

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ

УДК 519.24

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЛЬТРА КАЛМАНА С ОБНОВЛЕННОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ В СРЕДЕ SIMULINK*

А.А. ВОЕВОДА¹, Г.В. ТРОШИНА²

¹ 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, доктор технических наук, профессор кафедры автоматики. E-mail: ucit@ucit.ru

² 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, кандидат технических наук, доцент кафедры вычислительной техники. E-mail: troshina@dean.cs.nstu.ru

В случае идентификации динамических систем при наличии шумов динамики и измерителя приходится опираться на некоторые алгоритмы оценивания состояния и параметров. Теория фильтрации, разработанная Винером и Колмогоровым, позволяет выделять полезный сигнал при наличии шумов, но в этом случае требуется искать решение интегрального уравнения Винера–Хопфа. В реальных задачах использование численных методов при решении уравнения Винера–Хопфа представляет собой весьма сложную и трудоемкую процедуру. Калман и Бьюси предложили решать задачи фильтрации рекуррентными методами. Фильтр Калмана позволяет получить несмещенную оценку состояния динамической системы с минимальной дисперсией. Работу фильтра Калмана можно представить с помощью замкнутой системы управления, что приводит к его широкому использованию при решении практических задач. Оценивание состояния объекта с использованием фильтрации по Калману требует точной информации о динамических уравнениях объекта и статистиках случайных процессов. Однако в большинстве случаев точная информация об объекте не доступна, при этом, как правило, приходится иметь дело с оценками параметров динамической системы. Во многих реализациях фильтра Калмана при большой выборке данных наибольшее значение имеют прошлые измерения по сравнению с текущими данными. Такая ситуация может привести к ошибкам при оценивании состояния динамической системы. В данной работе описываются этапы реализации фильтра Калмана при помощи блок-диаграмм в графической среде имитационного моделирования Simulink.

Ключевые слова: идентификация, оценивание состояния, динамическая система, фильтр Калмана, обновленная последовательность, установившийся режим, непрерывная фильтрация, дискретная фильтрация

DOI: 10.17212/2307-6879-2015-2-7-17

* Статья получена 22 января 2015 г.

ВВЕДЕНИЕ

Модели состояния в виде систем разностных или дифференциальных уравнений первого порядка используются при моделировании различных технических, экономических или биологических систем. В работах [1–10] представлены методы оценивания состояния, используемые в задачах идентификации динамических систем. В предположении, что сигналы имеют гауссовский характер, процедуру оценивания состояния динамического объекта можно описать следующим образом:

- на основе априорной информации устанавливается начальное состояние системы;
- формируются уравнения динамики для описания изменений переменных состояния;
- формируются уравнения, связывающие результаты наблюдения (или измерения) с переменными состояния;
- применяются алгоритмы фильтрации.

1. НЕПРЕРЫВНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ

Пусть линейная стационарная динамическая система описывается в виде уравнений [9–15]

$$\dot{x}(t) = Fx(t) + Gw(t), \quad z(t) = Hx(t) + v(t),$$

где $x(t)$ – вектор состояния с нулевым математическим ожиданием и неотрицательно определенной ковариационной матрицей P в начальный момент времени; $w(t)$ – белый гауссовский шум с нулевым средним и неотрицательно определенной ковариационной матрицей Q ; F , G – матрицы состояния и возмущения соответственно; H – матрица наблюдения; $z(t)$ – вектор наблюдения; $v(t)$ – белый гауссовский шум с нулевым средним и положительно определенной ковариационной матрицей R . Далее в аргументах t указывать не будем.

