

УДК 519.254

**АДАПТИВНАЯ ДЕМОДУЛЯЦИЯ ШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ  
В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОЙ ПОМЕХОВОЙ ОБСТАНОВКИ****Н.С. Хайло***Новосибирский государственный технический университет*

Предложен адаптивный асимптотически робастный инвариантный (ААРИ) алгоритм демодуляции сигналов с неизвестным энергетическим параметром в аддитивном шуме с неизвестным распределением. Алгоритм основан на использовании расширенной модели приближенно-финитных распределений ( $q$ -точечной модели). Адаптация достигается путем оценки неизвестных параметров  $q$ -точечной модели и последующей оптимизации алгоритма. В работе показано, что в случае распределений шума с тяжелыми хвостами ААРИ-алгоритм, основанный на расширенной  $q$ -точечной модели, обеспечивает значительный выигрыш в пороговом отношении сигнал/шум по сравнению с классическим алгоритмом, основанным на использовании согласованного коррелятора. В случае гауссовского шума и больших объемов выборки ААРИ-алгоритм практически не уступает классическому алгоритму.

*Ключевые слова:* адаптивная демодуляция сигналов, априорная неопределенность, случайная помеха, фазовая манипуляция, робастность.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-2-123-134

**Введение**

В большинстве практических задач связи распределения шума известны лишь частично. Например, может быть известно, что многомерная функция распределения вероятности отсчетов шума является приближенно гауссовской, но ковариационная функция может быть неизвестна, или могут возникнуть другие препятствия, такие как искажение наблюдаемого сигнала импульсным шумом неизвестной мощности. В работах [1] и [2] показано, что импульсная модель шума является достаточно точным описанием для многих каналов связи. Импульсный шум характеризуется распределениями с тяжелыми хвостами и может быть описан с помощью ряда статистических моделей. Однако, если при построении демодулятора принимается фиксированное распределение шума, то при отклонении его реального распределения от принятой модели эффективность алгоритма может значительно снизиться.

Для преодоления этой проблемы многими авторами предложены различные робастные параметрические и непараметрические подходы (см., например, обзор в [3]). Для улучшения качества статистических процедур были разработаны подходы, основанные на использовании свойств широкополосных сигналов. Современные телекоммуникационные системы используют, как правило, сигналы с большой базой  $\Delta f T$  ( $\Delta f$  – полоса частот, занимаемая системой,  $T$  – длительность сигнала), поэтому многие авторы применяют асимптотический подход, используют оценку плотности распределения вероятностей (ПРВ) и адаптивные методы (например, [4–9]). В работах [9] и [10] предложен робастный детектор, в котором каждый чип проходит через робастную нелинейность, прежде чем попадает на коррелятор, после которого следует решающее устройство. Нелинейный процессор применяется для борьбы с импульсным шумом. Характеристики такого детектора в значительной степени зависят от параметра ограничения, выбор кото-

рого становится затруднительным в случае изменчивости шума [11]. В работах [12] и [13] предложены расширенная модель  $\varepsilon$ -загрязненных распределений,  $q$ -точечная модель и модель с конечной дисперсией, которые являются моделями смешанного типа: параметрическая модель для параметров масштаба и сдвига ПРВ и непараметрическая – для формы ПРВ. Там же предложены алгоритмы демодуляции сигналов, синтезированные на основе совместного использования асимптотического подхода, принципов инвариантности и минимакса. С помощью  $q$ -точечной модели был получен асимптотически робастный инвариантный (АРИ) алгоритм, обладающий устойчивостью характеристик к изменению вида функции распределения шума. В работе [14] предложена процедура адаптации АРИ-алгоритма по обучающей выборке к фактическому распределению шума.

В данной работе предлагается модификация АРИ-алгоритма, предложенного в [13], для демодуляции сигналов с прямым расширением спектра. Адаптация достигается за счет оценки неизвестных параметров  $q$ -точечной модели по той же выборке, по которой демодулируется сигнал, и последующей оптимизации алгоритма. Приводится сравнительный анализ эффективности предложенного алгоритма с широко используемым классическим алгоритмом на основе согласованного коррелятора, оптимальным для приема сигналов на фоне гауссовского шума. Показано, что в случае, когда шум характеризуется распределением с тяжелыми хвостами, предложенный алгоритм обеспечивает значительный (до 10–12 дБ) выигрыш в пороговом отношении сигнал/шум и почти не уступает алгоритму на основе согласованного коррелятора в случае гауссовского шума при больших значениях базы сигнала.

