структура наглядно показывает, как ПИД-регулятор взаимодействует с объектом, обеспечивая корректировку управляющего воздействия и наблюдение за динамикой системы.

Обозначим рассогласование между заданным значением  $r(t)$  и выходной величиной  $y(t)$  как ошибку регулирования, которая вычисляется по формуле

$$e(t) = r(t) - y(t). \quad (5)$$

На основе ошибки  $e(t)$  ПИД-регулятор формирует управляющее воздействие  $u(t)$ , определяемое формулой (6) [5]:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt}, \quad (6)$$

где  $K_p$  – коэффициент пропорциональной составляющей,  $K_i$  – коэффициент интегральной составляющей,  $K_d$  – коэффициент дифференциальной составляющей.

Пропорциональная составляющая ( $p$ ) уменьшает текущую ошибку: ее воздействие прямо пропорционально величине отклонения. Чем больше ошибка, тем сильнее управляющий сигнал. Она обеспечивает быстрый отклик системы, но без интегральной составляющей не устраняет статическую ошибку [5].

Интегральная составляющая ( $i$ ) учитывает накопленную ошибку за весь период работы системы. Она постепенно корректирует управляющее воздействие, обеспечивая устранение статической ошибки и повышение точности в установившемся режиме.

Дифференциальная составляющая ( $d$ ) реагирует на скорость изменения ошибки, прогнозируя ее дальнейшее поведение. Это позволяет заблаговременно компенсировать возможные отклонения, особенно при резких внешних возмущениях, и стабилизировать систему.

При применении классического ПИД-регулятора к объекту  $1/s^2$  с передаточной функцией проявляются особенности, отсутствующие для более

устойчивых систем. Основное отличие заключается в том, что объект  $1/s^2$  не имеет собственной устойчивости: любое ненулевое ускорение накапливается во времени, вызывая рост ошибки положения. В связи с этим классический ПИД-регулятор требует особенно тщательной настройки коэффициентов  $p$ ,  $i$  и  $d$ , а стандартные методики, применимые к устойчивым объектам, часто оказываются недостаточными. Практически это означает, что пропорциональная составляющая может вызвать колебания, интегральная – «разнос» системы, а дифференциальная играет ключевую роль в стабилизации.

### 3. НАСТРОЙКА ПИД-РЕГУЛЯТОРА

#### 3.1. МЕТОД ЦИГЛЕРА – НИКОЛЬСА

Метод Циглера – Никольса является одним из наиболее известных практических способов первоначальной настройки ПИД-регуляторов. Он основан на определении таких значений коэффициентов, при которых система переходит в режим устойчивых незатухающих колебаний. Метод предполагает следующую последовательность действий:

- 1) все коэффициенты регулятора обнуляются;
- 2) подается фиксированная установка регулируемого параметра;
- 3) пропорциональный коэффициент  $K_p$  постепенно увеличивается до момента появления устойчивых незатухающих колебаний;
- 4) фиксируется значение критического коэффициента  $K$ , при котором возникли колебания, а также период этих колебаний  $T$ ;
- 5) вычисляются коэффициенты ПИД-регулятора по формулам:

$$K_p = 0,6K, \quad (7)$$

$$K_i = \frac{2K_p}{T}, \quad (8)$$

$$K_d = \frac{K_p T}{8}. \quad (9)$$

Метод прост в реализации и позволяет быстро получить первые рабочие настройки. Однако его применение имеет серьезные ограничения [6]. Для объекта  $1/s^2$  метод Циглера – Никольса практически неприменим.

Такой объект является маргинально устойчивым, то есть даже небольшое увеличения коэффициента усиления приводит к неограниченному росту выходной величины. Система не выходит на устойчивые незатухающие колебания – она либо быстро «разгоняется», либо становится полностью неустойчивой. Поэтому определить критический коэффициент  $K$  для двойного интегратора корректным способом невозможно.

Таким образом, метод Циглера – Никольса для объекта  $1/s^2$  может использоваться в имитационных моделях с искусственным ограничением или только как крайне грубое начальное приближение. В реальной же системе для настройки регулятора применяется ручная подстройка.

