

УДК 519.854.2 + 004.023

ОБЗОР МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ В КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧАХ КЛАССА JOB-SHOP SCHEDULING*

П.В. МАТРЕНИН

630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, аспирант. E-mail: pavel.matrenin@gmail.com

В статье указывается актуальность задач планирования, дается формальная постановка комбинаторной задачи календарного планирования класса job-shop scheduling и показываются сложности данного класса задач. Приводится обзор наиболее распространенных точных и приближенных методов решения. Для каждого метода перечисляются примеры и проводится анализ применимости сильных и слабых сторон методов для задач класса job-shop. Метод полного перебора всех вариантов теоретически позволяет найти точное решение, но не используется, так как требует больших затрат времени. Методы направленного перебора, например ветвей и границ, применимы только для некоторых частных случаев. Наиболее эффективными являются методы, которые, во-первых, выполняют решение задачи многократно и используют опыт, полученный на предыдущих решениях, а во-вторых, используют рандомизацию и механизмы, используемые в природе. К таким алгоритмам относятся алгоритм имитации отжига, поиск с запретами, эволюционные алгоритмы и алгоритмы роевого интеллекта. Указанные алгоритмы требуют регуляции своих параметров, поэтому для лучшей производительности алгоритмы должны быть настроены для адаптации к условиям задач, иными словами, необходимо применять механизмы метаоптимизации и машинного обучения.

Ключевые слова: расписание, календарное планирование, методы оптимизации, эволюционная оптимизация, роевой интеллект, алгоритм имитации отжига, эвристика, метаоптимизация

DOI: 10.17212/2307-6879-2014-4-113-124

ВВЕДЕНИЕ

Одними из наиболее важных для систем управления комбинаторных задач оптимизации являются задачи календарного планирования (КП). Задачи календарного планирования отражают процесс распределения во времени ограниченного числа ресурсов, выделяемых для выполнения проекта, который включает заданный перечень взаимосвязанных работ.

* Статья получена 11 июня 2014 г.

Несмотря на многочисленные глубокие исследования задач планирования, до сих пор не удалось создать общий эффективный для решения всех задач подход, поэтому существует множество различных методов, имеющих свои области применения, достоинства и недостатки. Простые эвристические методы решения NP-трудных задач могут давать как хорошие, так и очень плохие результаты [9], поэтому необходимо использовать более эффективные методы оптимизации, среди которых особенно выделяются алгоритмы, основанные на универсальных системных принципах и механизмах взаимодействия, использующихся в природе [2, 11].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Большинство задач по составлению календарных планов связано с понятием многостадийных обслуживающих систем [10], т. е. систем, в которых процесс обслуживания требований состоит из нескольких стадий. Постановка задачи КП, данная в [10], может считаться универсальной для многостадийных систем. Формализованная постановка задачи может быть записана следующим образом. Имеется конечное множество $N = \{1, 2, \dots, n\}$ требований (работ, партий деталей, станочных плит и т. п.) и конечное множество $M = \{1, 2, \dots, m\}$ приборов (станков, исполнителей, рабочих станций). Обслуживание каждого требования состоит из нескольких стадий, каждая из которых выполняется на определенном приборе определенное время. Обычно предполагается, что каждый прибор одновременно может обслуживать не более одного требования. Процесс функционирования системы может быть описан путем задания расписания как набора указаний, однозначно определяющих, какие именно требования какими именно приборами должны обслуживаться в каждый момент времени.

Если существует несколько допустимых расписаний, необходимо выбрать лучше из них, что приводит к сложной и многоплановой задаче оценки расписания [10]. В классической теории расписания за критерий качества берется время завершения выполнения всех требований или время завершения последнего требования (очевидно, что это одна и та же величина).

Задачи календарного планирования для многостадийных систем включают в себя несколько классов, в данной работе рассматриваются системы «job-shop», они наиболее близки к реальным ситуациям, когда маршруты требований строго заданы, но отличаются для разных требований и могут содержать повторения приборов.

Задача КП в такой постановке относится к классу NP-полных при количестве приборов больше двух [10]. Решение задачи с двумя приборами за полиномиальное время предложены С. Джонсоном и Р. Беллманом [10]. Как показано в [16], сложность алгоритма полного перебора для задачи с n требованиями и m приборами, если каждое требование содержит m этапов в различных последовательностях, составляет $O((n!)^m)$.

2. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ КАЛЕНДАРНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ

Методы решения задач КП, как и других задач класса NP, можно разделить на два класса: точные и приближенные (эвристические) методы.

Точные методы позволяют получать гарантированно оптимальные решения, но только для задач относительно малой размерности из-за экспоненциального роста количества операций, необходимых для получения решения. К этим методам относятся метод полного перебора, методы направленного перебора, динамическое программирование, методы линейного программирования.

Эвристические методы основаны либо на некоторых свойствах задач КП (жадные эвристики, назначение приоритетов), либо на использовании для решения задач оптимизации стохастических методов, среди которых есть как простые по реализации методы случайного поиска, так и сложные эвристические и метаэвристические методы, основанные на некоторых природных механизмах и законах [2] (эволюционные алгоритмы, роевые алгоритмы, алгоритм имитации отжига и другие). Детерминированные эвристические (жадные) методы позволяют получать решения очень быстро, так как все они формируют лишь один вариант решения задачи на основе некоторых правил, но полученное таким образом решение может оказаться как наилучшим, так далекоим от наилучшего в зависимости от экземпляра задачи. Примеры получения неэффективных решений такими методами приводятся в [9], в том числе для задач КП.

Стохастические методы позволяют находить достаточно близкие к оптимальным решения за приемлемое время. Для каждой алгоритмической реализации таких методов и для каждого типа задач оптимизации эффективность, быстродействие, сходимость, влияние условий задачи и параметров алгоритма требуют отдельного исследования.

3. НАПРАВЛЕННЫЙ ПЕРЕБОР, МЕТОД ВЕТВЕЙ И ГРАНИЦ

Во многих работах предлагается рассматривать задачи КП как задачи целочисленного линейного и нелинейного программирования, а также теории игр [10]. Но «размерность возникающих при этом задач настолько велика, что получить точное решение за приемлемое время весьма затруднительно» [10]. Применение метода ветвей и границ или других методов направленного перебора в задачах КП ограничено по нескольким причинам:

- задачи на практике имеют высокие размерности, что приводит к неприемлемо долгой работе алгоритмов на основе метода ветвей и границ;
- эффективно оценить по частично составленному плану значение целевой функции (ЦФ) полученного из него наилучшего полного плана сложно из-за особенностей задачи КП, поскольку даже вычисление ЦФ по имеющемуся плану является нетривиальной задачей [10];
- поскольку количество возможных решений задачи КП очень велико, дерево ветвлений потребует экспоненциального от размерности задачи объема памяти.

Таким образом, использование методов линейного программирования для решения задач КП целесообразно применять только для задач малой размерности для случая использования не более двух, в некоторых случаях трех переборов или для задач КП с одинаковыми последовательностями используемых приборов для всех требований.

4. ПОИСК С ЗАПРЕТАМИ

Алгоритм поиска с запретами предложен Ф. Гловером в 1989 году [15]. Ф. Гловер предложил новую схему локального поиска, позволяющую перемещаться между локальными экстремумами в поиске глобального, избегая сходимости алгоритма к неэффективному локальному экстремуму [16]. Для этого используется список запретов, который запрещает посещать алгоритму части окрестностей текущего решения. Список запретов учитывает особенности задачи и, как правило, запрещает использование тех частей решения, которые менялись на последних шагах алгоритма.

Метод успешно применяется для решения различных NP-трудных задач, в том числе и для задач КП [18]. Алгоритм использует управляющие параметры, от которых зависит формирование списка запретов и окрестностей. Выбор

их значений зависит от размерности задачи и мощности окрестности, поэтому для получения наилучших результатов алгоритм необходимо адаптировать к задачам оптимизации, что требует больших затрат времени на проведение исследований.

5. ИМИТАЦИЯ ОТЖИГА

Алгоритм возник в середине 1980-х годов, основатели: Скотт Киркпатрик, Даниель Желатт, Марио Вечи и Владо Церни. Алгоритм основан на аналогии с процессом кристаллизации вещества [9]. Кристаллическую решетку можно представить как систему частиц, а ее энергетическое состояние – как совокупность состояний частиц. Частицы переходят из одного энергетического состояния в другое произвольным образом, но вероятность переходов зависит от температуры системы.

Известно множество модификаций метода имитации отжига, что приводит к необходимости длительной и трудоемкой настройки алгоритма под решаемую задачу и является недостатком алгоритма [9]. Вышесказанное справедливо и для применения метода имитации отжига для решения задач КП.