Фильтр Калмана при точно известных параметрах объекта F , G , H (рис. 1) имеет вид

$$\dot{\hat{x}} = F\hat{x} + K(z - H\hat{x}), \quad (1)$$

где матрица K определяется из уравнения

$$K = PH^T R^{-1}, \quad (2)$$

а матрица P есть решение дифференциального уравнения

$$\dot{P} = FP + PF^T - PH^T R^{-1} HP + GQG^T. \quad (3)$$

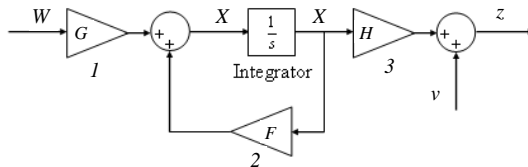


Рис. 1. Структурная схема модели наблюдаемого процесса

В работах [9–15] рассматривается установившейся режим, который имеет важное значение для инженерной практики. Нестационарность фильтра Калмана играет роль только при пуске системы, и для реальных задач этим часто можно пренебречь.

Для того чтобы оценка вектора состояния \hat{x} была «как можно ближе» в среднеквадратичном к вектору x , необходимо построить фильтр (1)–(3) (рис. 2).

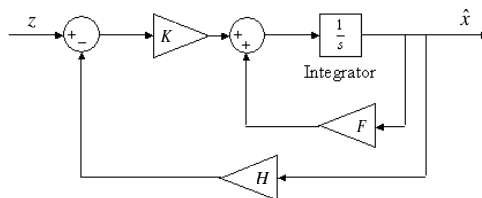


Рис. 2. Структурная схема устройства оценивания состояния

2. ДИСКРЕТНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ

В данной работе рассматривается линейный динамический объект, который в общем виде можно записать следующим образом [9–15]:

$$x_{k+1} = \Phi x_k + \Psi u_k + \Gamma w_k, \quad y_{k+1} = Hx_{k+1} + v_{k+1}, \quad (4)$$

где x_{k+1} – вектор состояния; u_k – вектор управляющих воздействий; w_k – белая гауссовская последовательность с нулевым средним и неотрицательно

определенной матрицей ковариации Q ; Φ, Ψ, Γ – матрицы состояния, управления и возмущения соответственно; H – матрица наблюдения; y_{k+1} – вектор наблюдения; v_{k+1} – белая гауссовская последовательность с нулевым средним и положительно определенной матрицей ковариации R .

Параметры системы (1) в дискретном случае имеют вид:

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.3 \\ -0.3 & 0.3 \end{pmatrix}; \quad \Psi = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \Gamma = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad H = (1 \ 0).$$

Характеристики случайных воздействий: $Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{pmatrix}$; $R = 0$. Предполагается, что система устойчива, полностью управляема и наблюдаема.

Для системы (4) фильтр Калмана с обновленной последовательностью имеет вид [9–15]:

$$\hat{x}_{k+1,k} = \Phi \hat{x}_{k,k} + \Psi u_k, \quad \hat{x}_0 = \bar{x}_0, \quad \hat{y}_{k+1} = H \hat{x}_{k+1,k}, \quad (5)$$

$$\Sigma_{k+1} = \left(H P_{k+1,k} H^T + R \right)^{1/2}, \quad (6)$$

$$K_{k+1} = P_{k+1,k} H^T \Sigma_{k+1}^{-1}, \quad (7)$$

$$P_{k+1,k} = \Phi P_{k,k} \Phi^T + \Gamma Q \Gamma^T, \quad (8)$$

$$v_{k+1} = \Sigma_{k+1}^{-1} (y_{k+1} - \hat{y}_{k+1,k}), \quad (9)$$

$$\hat{x}_{k+1,k+1} = \hat{x}_{k+1,k} + K_{k+1} v_{k+1}, \quad (10)$$

$$P_{k+1,k+1} = \left(I - K_{k+1} \sum_{k+1}^{-1} H \right)_{k+1,k}. \quad (11)$$

Особенности построения фильтра Калмана подробно описаны в работах [10–18]. Отметим, что значения матрицы $P_{k,k}$ и матрицы K довольно быстро устанавливаются с ростом числа измерений.

3. РЕАЛИЗАЦИЯ ФИЛЬТРА КАЛМАНА В СРЕДЕ SIMULINK

Simulink является одним из самых важных пакетов расширения системы MATLAB, который позволяет осуществлять имитационное блочное моделирование систем и устройств различного назначения. Как правило, цель моделирования состоит в изучении реакции устройства на воздействия некоторой физической природы. Для моделирования таких ситуаций пакет Simulink обладает широким набором сигналов и средств для редактирования их параметров.