### 1. Математические модели сигнально-помеховой обстановки

Как и в работе [13], рассматривается когерентная демодуляция цифрового сигнала в канале с аддитивным шумом с априорно неизвестным маргинальным распределением. Модуляция осуществляется с помощью соответствующих сигналов из созвездия  $\mathbb{S}_n = \left\{ \bar{S}_n^{(k)} = \left( S_1^{(k)}, \dots, S_n^{(k)} \right)^T, k = 1, \dots, M \right\}$ , верхний индекс  $T$  обозначает операцию транспонирования,  $\left( S_1^{(k)}, \dots, S_n^{(k)} \right)^T$  – вектор отсчетов комплексной огибающей  $k$ -го сигнала созвездия. Наблюдаемые данные представляют собой  $n$ -мерный вектор  $\bar{x}_n = (x_1, \dots, x_n)^T$ , составленный из отсчетов комплексной огибающей наблюдаемого процесса, который в случае передачи  $k$ -го сигнала может быть представлен в следующем виде:

$$\bar{x}_n = \frac{\lambda}{\sqrt{n}} \bar{S}_n^{(k)} + \bar{\xi}_n, \quad \bar{S}_n^{(k)} \in \mathbb{S}_n,$$

где  $\bar{\xi}_n = (\xi_1, \dots, \xi_n)^T$  – вектор отсчетов комплексной огибающей шума;  $\lambda \in (0, \infty)$  – параметр масштаба сигнала. Для того чтобы энергия сигнала не стремилась к бесконечности с ростом размера наблюдаемой выборки, принята следующая нормировка:

$$1/\sqrt{n} \left\| \bar{S}_n^{(k)} \right\| = 1 \quad \forall k = 1, \dots, M, \quad \forall n = 1, 2, \dots$$

Квадратурные составляющие  $\text{Re } \bar{\xi}_n = (\text{Re } \xi_1, \dots, \text{Re } \xi_n)^T$  и  $\text{Im } \bar{\xi}_n = (\text{Im } \xi_1, \dots, \text{Im } \xi_n)^T$  вектора отсчетов шума  $\bar{\xi}_n$  полагаются статистически незави-

симыми с одинаковыми неизвестными маргинальными ПРВ  $p_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Распределение выборки  $\bar{x}_n$  в отсутствие сигнала принадлежит семейству распределений

$$\mathbf{P}_{0,n} = \left\{ w_n(\bar{x}_n | \sigma) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma^2} w\left(\frac{\operatorname{Re} x_i}{\sigma}\right) w\left(\frac{\operatorname{Im} x_i}{\sigma}\right), \sigma \in (0, \infty), w \in \mathbf{W} \right\}, \quad (1)$$

а при наличии  $k$ -го сигнала – семейству распределений

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k,n} &= \left\{ w_n\left(\bar{x}_n \left| \lambda, \bar{S}_n^{(k)}, \sigma \right.\right) = \right. \\ &= \left. w_n\left[\bar{x}_n - \frac{\lambda}{\sqrt{n}} \bar{S}_n^{(k)} \left| \sigma \right.\right], w_n(\bar{x}_n | \sigma) \in \mathbf{P}_{0,n}, \lambda \in (0, \infty) \right\}, k = 1, \dots, M. \end{aligned} \quad (2)$$

Параметры  $\lambda$  и  $\sigma$  приняты априорно неопределенными, для них устанавливается лишь множество ожидаемых значений без определения на нем какого-либо априорного распределения,  $\mathbf{W}$  – класс распределений с нулевым математическим ожиданием.

Для представления априорной неопределенности распределения шума используется  $q$ -точечная модель, в которой в качестве класса распределений  $\mathbf{W}$  принят класс

$$\mathbf{W}_q = \left\{ w: \int_{-1}^1 w(t) dt = q, I(w) < \infty \right\}, \quad (3)$$

где  $I(w)$  – информация Фишера о сдвиге,

$$I(w) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_w^2(t) w(t) dt = \left| \int_{-\infty}^{\infty} \psi'_w(t) w(t) dt \right|,$$

$\psi_w(t) = -\frac{d}{dt} \ln w(t)$  – логарифмическая производная ПРВ  $w(t)$ ;  $q \in (0, 1]$  – параметр модели.

Для данной модели найдено распределение с минимальной информацией Фишера о сдвиге (наименее благоприятное распределение), которое играет важную роль при синтезе асимптотически робастных алгоритмов [4].

$$w_{0q}(t) = \begin{cases} \frac{C}{\cos^2(A/2)} \cos^2[At/2], & |t| \leq 1, \\ C \exp[-B(|t|-1)], & |t| > 1, \end{cases} \quad (4)$$

где параметр  $C = \cos^2(A/2)/(1+2/B)$ . Параметры  $A$  и  $B$  зависят от  $q$  и задаются системой уравнений  $B = A \operatorname{tg}(A/2)$ ,  $\int_{-1}^1 w_{0q}(t) dt = q$ .

В работах [12], [13] предложено расширение модели (3) за счет введения априорно неопределенного параметра масштаба  $\sigma$ . Расширение основано на возможности представления практически любой ПРВ в виде

$$p(t) = (1/\sigma) w(t/\sigma), \sigma \in (0, \infty), w(t) = \sigma p(\sigma t) \in \mathbf{W}_q.$$

Чтобы обеспечить принадлежность плотности  $w(\cdot)$  классу  $\mathbf{W}_q$ , необходимо определить параметр масштаба  $\sigma$  из следующего уравнения:

$$\int_{-1}^1 \sigma p(\sigma t) dt = q. \quad (5)$$

Таким образом, используя в (1) и (2) в качестве класса распределений  $\mathbf{W}$  класс  $\mathbf{W}_q$  и вычисляя параметр масштаба  $\sigma$  из выражения (5), мы используем расширенную  $q$ -точечную модель для представления априорной неопределенности наблюдаемых данных.