6. ЖАДНЫЕ АЛГОРИТМЫ

Жадные алгоритмы основаны на идее локально оптимальных выборов на каждом шаге. Принцип жадного выбора может дать оптимальное решение, если последовательность таких выборов дает глобально оптимальное решение. То есть на каждом шаге алгоритм делаем выбор такого варианта, который кажется наилучшим на данном шаге. Выбор, сделанный в жадном алгоритме, может зависеть от сделанных ранее выборов, но он никак не зависит от выборов на последующих шагах или от решений последующих подзадач, в отличие от метода динамического программирования.

Для задач КП реализация жадного алгоритма может быть, например, такой: «выбирать на каждом шаге этап, выполнение которого завершится как можно раньше». Существуют более сложные жадные эвристические алгоритмы, основанные на назначении приоритетов в зависимости от многих факторов, а также на использовании нескольких эвристических правил для совершения выбора на каждом шаге [8].

Однако даже сложные эвристические правила могут быть эффективными только в сочетании с другими, более мощными оптимизационными алгорит-

мами [8]. Во многих задачах оптимизации эффективность жадных алгоритмов очень сильно зависит от условий конкретной задачи [9], для задач КП жадные алгоритмы могут быть применены только для наиболее простых частных случаев, которые редко возникают на практике, либо в сочетании с другими оптимизационными алгоритмами.

7. ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ

Впервые компьютерным моделированием эволюционного отбора занялся Нильс Баричелли в 1954 году. Признание генетического алгоритма (ГА) как метода решения оптимизационных задач произошло в 1960–1970-е гг. в результате работ Инго Рехенберга и Джона Голланда.

Основной идеей ГА является борьба за существование между решениями задачи. Каждое решение записывается в виде некоторого вектора значений (аллелей), который называется хромосомой или особью. Совокупность решений называют популяцией. Каждая особь в популяции оценивается значением целевой функции, рассчитанной на основе значений из хромосомы. Более перспективные решения проходят в следующую стадию и оказывают влияние на «потомство», т. е. на вновь генерируемые решения.

Генетический алгоритм часто применяется и в задачах КП [1, 7, 8, 12, 13]. Достоинством алгоритма является простота реализации, недостатками – низкая эффективность на задачах со сложной структурой и большой размерностью, большое количество вычислений ЦФ для низкоэффективных решений, слабая обоснованность эффективности аналогии с биологическими процессами эволюции, длительное время работы, поскольку «операции пересечения и мутации обычно не используют структуры данных, специфичных для данной задачи, вследствие чего большинство переходов дает низкокачественные решения и процесс поиска наилучшего решения протекает медленно» [9]. Кроме того, сложно эффективно представить в структуре хромосомы данные, по которым можно однозначно построить расписание [8]. Все это приводит к тому, что для решения задач КП ГА часто используют в сочетании с другими алгоритмами. Например, ГА используется для формирования схемы выбора эвристических правил на каждом шаге [7, 8].

8. АЛГОРИТМЫ РОЕВОГО ИНТЕЛЛЕКТА

Термин «роевой интеллект» (swarm Intelligence) был введен Херардо Бени и Ван Цзином в 1989 г. [11]. Рой можно определить как децентрализованную систему, состоящую из множества простых однообразных элементов, косвенно взаимодействующих друг с другом и с окружающей средой для достижения предопределенной цели [11]. Примерами таких систем могут служить колония муравьев, рой пчел, косяк рыб, стая птиц. Концепция роевого интеллекта построена на аддитивном, синергическом эффекте, который проявляется при объединении агентов в систему. Важной отличительной особенностью алгоритмов роевого интеллекта является децентрализация и косвенный обмен информацией между агентами [6].

Эффективность указанных алгоритмов косвенно подтверждается их широким применением во многих сферах. Эти алгоритмы просты в реализации, позволяют быстро получать квазиоптимальные решения и позволяют учитывать особенности пространства решений более эффективно, чем генетический алгоритм.

Достоинствами алгоритмов роевого интеллекта являются:

- простота реализации и масштабируемости;
- гибкость алгоритмов и возможность применять алгоритмы в задачах независимо от их структуры;
- эффективность и надежность вследствие системных эффектов при взаимодействии простых агентов;
- эффективная адаптация алгоритмов к изменениям в условиях задачи;
- для многих алгоритмов роевого интеллекта установлена асимптотическая сходимость наилучшего найденного решения к глобальному оптимуму [10].