### 3.2. РУЧНАЯ НАСТРОЙКА

В основе ручной подстройки ПИД-регулятора лежат практические правила, сформированные на базе инженерного опыта и многочисленных экспериментов. Для объекта  $1/s^2$  эти правила проявляются особенно отчетливо.

1. Увеличение пропорционального коэффициента ( $K_p$ ) повышает быстроедействие, но уменьшает запас устойчивости. Для двойного интегратора слишком большой  $K_p$  приводит к колебательной реакции и склонности системы «разгоняться» без ограничений.

2. Уменьшение интегральной постоянной (увеличение  $K_i$ ) ускоряет устранение статической ошибки, но снижает устойчивость системы. Для объекта  $1/s^2$  избыточная интегральная составляющая легко вызывает «разнос».

3. Увеличение дифференциальной составляющей ( $K_d$ ) помогает стабилизировать систему и компенсировать излишнюю инерцию регулирования. Для двойного интегратора дифференциальное действие часто является ключевым элементом, который предотвращает накопление скорости и раскачку.

Такая ручная подстройка обычно проводится в интерактивной среде: оператор изменяет параметры регулятора в реальном времени и наблюдает реакцию модели или реальной установки на тестовые воздействия: скачок установки, шум, внешнее возмущение. После достижения приемлемого качества регулирования найденные коэффициенты фиксируются как рабочие.

Важно отметить, что корректная ручная настройка возможна только после выполнения предварительного аналитического расчета. Начинать настройку «с нуля», без стартовых значений, особенно для объекта  $1/s^2$ , практически

невозможно, поскольку система может оказаться слишком чувствительной и неустойчивой.

Наконец, нужно понимать, что перечисленные правила действуют лишь в окрестности оптимальной настройки. Если параметры уводятся слишком далеко от рассчитанных значений, поведение объекта  $1/s^2$  может резко измениться и реакции системы перестают соответствовать интуитивным ожиданиям.

#### 4. ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ПИД-РЕГУЛЯТОРА

Одним из наиболее показательных примеров применения ПИД-регулятора для управления объектом с динамикой типа «двойной интегратор» является двухколесный самобалансирующийся робот [7]. Такая система по своей природе неустойчива, поскольку ее динамика соответствует модели с двумя интегрированиями: управляющее воздействие формирует момент на колесах, момент изменяет угловую скорость, а она, в свою очередь, угол наклона. Робот непрерывно стремится опрокинуться, поэтому для поддержания равновесия требуется регулятор, способный стабилизировать объект второго порядка в реальном времени.

Практическая реализация включает использование инерциального модуля MPU6050 [7], объединяющего акселерометр и гироскоп для измерения угла наклона и угловой скорости. Эти данные формируют обратную связь ПИД-контроллера, который вычисляет корректирующее воздействие  $u(t)$ , компенсируя отклонение от вертикального положения. Пропорциональная составляющая ( $p$ ) обеспечивает мгновенную реакцию на текущий угол, интегральная ( $i$ ) компенсирует длительные систематические ошибки, а дифференциальная ( $d$ ) подавляет быстрые изменения наклона и предотвращает накопление энергии, характерное для систем с двойным интегратором.

Результирующий управляющий сигнал  $u(t)$  подается на драйвер L298N [7], который регулирует скорость и направление вращения двух двигателей. За счет постоянного перераспределения крутящего момента система гасит возмущения и удерживает платформу в вертикальном состоянии даже при начальном наклоне, внешних толчках или движении по неровной поверхности. Проведенные испытания демонстрируют классический отклик системы второго порядка: малая регулировка, быстрое затухание колебаний и достижение устойчивого состояния за короткое время. Это подтверждает корректность настройки ПИД-регулятора и его способность стабилизировать объект с интегрирующей динамикой.