Задачу демодуляции сигналов сформулируем как задачу проверки многоальтернативных сложных статистических гипотез:

$$H_k : \bar{S}_n = \bar{S}_n^{(k)}, \lambda \in (0, \infty), \sigma \in (0, \infty), w \in \mathbf{W}_q, k = 1, \dots, M,$$

где  $\bar{S}_n \in \mathbb{S}_n$  – неизвестный принятый сигнал. В соответствии с результатами работы [13] для преодоления априорной неопределенности параметров  $\lambda$  и  $\sigma$  распределений (1) и (2) будем использовать принцип инвариантности к группе масштабных преобразований наблюдаемой выборки, в соответствии с которым оптимальный алгоритм отыскивается среди инвариантных к масштабным преобразованиям алгоритмов. В этом случае проверяемые гипотезы могут быть сформулированы как

$$H_k : \bar{S}_n = \bar{S}_n^{(k)}, \omega \in (0, \infty), w \in \mathbf{W}_q, k = 1, \dots, M,$$

где параметр  $\omega = \lambda/\sigma$ .

## 2. Адаптивная оптимизация АРИ-алгоритма

В работах [12] – [14] показано, что решающая функция АРИ-алгоритма демодуляции сигналов имеет вид

$$\phi_n^{(k)}(\bar{x}_n) = \begin{cases} 1, & k = \arg \max_l T_n[\bar{x}_n, S_n^{(l)}, \hat{\sigma}(\bar{x}_n)], \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad (6)$$

где решающая статистика

$$T_n[\bar{x}_n, \bar{S}_n^{(l)}, \hat{\sigma}(\bar{x}_n)] = (1/\sqrt{n}) \times \\ \times \operatorname{Re} \left\{ \sum_{i=1}^n S_i^{(l)} \left[ \psi_{0q} \left( \frac{\operatorname{Re} x_i}{\hat{\sigma}(\bar{x}_n)} \right) - j \psi_0 \left( \frac{\operatorname{Im} x_i}{\hat{\sigma}(\bar{x}_n)} \right) \right] \right\}, \quad l = 1, \dots, M, \quad (7)$$

где  $\hat{\sigma}(\bar{x}_n)$  – эквивариантная и  $\sqrt{n}$  – состоятельная оценка параметра масштаба  $\sigma$  распределения шума;  $\psi_{0q}(t) = -\frac{d}{dt} \ln w_{0q}(t)$  – логарифмическая производная наименее благоприятной ПРВ (4) для  $q$ -точечной модели.

В настоящей работе используется оценка

$$\hat{\sigma}(\bar{x}_n) = \frac{1}{2} [z_{(p)}(\operatorname{Re} \bar{x}_n) + z_{(p)}(\operatorname{Im} \bar{x}_n)], \quad (8)$$

где  $z_{(p)}(\operatorname{Re} \bar{x}_n)$  и  $z_{(p)}(\operatorname{Im} \bar{x}_n)$   $p$ -е порядковые статистики векторов  $\bar{z}(\operatorname{Re} \bar{x}_n) = (|\operatorname{Re} x_1|, \dots, |\operatorname{Re} x_n|)^T$  и  $\bar{z}(\operatorname{Im} \bar{x}_n) = (|\operatorname{Im} x_1|, \dots, |\operatorname{Im} x_n|)^T$ ;  $p = \operatorname{int}\{nq\} + 1$ ,  $\operatorname{int}\{t\}$  – целая часть числа  $t$ ;  $q$  – задаваемый заранее параметр модели (5). Несмотря на то что выражение (8) дает оценку параметра масштаба распределения аддитивной смеси сигнала и шума, при большой базе сигнала ее можно использовать в качестве приближенных оценок параметра масштаба распределения шума, так как максимальное значение сигнала обычно оказывается значительно меньше, чем среднеквадратическое значение шума. Оценка (8) является эквивариантной и  $\sqrt{n}$ -состоятельной [4], поэтому ее использование при вычислении решающей статистики (7) является оправданным.

Эффективность робастных АРИ-алгоритмов определяется средней асимптотической вероятностью  $P_e = \sum_{k=1}^m p_k P_e^{(k)}$  ошибочной демодуляции, где  $p_k$  – априорная вероятность того, что передается  $k$ -й сигнал созвездия;  $P_e^{(k)}$  – условная вероятность ошибочной демодуляции при условии, что передается  $k$ -й сигнал. Каждая вероятность  $P_e^{(k)}$  определяется предельным распределением ( $n \rightarrow \infty$ ) статистики (7) при  $l = k$ . Согласно центральной предельной теореме, предельным распределением этой статистики является гауссовское распределение со средним

$$\mu(\omega, w) = \sqrt{2}\omega \mathbf{E}_w \{ \psi'_{0q} \}$$

и дисперсией

$$\delta_w^2 = 2\mathbf{E}_w \{ \psi_{0q}^2 \},$$

где  $\omega = \lambda/\sigma$ ,  $\lambda^2$  – энергия сигнала;  $w$  – фактическое распределение из класса

$\mathbf{W}_q$ ;  $\mathbf{E}_w \{ \cdot \}$  – оператор усреднения по распределению  $w$ ;  $\psi'_{0q} = \frac{d}{dt} \psi_{0q}(t)$ .