Наибольшей трудностью при работе с алгоритмами роевого интеллекта является их настройка, так как хотя получение хороших решений возможно очень быстро, но для получения очень близких к оптимальным результатов на задачах высокой размерности необходимо проводить тщательную настройку алгоритмов [2, 4, 5, 12, 53, 17].

9. АДАПТАЦИЯ АЛГОРИТМОВ

Проведенное исследование показывает, что для методов, позволяющих решать наиболее эффективно задачи календарного планирования, необходима настройка, учитывающая особенности задач. Для выполнения такой настройки можно использовать различные метаэвристические способы адаптации [2, 4, 17]. Для задач автоматического оперативного планирования, которые требуют

получения решения в реальном времени наискорейшим образом, использование адаптивных алгоритмов может быть затруднено из-за высоких затрат времени на расчеты.

В задачах производственного планирования на длительные и средние сроки разработанные алгоритмы целесообразно применять, поскольку в этих задачах время, сэкономленное на планировании, обычно намного меньше потерь времени от неэффективных планов. Но даже и для задач оперативного планирования необходимо использовать машинное обучение, чтобы опыт решения предыдущих задач помогал эффективнее решать новые, поскольку для одного объекта управления можно ожидать достаточно близкие по условиям задачи, чтобы параметры алгоритмов, настроенные по предыдущим задачам, дали хорошие результаты на новых задачах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показана актуальность календарного планирования, содержательная постановка задачи *job-shop*, дано обоснование сложности задачи. Проведен обзор наиболее распространенных методов решения задач оптимизации и проанализирована целесообразность их применения для решения задач календарного планирования. Показаны ограничения на использование точных методов и неэффективность жадных эвристических методов. Более эффективными являются алгоритмы, в которых, во-первых, задача КП решается многократно и окончательное решение формируется постепенно с использованием опыта предыдущих решений; во-вторых, применяется рандомизация и подходы на основе механизмов, используемых природой. К таким алгоритмам относятся имитация отжига, поиск с запретами, эволюционные алгоритмы и алгоритмы роевого интеллекта. Указанные алгоритмы требуют настройки параметров, поэтому для получения наилучших результатов в задачах календарного планирования необходимо использовать адаптацию алгоритмов к условиям задач, иными словами, применять механизмы метаоптимизации и машинного обучения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Батищев Д.И., Власов С.Е., Булгаков И.В. Решение задачи «слепого» упорядочивания с помощью генетических алгоритмов // Труды конференции по генетическим алгоритмам. – М., 1996. – С. 32–35.
2. Карпенко А.П. Популяционные алгоритмы глобальной поисковой опти-

мизации. Обзор новых и малоизвестных алгоритмов. – М.: Новые технологии, 2012. – 32 с. – (Приложение к журналу «Информационные технологии»; № 7).

3. Кочетов Ю.А. Вероятностные методы локального поиска для задач дискретной оптимизации // Дискретная математика и ее приложения: сборник лекций молодежных и научных школ по дискретной математике и ее приложениям. – М.: Издательство центра прикладных исследований при механико-математическом факультете МГУ, 2000. – С. 87–117.

4. Матренин П.В., Секаев В.Г. Оптимизация адаптивного алгоритма муравьиной колонии на примере задачи календарного планирования // Программная инженерия. – 2013. – № 4. – С. 34–40.

5. Матренин П.В. Разработка и исследование адаптивных методов роевого интеллекта в задачах календарного планирования // Автоматика и программная инженерия. – 2013. – № 1 (3). – С. 109–114.

6. Матренин П.В., Секаев В.Г. Системное описание алгоритмов роевого интеллекта // Программная инженерия. – 2013. – № 12. – С. 39–45.

7. Норенков И.П. Эвристики и их комбинации в генетических методах дискретной оптимизации // Информационные технологии. – 1999. – № 1. – С. 2–7.

8. Секаев В.Г. Использование алгоритмов комбинирования эвристик при построении оптимальных расписаний // Информационные технологии. – 2009. – № 10. – С. 61–64.

9. Скиена С. Алгоритмы. Руководство по разработке: пер. с англ. – 2-е изд. – СПб.: БХВ-Петербург, 2013. – 720 с.