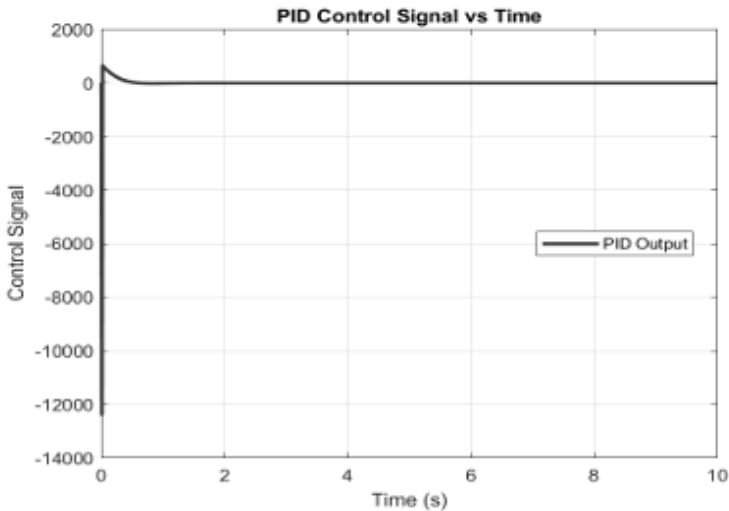


Рис. 3. Изменение управляющего сигнала ПИД-регулятора во времени при стабилизации объекта управления

Fig. 3. Change of the control signal of the PID controller in time during stabilization of the control object

На этом графике представлены управляющие сигналы (команды двигателя), генерируемые ПИД-регулятором. График начинается с сильного отклика, который соответствует потребности системы противостоять первоначальному наклону. По мере приближения робота к сбалансированному состоянию величина управляющего сигнала уменьшается и стабилизируется вблизи нуля. Такое поведение подтверждает, что двигатели должным образом регулируются в соответствии с обратной связью, поступающей от датчика в режиме реального времени [7].

Значения находятся в пределах допустимых значений для системы управления, подтверждая эффективность ПИД-регулятора. Управляющий сигнал, как показано на графике, демонстрировал плавное схождение без колебаний, что позволяет предположить, что пропорциональный, интегральный и производный коэффициенты усиления были настроены соответствующим образом. Способность робота быстро восстанавливаться с минимальным превышением скорости подтверждает способность контроллера обеспечивать стабильность и отзывчивость, что делает его пригодным для коррекции баланса в динамических условиях в режиме реального времени [7].

Данная реализация показывает, что ПИД-регулятор, несмотря на простоту, эффективно справляется с задачами стабилизации в системах, аналогичных двойному интегратору. Используемая архитектура – инерциальный датчик, микроконтроллер, драйвер и два независимых двигателя – формирует замкнутую систему управления, способную работать в реальном времени. Балансирующий робот служит практическим подтверждением того, что корректно настроенный ПИД-регулятор обеспечивает устойчивость даже для структурно неустойчивых объектов и может применяться в мобильной робототехнике, транспорте и автоматизированных системах, где требуется управление наклонными или балансирующими платформами.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренный в работе объект с двойным интегратором  $1/s^2$  является удобной и в то же время показательной моделью продольного движения автономных транспортных систем. Показано, что даже для столь простой по структуре модели задача синтеза регулятора остается нетривиальной из-за отсутствия собственной устойчивости объекта и высокой чувствительности к постоянным и случайным возмущениям. Анализ показывает, что без замкнутой системы управления малые постоянные воздействия приводят к неограниченному росту ошибки положения, что недопустимо для реальных приложений [6].

Исследование принципов работы ПИД-регулятора и его взаимодействия с объектом  $1/s^2$  демонстрирует, что при корректном выборе коэффициентов возможно обеспечить удовлетворительное качество переходных процессов, снижение статической ошибки и повышение устойчивости к внешним возмущениям. В то же время классический ПИД-подход предъявляет высокие требования к настройке параметров и ограничен при существенных изменениях динамики объекта и условий функционирования, что типично для автономных транспортных платформ.