Средняя асимптотическая вероятность ошибочной демодуляции  $P_e$  инвариантна относительно априорных вероятностей, так как вероятности  $P_e^{(k)}$  равны из-за симметрии пространственного положения сигналов рассматриваемых созвездий относительно общего центра. Она определяется параметром

$d(\omega, w) = \omega \frac{\mathbf{E}_w \{ \psi'_{0q} \}}{\sqrt{\mathbf{E}_w \{ \psi_{0q}^2 \}}}$  и, таким образом, вероятность  $P_e$  зависит от параметра  $\omega$

и от фактической ПРВ  $w$ :  $P_e = P_e(\omega, w)$ .

При использовании АРИ-алгоритмов вероятность ошибочной демодуляции удовлетворяет неравенству  $P_e(\omega, w) \leq P_e(\omega, w_{0q}) \forall w \in \mathbf{W}$ . Тогда  $P_e(\omega, w_0)$  является верхней границей вероятности ошибочной демодуляции для всех  $\omega \in (0, \infty)$ .

Исходя из равенства  $|\mathbf{E}_{w_{0q}} \{ \psi'_{0q} \}| = \mathbf{E}_{w_{0q}} \{ \psi_{0q}^2 \}$  и неравенства  $\mathbf{E}_{w_{0q}} \{ \psi'_{0q} \} > 0$ , для модели (5) эта граница определяется равенством

$$d(\omega, w_{0q}) = \omega \sqrt{I(w_{0q})} = \frac{\lambda}{\sigma_q} \sqrt{I(w_{0q})}$$

и может быть рассчитана заранее для принятой модели априорной неопределенности ПРВ шума. В случае использования  $q$ -точечной модели параметр  $q \in (0, 1]$  можно выбрать произвольно. Поэтому для фактической плотности распределения шума  $p(t)$ , оптимальное значение  $q_{opt}$  этого параметра может быть определено таким образом, чтобы минимизировать вероятность ошибочной демодуляции. Тогда оптимальное значение

$$q_{opt} = \arg \max_q \left[ \frac{|\mathbf{E}_w \{\psi'_{0q}\}|}{\sigma_q \sqrt{\mathbf{E}_w \{\psi_{0q}^2\}}} \right], \quad (9)$$

где  $\sigma_q$  – параметр масштаба такой, что плотность  $w(t) = \sigma_q p(\sigma_q t)$  принадлежит классу  $\mathbf{W}_q$  модели (3) с параметром  $q$ ;  $p(\cdot)$  – фактическая ПРВ шума. Вычисление  $q_{opt}$  с помощью выражения (9) представляется затруднительным. Поэтому вместо того, чтобы использовать выражение (9), мы минимизируем верхнюю границу  $P_e(\omega, w_{0q})$ . В этом случае целевая функция имеет вид

$$h(q) = \frac{|\mathbf{E}_{w_{0q}} \{\psi'_{0q}\}|}{\sigma_q \sqrt{\mathbf{E}_{w_{0q}} \{\psi_{0q}^2\}}} = \frac{\sqrt{I(w_{0q})}}{\sigma_q}, \quad (10)$$

а оптимальное значение параметра  $q$ :  $q_{opt} = \arg \max_q [h(q)]$ .

В качестве примера рассмотрим два типа фактического распределения шума  $p(t)$ : обобщенное гауссовское распределение с ПРВ

$$p_{GG}(t) = \frac{\alpha}{2\sqrt{\Gamma(2/\alpha)\Gamma(3/\alpha)\Gamma(1/\alpha)}} \exp \left\{ - \left[ \frac{|t|}{\sqrt{\Gamma(1/\alpha)\Gamma(3/\alpha)}} \right]^\alpha \right\}, \quad (11)$$

где  $\Gamma(t) = \int_0^\infty x^{t-1} e^{-x} dx$  – гамма-функция,  $\alpha$  – параметр формы,

и  $\varepsilon$ -загрязненное распределение с ПРВ

$$p_{\varepsilon c}(t) = (1 - \varepsilon) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} t^2 \right\} + \varepsilon \frac{1}{\sqrt{2\pi\kappa}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\kappa} t^2 \right\} \quad (12)$$

при  $\kappa = 100$ . Распределения (11) и (12) являются априорно неизвестными. Распределение (11) имеет конечную информацию Фишера и дисперсию равную единице для всех  $\alpha > 0,5$ . При  $\alpha = 2$  распределение (11) совпадает с гауссовским распределением, при  $\alpha = 1$  – с двусторонним распределением Лапласа. При  $\alpha < 2$  это распределение имеет более тяжелые хвосты по сравнению с гауссовским распределением. Распределение (12) также имеет конечную информацию Фишера, его дисперсия зависит от параметров  $\varepsilon$  и  $\kappa$  и равна  $\sigma_{\varepsilon c}^2 = 1 - \varepsilon + \varepsilon\kappa$ . Зависимости оптимального значения  $q_{opt}$  параметра  $q$  от параметров  $\alpha$  и  $\varepsilon$  этих распределений показаны на рис. 1, а, б соответственно.