10. Танаев В.С., Сотсков Ю.Н., Струсович В.А. Теория расписаний. Многостадийные системы. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1989. – 328 с.

11. Beni G., Wang J. Swarm intelligence in cellular robotic systems // Robots and biological systems: towards a new bionics? – Berlin; Heidelberg: Springer 1993. – P. 703–712. – (NATO ASI Series. Series F: Computer and Systems Sciences; vol. 102, pt. 7).

12. Bierwirth C. A generalized permutation approach to job shop scheduling with genetic algorithms / University of Bremen, Department of Economics. – Bremen, Germany, 1995. – 11 p. – URL: http://neuro.bstu.by/ai/To-dom/My_research/Papers-0/For-courses/Job-SSP/bierwirth95generalized.pdf (accessed 20.12.2014).

13. Brucker P., Knust S. Complex scheduling. – Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. – 284 p.

14. *Dorigo M.* The ant system: optimization by a colony of cooperating agents // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. Pt. B. – 1996. – Vol. 26, N 1. – P. 29–41.
15. *Glover F., Laguna M.* Tabu search. Vol. 22. – Boston: Kluwer academic publishers, 1997. – 408 p.
16. Exponentially better than brute force: solving the job-shop scheduling problem optimally by dynamic programming / J.A.S. Gromicho, J.J. van Hoorn, F. Saldanha-da-Gama, G.T. Timmer / Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. – Lisboa, 2009. – 14 p. – URL: <https://www.fc.ul.pt/sites/default/files/fcul/unidinvestig/cio/Working%20Papers%202009/12.2009.pdf> (accessed 20.12.2014).
17. *Pedersen M.E.H., Chipperfield A.J.* Simplifying particle swarm optimization // Applied Soft Computing. – 2010. – Vol. 10, iss. 2. – P. 618–628.
18. *Pezzella F., Merelli E.* A tabu search method guided by shifting bottleneck for the job shop scheduling problem // European Journal of Operational Research. – 2000. – Vol. 120. – P. 297–310.

Матренин Павел Викторович – аспирант кафедры автоматизированных систем управления Новосибирского государственного технического университета. Основные направления научных исследований: искусственный интеллект, методы оптимизации, системный анализ и управление. Имеет более 20 публикаций, одно учебное пособие. E-mail: pavel.matrenin@gmail.com

Review of optimization methods for combinatorial job-shop scheduling problem^{*}

P.V. Matrenin

Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marks prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, postgraduate student of department of automated control systems of the Novosibirsk State Technical University. E-mail: pavel.matrenin@gmail.com

This article describes the importance of scheduling, provides a formal statement of the combinatorial job-shop scheduling problem, and shows the complexity of the problem. A review of the most common methods of exact and approximate methods was given. For each method examples was listed and the methods was analysis applied to the job-shop scheduling problems, strengths and weaknesses of the methods were identified. Brute force method theoretically allows to find the exact solution, but is not used, as it is time-consuming. Direct enumeration methods such as brand and bound, are applicable only for some particular cases. Are more efficient algorithms that,

^{*} Received 11 June 2014.

firstly, the problem is solved repeatedly and gradually formed the final decision based on the experience of previous decisions, and secondly, using randomization and approaches based on the mechanisms used by nature. These algorithms include Simulated Annealing, Tabu Search, Evolutionary algorithms and Swarm Intelligence algorithms. These algorithms require the parameters settings, so for the best performance the algorithms should be tuned to adapt to the conditions of the problem, in other words, to apply mechanisms meta-optimization and machine learning.

Keywords: planning, scheduling, optimization methods, evolutionary optimization, swarm intelligence, simulated annealing, heuristics, meta-optimization