Полученные результаты позволяют рассматривать ПИД-регулятор как базовый инструмент для задач управления движением и отправную точку для дальнейшего совершенствования систем автоматического управления. Перспективными направлениями являются разработка методов автоматической и адаптивной настройки параметров ПИД-регулятора, интеграция его с интеллектуальными алгоритмами (в частности, нейросетевыми регуляторами), а также распространение рассмотренных подходов на многоканальные [8].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Баканов М.В., Данеев А.В., Сизых В.Н.* Алгоритмическое обеспечение адаптивной системы управления автономным мобильным роботом // Информационные и математические технологии в науке и управлении. – 2022. – № 2 (26). – С. 147–160. – DOI: 10.38028/ESI.2022.26.2.014.
2. *Li L., Li J., Zhang S.* Review article: State-of-the-art trajectory tracking of autonomous vehicles // Mechanical Sciences. – 2021. – Vol. 12. – P. 419–432. – DOI: 10.5194/ms-12-419-2021.
3. *Корюкин А.Н., Воевода А.А.* Наибольшая степень устойчивости двух-массовой системы для регуляторов пониженного порядка // Доклады ТУСУРа. – 2014. – № 1 (31). – С. 229–237.
4. *Гаркушенко В.И., Дегтярёв Г.Л.* Теория автоматического управления: учебное пособие. – Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2010. – 274 с.
5. *Поляков К.Ю.* Теория автоматического управления для «чайников»: учебное пособие. – СПб.: СПбГМТУ, 2008.
6. *Ziegler J.G., Nichols N.B.* Optimum settings for automatic controllers // Journal of Fluids Engineering. – 1942. – Vol. 64 (8). – P. 759–765.
7. *Vishnu Varthan R., Sanjay Ganesh S., Anbarasi M.P.* Real-time implementation of a self-balancing robot using PID controller // International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT). – 2025. – Vol. 14 (05). – DOI: 10.5281/zenodo.18106175.
8. *Шипагин В.И.* Нейросетевая реализация полиномиального метода синтеза регуляторов с детерминированным способом выбора архитектуры и инициализации весовых коэффициентов: дис. ... канд. техн. наук. – Омск, 2022. – 138 с.

**Колмогоров Иван Викторович**, аспирант кафедры вычислительной техники факультета автоматики и вычислительной техники Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – управление многоканальными объектами. E-mail: [ivan.kolmogorov@gmail.com](mailto:ivan.kolmogorov@gmail.com)

**Ковалев Дмитрий Николаевич**, лаборант кафедры автоматики факультета автоматики и вычислительной техники Новосибирского государственного технического университета. E-mail: [dimakovalev56261@mail.ru](mailto:dimakovalev56261@mail.ru)

**Шелегов Антон Андреевич**, лаборант кафедры автоматики факультета автоматики и вычислительной техники Новосибирского государственного технического университета. E-mail: [antonselegov72@gmail.com](mailto:antonselegov72@gmail.com)

DOI: 10.17212/2782-2230-2026-1-84-96

## Application of the PID controller for objects with a dual integrator\*

I.V. Kolmogorov <sup>1</sup>, D.N. Kovalev <sup>2</sup>, A.A. Shelegov <sup>3</sup>

<sup>1</sup> Novosibirsk State Technical University, 20 Karl Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, D. Sc. (Eng.), the post-graduate student of Department of Computational Engineering. E-mail: [ivan.kolmogorov@gmail.com](mailto:ivan.kolmogorov@gmail.com)

<sup>2</sup> Novosibirsk State Technical University, 20 Karl Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, laboratory assistant at the Department of Automation. E-mail: [di-makovalev56261@mail.ru](mailto:di-makovalev56261@mail.ru)

<sup>3</sup> Novosibirsk State Technical University, 20 Karl Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, laboratory assistant at the Department of Automation. E-mail: [an-tonselegov72@gmail.com](mailto:an-tonselegov72@gmail.com)