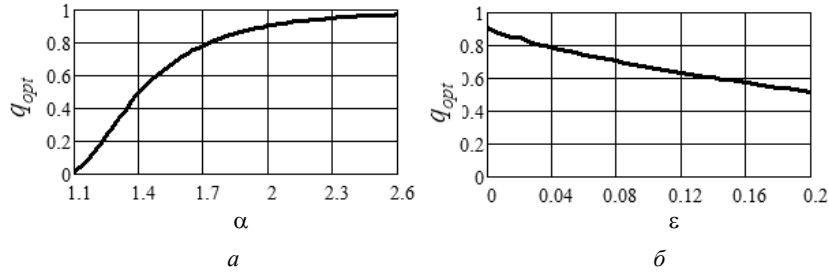


Рис. 1 – Зависимость оптимального значения  $q_{opt}$  параметра  $q$  от параметра  $\alpha$  обобщенного распределения Гаусса (а) и от параметра  $\epsilon$   $\epsilon$ -загрязненного распределения (б)

Fig. 1 – Dependence of the optimal value  $q_{opt}$  of the parameter  $q$  on the parameter  $\alpha$  of the generalized Gaussian distribution (a) and on the parameter  $\epsilon$  of the  $\epsilon$ -contaminated distribution (b)

Как видно из рис. 1, для гауссовского распределения шума ( $\alpha = 2$  и  $\epsilon = 0$  для ПРВ (11) и (12)) оптимальное значение параметра  $q$  равно  $q_{opt} = 0,9$ .

Используя состоятельную оценку

$$\hat{h}(q) = \frac{\sqrt{I(w_{0q})}}{\hat{\sigma}_q(\bar{x}_n)} \quad (13)$$

величины (10) в качестве приближенного значения целевой функцией, мы адаптируем процедуру оптимизации алгоритма к фактической помеховой обстановке.

Таким образом процедура адаптации АРИ-алгоритма (6) по параметру  $q$  состоит в следующем. Используя вектор  $\bar{x}_n$  отсчетов наблюдаемого процесса, формируются оценки  $\hat{\sigma}_{q_j}(\bar{x}_n)$  параметра масштаба для фиксированного набора  $\{q_j, j \in J\}$  значений параметра  $q$ . Затем, с помощью целевой функции (13), находится оценка  $\hat{q}_{opt}$  оптимального значения параметра  $q$  согласно выражению

$$\hat{q}_{opt} = \arg \max_{j \in J} \frac{\sqrt{I(w_{0q_j})}}{\hat{\sigma}_{q_j}(\bar{x}_n)}.$$

Полученная оценка  $\hat{q}_{opt}$  используется в функциях безынерционного преобразования действительной и мнимой части наблюдаемого вектора отсчетов  $\Psi_{0\hat{q}_{opt}} \left[ \frac{\text{Re } x_i}{\hat{\sigma}(\bar{x}_n)} \right]$  и  $\Psi_{0\hat{q}_{opt}} \left[ \frac{\text{Im } x_i}{\hat{\sigma}(\bar{x}_n)} \right]$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Соответственно в качестве оценки параметра масштаба используется оценка  $\hat{\sigma}(\bar{x}_n) = \hat{\sigma}_{\hat{q}_{opt}}(\bar{x}_n)$ . Далее на основе полученных значений вычисляется решающая статистика (7) алгоритма демодуляции (6), который становится адаптивным АРИ-алгоритмом.

Очевидно, что эффективность адаптивного алгоритма зависит от точности оценки масштабного параметра, которая, в свою очередь, зависит от размера выборки, используемой для оценки. Ниже на примере демодуляции широкополосного ФМ-2 сигнала, принимаемого на фоне аддитивного независимого шума,

будет показано, что при большой базе сигнала (больше 500) в случае гауссовского шума адаптивный АРИ-алгоритм практически не уступает по эффективности оптимальному для этого случая алгоритму на основе согласованного коррелятора, и значительно превосходит его при распределениях шума с тяжелыми хвостами.

### 3. Пример

В случае двоичной фазовой манипуляции созвездие  $\mathbb{S}_n$  состоит из двух противоположных сигналов  $\bar{S}_n^{(1)}$  и  $\bar{S}_n^{(2)}$ . Эти сигналы равновероятны, объем выборки  $n$  равен базе сигнала и

$$\bar{S}_n^{(1)} = -\bar{S}_n^{(2)} = (d_1, d_2, \dots, d_n)^T,$$

где  $\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$  – известная псевдослучайная  $M$ -последовательность длины  $n$  принимающая значения из множества  $\{\pm 1\}$ .