REFERENCES

1. Batishev D.I., Vlasov S.Y., Bulgakov I.V. «Blind» regulation of problem solving using genetic algorithms. Proceedings of the First International Conference on Evolutionary Computation and Its Applications (EvCA'96). Moscow, Russia, Russian Academy of Sciences, 1996, pp. 143–155
2. Karpenko A.P. *Populyatsionnye algoritmy global'noi poiskovoi optimizatsii. Obzor novykh i maloizvestnykh algoritmov. Prilozhenie k zhurnalu "Informatsionnye tekhnologii"*, no. 7 [Population algorithms for global continuous optimization. Review of new and little-known algorithms. Supplement to the "Information Technology", no. 7]. Moscow, Noveye tekhnologii Publ., 2012. 32 p.
3. Kochetov Yu.A. [Probabilistic methods of local search for discrete optimization problems]. *Diskretnaya matematika i ee prilozheniya. Sbornik lektsii molodezhnykh i nauchnykh shkol po diskretnoi matematike i ee prilozheniyam* [Discrete mathematics and its applications. A collection of lectures for youth and scientific schools in discrete mathematics and its applications]. Moscow, Publisher Center for Applied Research at the Mechanics and Mathematics Faculty of Moscow State University, 2000, pp. 87–117.
4. Matrenin P.V., Sekaev V.G. Optimizatsiya adaptivnogo algoritma murav'inoi kolonii na primere zadachi kalendarного planirovaniya [Optimizing adaptive ant colony algorithm on the example of scheduling problem]. *Programmnaya inzheneriya – Software Engineering*, 2013, no. 4, pp. 34–40.
5. Matrenin P.V. Razrabotka i issledovanie adaptivnykh metodov roevogo intellekta v zadachakh kalendarного planirovaniya [Development and research of adaptive methods Swarm intelligence in the scheduling problem]. *Avtomatika i programmnaya inzheneriya – Automation and Software Engineering*, 2013, no. 1 (3), pp. 109–114.
6. Matrenin P.V., Sekaev V.G. Sistemnoe opisanie algoritmov roevogo intellekta [System approach to swarm intelligence]. *Programmnaya inzheneriya – Software Engineering*, 2013, no. 12, pp. 39–45.
7. Norenkov I.P. Evristiki i ikh kombinatsii v geneticheskikh metodakh disk-

retnoi optimizatsii [Heuristics, and combinations thereof in genetic methods of discrete optimization]. *Informacionnye tehnologii – Information technologies*, 1999, no. 1, pp. 2–7.

8. Sekaev V.G. Ispol'zovanie algoritmov kombinirovaniya evristik pri postroenii optimal'nykh raspisanii [Use of algorithms of a heuristics combination at construction of optimum schedules]. *Informacionnye tehnologii – Information technologies*, 2009, no. 10, pp. 61–64.

9. Skiena S.S. *The algorithm design manual*. Second ed. London, Springer+Business Media, 2008. 730 p. (Russ. ed.: Skiena S. *Algoritmy. Rukovodstvo po razrabotke*. 2-e izd. St. Petersburg, BHV-Peterburg, 2013. 720 p.).

10. Tanaev V.S., Sotskov Yu.N., Strusevich V.A. *Teoriya raspisanii. Mnogostadii nye sistemy* [Scheduling theory. Multi-stage system]. Moscow, Nauka, Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoi literatury, 1989. 328 p.

11. Beni G. Wang J. Swarm intelligence in cellular robotic systems. *Robots and Biological Systems: towards a new bionics? NATO ASI Series. Series F: Computer and Systems Sciences*. Berlin, Heidelberg, Springer, 1993, vol. 102, pt. 7, pp. 703–712.

12. Bierwirth C. A generalized permutation approach to job shop scheduling with genetic algorithms. University of Bremen, Department of Economics, 1995. 11 p. Available at: http://neuro.bstu.by/ai/To-dom/My_research/Papers-0/For-courses/Job-SSP/bierwirth95generalized.pdf (accessed 20.12.2014)

13. Brucker P., Knust S. *Complex scheduling*. Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 2006. 284 p.

14. Dorigo M. The ant system: optimization by a colony of cooperating agents. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*. Pt. B, 1996, vol. 26, no. 1, pp. 29–41.

15. Glover F., Laguna M. *Tabu search*. Vol. 22. Boston, Kluwer academic publishers, 1997. 408 p.

16. Gromicho J.A.S., Hoorn J.J. van, Saldanha-da-Gama F., Timmer G.T. Exponentially better than brute force: solving the job-shop scheduling problem optimally by dynamic programming. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, December, 2009. 14 p. Available at: <https://www.fc.ul.pt/sites/default/files/fcul/unidinvestig/cio/Working%20Papers%202009/12.2009.pdf> (accessed 20.12.2014)

17. Pedersen M.E.H., Chipperfield A.J. Simplifying particle swarm optimization. *Applied Soft Computing*, 2009, vol. 10, iss. 2, pp. 618–628.

18. Pezzella F. Merelli E. A tabu search method guided by shifting bottleneck for the job shop scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 2000, vol. 120, pp. 297–310.