Currently, traffic management of autonomous transport systems requires precise and stable regulation of objects, the dynamics of which can be represented by a second-order model with acceleration integration. The dual integrator  $1/s^2$ , is considered as such an object, describing the relationship between the control action (acceleration) and the position of the platform. Despite the simplicity of the structure, the synthesis of a regulator for such an object remains a non-trivial task due to marginal stability, accumulation of errors, and high sensitivity to external disturbances. The paper shows the use of a classical PID controller to control an object with  $1/s^2$  dynamics, discusses the features of its tuning, the limitations of Ziegler-Nichols type methods, and the need for manual or adaptive adjustment of coefficients. An example of practical implementation on a two-wheeled self-balancing robot using an inertial sensor and a microcontroller is given. The results obtained demonstrate the effectiveness of the PID controller for stabilizing an unstable object, ensuring a reduction in static error, resistance to external disturbances, and the correct formation of transients. This work can serve as a basis for further improvement of control systems and the development of intelligent control algorithms.

Keywords: automatic control system, PID controller, dual integrator object model, Newton's second law, Ziegler-Nichols method, manual adjustment, two-wheeled self-balancing robot.

## REFERENCES

1. Bakanov M.V., Daneev A.V., Sizykh V.N. Algoritmicheskoe obespechenie adaptivnoi sistemy upravleniya avtonomnym mobil'nym robotom [Algorithmic support of an adaptive control system for an autonomous mobile robot]. *Informatsionnye i matematicheskie tekhnologii v nauke i upravlenii = Information and Mathematical Technologies in Science and Management*, 2022, no. 2 (26), pp. 147–160. DOI: 10.38028/ESI.2022.26.2.014.

---

\* Received 18 December 2025.

2. Li L., Li J., Zhang S. Review article: State-of-the-art trajectory tracking of autonomous vehicles. *Mechanical Sciences*, 2021, vol. 12, pp. 419–432. DOI: 10.5194/ms-12-419-2021.
3. Koryukin A.N., Voevoda A.A. Naibol'shaya stepen' ustoichivosti dvukhmassovoi sistemy dlya regulyatorov ponizhennogo poryadka [The greatest degree of the stability of a two-mass system for regulators of the lowered order]. *Doklady TUSUR = Proceedings of TUSUR University*, 2014, no. 1 (31), pp. 229–237.
4. Garkushenko V.I., Degtyarev G.L. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya* [Theory of automatic control]. Kazan, Kazan State Technical University Publ., 2010. 274 p.
5. Polyakov K.Yu. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya dlya «chainikov»* [Automatic control theory for “dummies”]. St. Petersburg, St. Petersburg State Marine Technical University Publ., 2008.
6. Ziegler J.G., Nichols N.B. Optimum settings for automatic controllers. *Journal of Fluids Engineering*, 1942, vol. 64 (8), pp. 759–765.
7. Vishnu Varthan R., Sanjay Ganesh S., Anbarasi M.P. Real-time implementation of a self-balancing robot using PID controller. *International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT)*, 2025, vol. 14 (05). DOI: 10.5281/zenodo.18106175.
8. Shipagin V.I. *Neirosetevaya realizatsiya polinomial'nogo metoda sinteza regulyatorov s determinirovannym sposobom vybora arkhitektury i initsializatsii vesovykh koeffitsientov*. Diss. kand. tekhn. nauk [Neural network implementation of a polynomial method for controller synthesis with a deterministic approach to architecture selection and weight initialization. PhD eng. sci. diss.]. Omsk, 2022. 138 p.

Для цитирования:

Колмогоров И.В., Ковалев Д.Н., Шелегов А.А. Применение ПИД-регулятора для объектов с двойным интегратором // Безопасность цифровых технологий. – 2026. – № 1 (120). – С. 84–96. – DOI: 10.17212/2782-2230-2026-1-84-96.

For citation:

Kolmogorov I.V., Kovalev D.N., Shelegov A.A. Primenenie PID-regulyatora dlya ob"ektov s dvoynym integratorom [Application of the PID controller for objects with a dual integrator]. *Bezopasnost' tsifrovyykh tekhnologii = Digital Technology Security*, 2026, no. 1 (120), pp. 84–96. DOI: 10.17212/2782-2230-2026-1-84-96.