Для сравнения с адаптивным АРИ-алгоритмом рассматривались следующие алгоритмы: алгоритм на основе согласованного коррелятора, а также оптимизированный АРИ-алгоритм, в котором вместо оценок  $\hat{q}_{opt}$  и  $\hat{\sigma}_{\hat{q}_{opt}}(\bar{x}_n)$  использовались истинные значения параметров  $q_{opt}$  и  $\sigma_{q_{opt}}$ , соответствующие фактическому распределению шума.

На рис. 2 и 3 показаны зависимости вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум для  $\varepsilon$ -загрязненного распределения шума и для обобщенного распределения Гаусса соответственно при объеме наблюдаемой выборки. Зависимости получены методом компьютерного моделирования по 100 000 экспериментов. Сплошные линии соответствуют адаптивному АРИ-алгоритму, пунктирные линии соответствуют алгоритму на основе согласованного коррелятора, штрихпунктирные линии соответствуют оптимизированному АРИ-алгоритму.

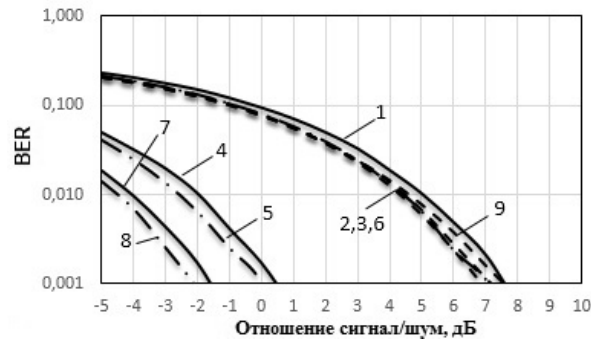


Рис. 2 – Зависимости вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум в случае  $\varepsilon$ -загрязненного распределения шума с параметром  $\varepsilon = 0$  (кривые 1, 2, 3);  $\varepsilon = 0,05$  (кривые 4, 5, 6);  $\varepsilon = 0,1$  (кривые 7, 8, 9)

Fig. 2 – BER performances in the case of  $\varepsilon$ -contaminated noise distribution with parameter  $\varepsilon = 0$  (curves 1, 2, 3);  $\varepsilon = 0,05$  (curves 4, 5, 6);  $\varepsilon = 0,1$  (curves 7, 8, 9)



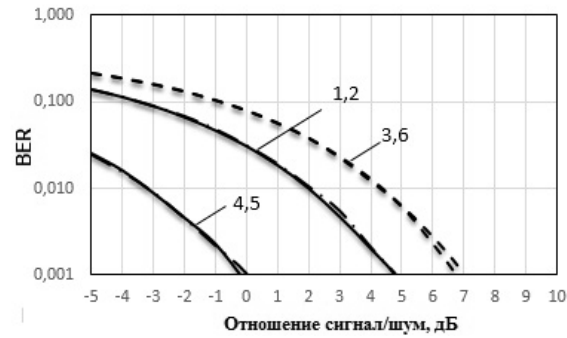


Рис. 3 – Зависимости вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум в случае обобщенного гауссовского распределения шума с параметром  $\alpha = 1$  (кривые 1, 2, 3);  $\alpha = 0,6$  (кривые 4, 5, 6)

Fig. 3 – BER performances in the case of the generalized Gaussian noise distribution with parameter  $\alpha = 1$  (curves 1, 2, 3);  $\alpha = 0,6$  (curves 4, 5, 6)

Результаты моделирования показывают, что ААРИ-алгоритм, разработанный на основе расширенной  $q$ -точечной модели, обеспечивает значительный энергетический выигрыш по сравнению с алгоритмом, основанным на использовании согласованного коррелятора, при распределениях шума с тяжелыми хвостами. В случае гауссовского распределения шума ААРИ-алгоритм имеет энергетические потери, не превышающие 0,5 дБ при  $n = 127$ , относительно алгоритма, на основе согласованного коррелятора. При размерах наблюдаемой выборки более 500 (рис. 4) энергетические потери адаптивного АРИ-алгоритма составляют не более 0,1 дБ.