На рис. 3 показан фильтр Калмана в общем виде. На рис. 4–6 представлены отдельные этапы формирования фильтра Калмана в среде Simulink.

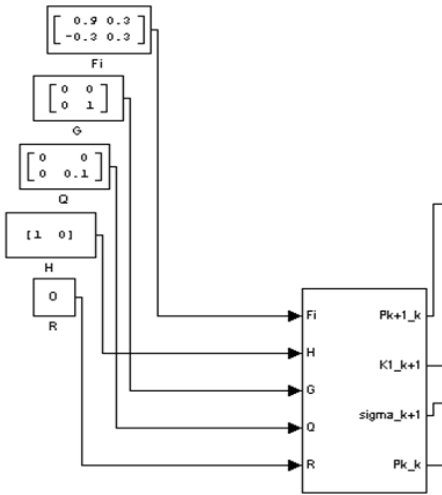


Рис. 3. Моделирование фильтра Калмана в общем виде

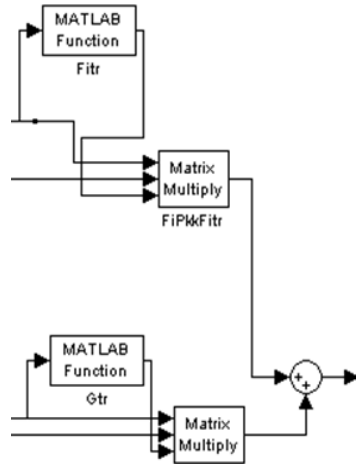


Рис. 4. Этап формирования фильтра Калмана (уравнение (8))

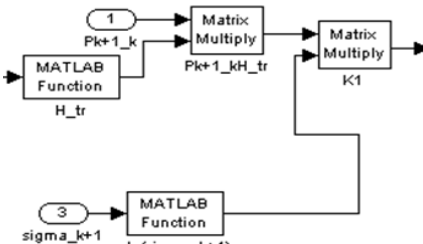


Рис. 5. Матрица усиления фильтра Калмана (уравнение (7))

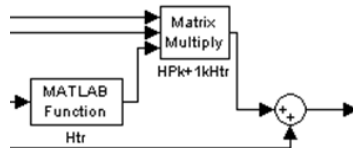


Рис. 6. Этап формирования фильтра Калмана (уравнение (6))

Так как точные значения параметров объекта неизвестны, то в фильтре Калмана используются оценки этих параметров. Это, в свою очередь, приводит к погрешностям в оценках вектора состояния. Если рассматривать установившийся режим для стационарных устойчивых систем, то некоторые дифференциальные уравнения (разностные) упрощаются и превращаются в алгебраические. Для этого необходимо отбросить начальные участки переходных процессов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе представлены этапы построения фильтра Калмана в графической среде имитационного моделирования Simulink. Особое внимание обращено на использование установившегося режима при построении уравнений фильтрации по Калману. В работах [19–20] показано применение фильтра Калмана при решении задачи активной идентификации системы управления перевернутым маятником.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Острем К.* Введение в стохастическую теорию управления: пер. с англ. – М.: Мир, 1973. – 320 с.
2. *Льюнг Л.* Идентификация систем. Теория для пользователя: пер. с англ. / под ред. Я.З. Цыпкина. – М.: Наука, 1991. – 432 с.
3. *Эйкхофф П.* Основы идентификации систем управления: пер. с англ. – М.: Мир, 1975. – 683 с.
4. *Медич Дж.* Статистически оптимальные линейные оценки и управление: пер. с англ. – М.: Энергия, 1973. – 440 с.
5. *Сейдж Э.П., Мелса Дж.* Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. Вып. 6: пер. с англ. – М.: Связь, 1976. – 495 с.
6. *Mehra R.K.* Optimal input signal for parameter estimation in dynamic system – survey and new results // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1974. – Vol. 19, iss. 6. – P. 753–768. – doi: 10.1109/TAC.1974.1100701.
7. *Mehra R.K.* On the identification of variances and adaptive Kalman filtering // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1970. – Vol. 15, iss. 2. – P. 175–184. – doi: 10.1109/TAC.1970.1099422.
8. *Воевода А.А., Трошина Г.В.* Оценивание параметров моделей динамики и наблюдения для линейных стационарных дискретных систем с использованием информационной матрицы Фишера // Научный вестник НГТУ. – 2006. – № 3 (24). – С. 199–200.