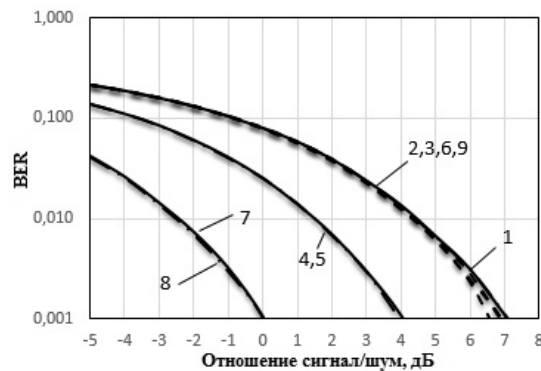


Рис. 4 – Зависимости вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум адаптивного АРИ-алгоритма в случае гауссовского шума (кривые 1, 2, 3); обобщенного гауссовского распределения шума с параметром  $\alpha = 1$  (кривые 4, 5, 6) и  $\epsilon$ -загрязненного распределения шума с параметром  $\epsilon = 0,05$  (кривые 7, 8, 9) при  $n = 511$

Fig. 4 – BER performances for adaptive ARI-algorithm in the case of Gaussian noise (curves 1, 2, 3); generalized Gaussian noise distribution with parameter  $\alpha = 1$  (curves 4, 5, 6) and  $\epsilon$ -contaminated distribution with parameter  $\epsilon = 0,05$  (curves 7, 8, 9) with  $n = 511$

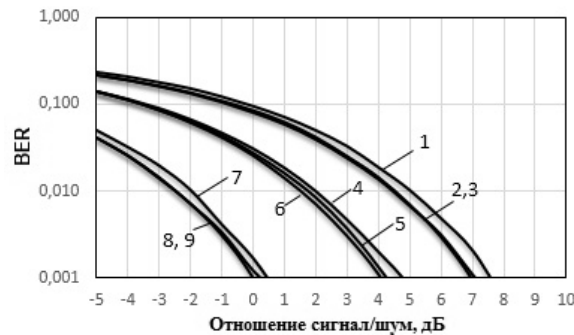


Рис. 5 – Зависимости вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум адаптивного АРИ-алгоритма в случае гауссовского шума (кривые 1, 2, 3); обобщенного гауссовского распределения шума с параметром  $\alpha = 1$  (кривые 4, 5, 6) и  $\epsilon$ -загрязненного распределения шума с параметром  $\epsilon = 0,05$  (кривые 7, 8, 9)

Fig. 5 – BER performances for adaptive ARI-algorithm in the case of Gaussian noise (curves 1, 2, 3); generalized Gaussian noise distribution with parameter  $\alpha = 1$  (curves 4, 5, 6) and  $\epsilon$ -contaminated distribution with parameter  $\epsilon = 0,05$  (curves 7, 8, 9)

На рис. 5 представлены характеристики адаптивного АРИ-алгоритма, полученные при различном объеме выборки:  $n = 127$  (кривые 1, 4, 7),  $n = 511$  (кривые 2, 5, 8),  $n = 2047$  (кривые 3, 6, 9). С ростом размера наблюдаемой выборки повышается точность оценивания параметров  $q$  и  $\sigma_q$ , а следовательно, и эффективность адаптации алгоритма к распределению шума. Видно, что при  $n > 500$  вероятность ошибки на бит практически перестает зависеть от объема выборки.

### Заключение

Предложен адаптивный АРИ-алгоритм, основанный на расширенной  $q$ -точечной модели распределения шума. На примере демодуляции ФМ-2 широкополосного сигнала показано, что данный алгоритм обеспечивает значительный энергетический выигрыш по сравнению с алгоритмом, основанным на использовании согласованного коррелятора в случае распределений шума с тяжелыми хвостами. В случае гауссовского шума и большой (более 500) базы сигнала энергетические потери предложенного алгоритма не превышают 0,1 дБ.

### ЛИТЕРАТУРА

1. **Blackard K.L., Rappaport T.S., Bostian C.W.** Measurements and models of radio frequency impulsive noise for indoor wireless communications // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. – 1993. – Vol. 11, N 9. – P. 991–1001.
2. **Middleton D.** Non-Gaussian noise models in signal processing for telecommunications: new methods and results for class a and class b noise models // IEEE Transactions on Information Theory. – 1999. – Vol. 45, N 4. – P. 1129–1149.
3. **Kassam S., Poor V.** Robust techniques for signal processing: a survey // Proceedings of the IEEE. – 1985. – Vol. 73. – P. 433–481.
4. **Huber P.J.** Robust statistics. – New York: John Wiley and Sons, 1981.
5. Robust statistics. The approach based on influence function / F.R. Hampel, E.M. Ronchetti, P.J. Rousseeuw, W.A. Stahel. – New York: Wiley, 1986.