9. Трошина Г.В. Активная идентификация линейных динамических дискретных стационарных объектов во временной области: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01 / Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск, 2007. – 171 с.

10. Трошина Г.В. Вычислительные аспекты задачи восстановления вектора состояния для модели с неточно заданными параметрами // Сборник научных трудов НГТУ. – 2008. – № 3 (53). – С. 25–34.

11. Воевода А.А., Трошина Г.В. Вычисление информационной матрицы Фишера для линейных стационарных дискретных систем с неизвестными параметрами в моделях динамики и наблюдения // Сборник научных трудов НГТУ. – 2006. – № 2 (44). – С. 29–34.

12. Трошина Г.В. D-оптимальный план эксперимента в задачах активной идентификации по данным установившегося режима для линейных стационарных дискретных систем // Наука. Промышленность. Оборона: труды VII Всероссийской научно-технической конференции, 19–21 апреля 2006 г. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2006. – С. 445–449.

13. Трошина Г.В. О методах оценивания вектора состояния в задачах идентификации // Сборник научных трудов НГТУ. – 2012. – № 1 (67). – С. 69–78.

14. Voevoda A.A., Troshina G.V. Active identification of liner stationary dynamic objects on base of the Fisher information matrix: the steady state // Труды XII международной конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения», АПЭП–2014, Новосибирск, 2–4 октября, 2014 г.: в 7 т. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2014. – Т. 1. – С. 745–748. – doi: 10.1109/APPE.2014.7040785.

15. Воевода А.А., Трошина Г.В. О некоторых методах фильтрации в задаче идентификации // Сборник научных трудов НГТУ. – 2014. – № 2 (76). – С. 16–25.

16. Трошина Г.В. Об использовании фильтра Калмана при идентификации динамических систем // Сборник научных трудов НГТУ. – 2014. – № 3 (77). – С. 37–52.

17. Трошина Г.В. Об активной идентификации динамических объектов // Сборник научных трудов НГТУ. – 2014. – № 4 (78). – С. 41–52. – doi: 10.17212/2307-6879-2014-4-41-52.

18. Воевода А.А., Трошина Г.В. Об оценке вектора состояния и вектора параметров в задаче идентификации // Сборник научных трудов НГТУ. – 2014. – № 4 (78). – С. 53–68. – doi: 10.17212/2307-6879-2014-4-53-68.

19. Трошина Г.В., Воевода А.А. Оценка параметров объекта с использованием информационной матрицы Фишера на примере системы управления перевернутым маятником // XI Международная IEEE Сибирская конференция

по управлению и связи SIBCON–2015, Омск, Омский государственный технический университет, 21–23 мая 2015 г.: труды. – Омск: IEEE, 2015. – С. 1–4.

20. *Трошина Г.В., Воевода А.А.* Активная идентификация системы управления перевернутым маятником // XVIII международная конференция по мягким вычислениям и измерениям (SCM'2015) = 18 International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM'2015), Санкт-Петербург, 19–21 мая 2015 г.: сборник докладов. – Санкт-Петербург: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2015. – Т. 1. – С. 153–156. – ISBN 978-5-7629-1613-4.

Воевода Александр Александрович – доктор технических наук, профессор кафедры автоматики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – управление многоканальными объектами. Имеет более 200 публикаций. E-mail: ucit@ucit.ru

Трошина Галина Васильевна – кандидат технических наук, доцент кафедры вычислительной техники Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – идентификация динамических объектов. Имеет более 50 публикаций. E-mail: troshina@dean.cs.nstu.ru

The modelling of the Kalman filter with the updated sequence in Simulink environment*

A.A. Voevoda¹, G.V. Troshina²

¹*Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, D. Sc. (Eng.), professor. E-mail: ucit@ucit.ru*

²*Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, Ph. D. (Eng.), associate professor. E-mail: troshina@dean.cs.nstu.ru*

The some algorithms of the state estimation and the parameters estimation are the cornerstone of the dynamic systems identification in the presence of the dynamics noises and the measurement noises. The filtration theory developed by Winer and Kolmogorov allows to allocate a useful signal in the presence of noise, but in this case it is required to solve the integrated equation of Winer-Hopfa. The numerical methods using for the solution of the Winer-Hopfa equation represents very difficult and labor-consuming procedure in real tasks. Kallman and Byyusi suggested to solve the filtration problems by recurrent methods. The Kalman filter allows to receive the unbiased estimation with the minimum dispersion for the dynamic system state. The Kalman filter operation can be presented by means of the closed control system that

*Received 22 January 2015.

leads to his wide use at the solution of practical tasks. The object state estimation with use of the Kalman filtration demands the exact information about the object dynamic equations and the statistics of stochastic processes. However in most cases exact information about object isn't available, thus, as a rule, to have to deal with the estimates of dynamic system parameters. In many realization of the Kalman filter at big selection of data the last measurements in comparison with the current data have the greatest value. The such situation can lead to mistakes at estimation of a dynamic system state. In this work the stages of the Kalman filter realization by means of block charts in the graphic environment of the Simulink simulation modeling are described.

Keywords: identification, state estimation, dynamic system, Kalman filter, innovation sequence, steady state, continuous filtration, discrete filtration

DOI: 10.17212/2307-6879-2015-2-7-17

REFERENCES

1. Åström K.J. *Introduction to stochastic control theory*. New York, London, Academic Press, 1970. 298 p. (Russ. ed.: Ostrem K. *Vvedenie v stokhasticheskuyu teoriyu upravleniya*. Translated from English. Moscow, Mir Publ., 1973. 320 p.).
2. Ljung L. *System identification: theory for the user*. New Jersey, Prentice Hall, 1987. 384 p. (Russ. ed.: L'yung L. *Identifikatsiya sistem. Teoriya dlya pol'zovatelya*. Translated from English. Moscow, Nauka Publ., 1991. 432 p.).
3. Eykhoff P. *System identification: Parameter and state estimation*. London, John Wiley & Sons, 1974. 555 p. (Russ. ed.: Eikkhoff P. *Osnovy identifikatsii sistem upravleniya: otsenivanie parametrov i sostoyaniya*. Translated from English. Moscow, Mir Publ., 1975. 680 p.).
4. Meditch J.S. *Stochastic optimal linear estimation and control*. New York, McGraw-Hill, 1969. 384 p. (Russ. ed.: Medich Dzh. *Statisticheski optimal'nye otsenki i upravlenie*. Translated from English. Moscow, Energia Publ., 1973. 440 p.).
5. Sage A.P., Melse J.L. *Estimation theory with application to communication and control*. New York, McGraw-Hill, 1972 (Russ. ed.: Seidzh E.P., Melsa Dzh. *Teoriya otsenivaniya i ee primeneniye v svyazi i upravlenii*. Vyp. 6. Translated from English. Moscow, Svyaz' Publ., 1976. 495 p.).
6. Mehra R.K. Optimal input signal for parameter estimation in dynamic system – survey and new results. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, vol. 19, iss. 6, pp. 753–768. doi: 10.1109/TAC.1974.1100701
7. Mehra R.K. On the identification of variances and adaptive Kalman filtering. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1970, vol. 15, iss. 2, pp. 175–184. doi: 10.1109/TAC.1970.1099422
8. Voevoda A.A., Troshina G.V. Otsenivanie parametrov modelei dinamiki i nablyudeniya dlya lineinykh statsionarnykh diskretnykh sistem s ispol'zovaniem

informatсионnoi matritsy Fishera [Estimation of the parameters of the dynamics and observation models for linear time-invariant discretetime systems using the Fisher information matrix] *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2006, no. 3 (24), pp. 199–200.

9. Troshina G.V. *Aktivnaya identifikatsiya lineinykh dinamicheskikh diskretnykh statsionarnykh ob"ektov vo vremennoi oblasti*. Diss. kand. tekhn. nauk [Active identification of linear dynamic discrete stationary objects in a time domain. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2007. 171 p.

10. Troshina G.V. Vychislitel'nye aspekty zadachi vosstanovleniya vektora sostoyaniya dlya modeli s netochno zadannymi parametrami [Computing aspects of problem of the state vector recovering for models with inexact given parameters]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2008, no. 3 (53), pp. 25–34.

11. Voevoda A.A., Troshina G.V. Vychislenie informatсионnoi matritsy Fishera dlya lineinykh statsionarnykh diskretnykh sistem s neizvestnymi parametrami v modelyakh dinamiki i nablyudeniya [Fischer information matrix calculation for linear stationary discrete systems with unknown parameters in dynamics and supervision models]. *Sbornik nauchnykh trudov NGTU – Transaction of Scientific Papers of Novosibirsk State Technical University*, 2006, no. 2 (44), pp. 29–34.

12. Troshina G.V. [D-optimum design of experiment in active identification problems on base of steady state for single-line stationary discrete systems]. *Trudy VII Vserossijskoj nauchno-tehnicheskoy konferencii "Nauka. Promyshlennost'. Oborona"* [Proceedings of the 7th All-Russian scientific and technical conference "Science. Industry. Defence"], Novosibirsk, Russia, 19–21 April 2006, pp. 445–449. (In Russian)

13. Troshina G.V. O metodakh otsenivaniya vektora sostoyaniya v zadachakh identifikatsii [About state vector estimation methods in identification problems]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2012, no. 1 (67), pp. 69–78.

14. Voevoda A.A., Troshina G.V. [Active identification of liner stationary dynamic objects on base of the Fisher information matrix: the steady state] *Trudy II mezhdunarodnoi konferentsii "Aktual'nye problemy elektronnoy priborostroeniya"*, APEP–2014: v 7 t. [12th International Conference on Actual Problems of Electronic Instrument Engineering, APEIE–2014: Proceedings: in 7 vol.], Novosibirsk, Russia, 2–4 October 2014, vol. 1, pp. 745–748. doi: 10.1109/APEIE.2014.7040785

15. Voevoda A.A., Troshina G.V. O nekotorykh metodakh fil'tratsii v zadache identifikatsii [About some filtration methods in the identification problem]. *Sbornik*

nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university, 2014, no. 2 (76), pp. 16–25.

16. Troshina G.V. Ob ispol'zovanii fil'tra Kalmana pri identifikatsii dinamicheskikh sistem [About Kalman filter using for dynamic systems identification]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2014, no. 3 (77), pp. 37–52.

17. Troshina G.V. Ob aktivnoi identifikatsii dinamicheskikh ob"ektov [About active identification of dynamic objects]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2014, no. 4 (78), pp. 41–52. doi: 10.17212/2307-6879-2014-4-41-52

18. Voevoda A.A., Troshina G.V. Ob otsenke vektora sostoyaniya i vektora parametrov v zadache identifikatsii [About parameters vector estimation and state vector estimation in identification problem]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2014, no. 4 (78), pp. 53–68. doi: 10.17212/2307-6879-2014-4-53-68

19. Troshina G.V., Voevoda A.A. Parameters estimation with Fischer information matrix on the example of the control system of the inverted pendulum. *International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON-2015): proceedings*, Omsk, Russia, 21–23 May, 2015, pp. 1–4. doi: 10.1109/SIBCON.2015.7147243

20. Troshina G.V., Voevoda A.A. [Active identification of the inverted pendulum control system]. *18 mezhdunarodnaya konferentsiya po myagkim vychisleniyam i izmereniyam (SCM'2015): sbornik dokladov: v 2 t.* [18th International conference on soft computing and measurements, SCM'2015, 19–21 May 2015: Proceedings: in 2 vol.]. Sankt-Petersburg, 2015, vol. 1, pp. 153–156