6. **Mutapcic A., Kim S.-J.** Robust signal detection under model uncertainty // *IEEE Signal Processing Letters*. – 2009. – Vol. 16, N 4. – P. 287–290.
7. **Miller J.H., Thomas J.B.** Detectors for discrete-time signals in non-Gaussian noise // *IEEE Transactions on Information Theory*. – 1972. – Vol. IT-18. – P. 241–250.
8. **Епанечников В.А.** Непараметрическая оценка многомерной плотности вероятности // *Теория вероятностей и ее применения*. – 1969. – Т. 14, № 1. – С. 156–161.
9. **Aazhang B., Poor H.V.** Performance of DS/SSMA communications in impulsive channels. II. Hard limiting correlation receivers // *IEEE Transactions on Communications*. – 1988. – Vol. 36, N 1. – P. 88–97.
10. **Delic H., Hocanm A.** Robust detection in DS-CDMA // *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. – 2002. – Vol. 51, N 1. – P. 155–170.
11. **Güney N., Delic H., Koca M.** Robust detection of ultra-wideband signals in Non-Gaussian noise // *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. – 2006. – Vol. 54, N 4. – P. 1724–1730.
12. **Богданович В.А., Вострецов А.Г.** Применение принципов инвариантности и робастности при разработке алгоритмов демодуляции для широкополосных систем связи // *Радиотехника и электроника*. – 2009. – Т. 54, № 11. – С. 1353–1361.
13. **Богданович В.А., Вострецов А.Г.** Асимптотически робастные алгоритмы демодуляции сигналов с подавлением помех множественного доступа // *Радиотехника и электроника*. – 2010. – Т. 55, № 8. – С. 953–960.
14. **Богданович В.А., Вострецов А.Г., Коломенский К.Ю.** Робастная демодуляция широкополосных сигналов // *Радиотехника и электроника*. – 2007. – Т. 52, № 7. – С. 822–830.
15. **Franks L.E.** *Signal theory*. – Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1969.

## ADAPTIVE DETECTION OF WIDEBAND SIGNALS IN UNCERTAIN NOISE ENVIRONMENTS

**Khailo N.S.**

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

An adaptive asymptotically robust invariant (AARI) detection algorithm is proposed. This algorithm is used for the detection of signals with some unknown parameters observed in additive noise with an unknown distribution. It is based on the extended model of approximately finite probability distributions (the q-point model). Adaptation is achieved by estimating and optimizing the algorithm for the actually unknown parameters of the q-point model. It is demonstrated that for the case of heavy-tailed noise distributions, the AARI detector based on the extended q-point model outperforms significantly the correlation detector. In the case of the Gaussian noise and a large-sized sample, the AARI detector provides almost the same performance as the correlation detector.

*Keywords:* adaptive signal detection; a priori uncertainty; random noise; phase-shift keying; robustness.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-2-123-134

## REFERENCES

1. Blackard K.L., Rappaport T.S., Bostian C.W. Measurements and models of radio frequency impulsive noise for indoor wireless communications. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 11, no. 9, pp. 991–1001.
2. Middleton D. Non-Gaussian noise models in signal processing for telecommunications: new methods and results for class a and class b noise models *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 45, no. 4, pp. 1129–1149.
3. Kassam S., Poor V. Robust techniques for signal processing: a survey. *Proceedings of the IEEE*, 1985, vol. 73, pp. 433–481.
4. Huber P.J. *Robust statistics*. New York, John Wiley and Sons, 1981.
5. Hampel F.R., Ronchetti E.M., Rousseeuw P.J., Stahel W.A. *Robust statistics. The approach based on influence function*. New York, Wiley, 1986.

6. Mutapcic A., Kim S.-J. Robust signal detection under model uncertainty. *IEEE Signal Processing Letters*, 2009, vol. 16, no. 4, pp. 287–290.
7. Miller J.H., Thomas J.B. Detectors for discrete-time signals in non-Gaussian noise. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1972, vol. IT-18, pp. 241–250.
8. Epanechnikov V.A. Neparаметricheskaya otsenka mnogomernoi plotnosti veroyatnosti [Non-parametric estimate of multivariate probability density]. *Teoriya veroyatnostei i ee primeneniya – Theory of Probability and its Applications*, 1969, vol. 14, no. 1, pp. 156–161.
9. Aazhang B., Poor H.V. Performance of DS/SSMA communications in impulsive channels. II. Hard limiting correlation receivers. *IEEE Transactions on Communications*, 1988, vol. 36, no. 1, pp. 88–97.
10. Deliç H., Hocaam A. Robust detection in DS-CDMA. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2002, vol. 51, no. 1, pp. 155–170.
11. Güney N., Deliç H., Koca M. Robust detection of ultra-wideband signals in Non-Gaussian noise. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2006, vol. 54, no. 4, pp. 1724–1730.
12. Bogdanovich V.A., Vostretsov A.G. Application of the invariance and robustness principles in the development of detection algorithms for wideband communications systems. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2009, vol. 54, no. 11, pp. 1283–1291. Translated from *Radiotekhnika i elektronika*, 2009, vol. 54, no. 9, pp. 1353–1361.
13. Bogdanovich V.A., Vostretsov A.G. Asimptoticheski robustnye algoritmy demodulyatsii signalov s podavleniem pomekh mnozhestvennogo dostupa [Asymptotically robust algorithms of signal detection with multiple access interference mitigation]. *Radiotekhnika i elektronika – Journal of Communications Technology and Electronics*, 2010, vol. 55, no. 8, pp. 953–960. (In Russian)
14. Bogdanovich V.A., Vostretsov A.G., Kolomenskii K.Yu. Robastnaya demodulyatsiya shirokopolosnykh signalov [Robust detection of the wideband signals]. *Radiotekhnika i elektronika – Journal of Communications Technology and Electronics*, 2007, vol. 52, no. 7, pp. 822–830. (In Russian)
15. Franks L.E. *Signal theory*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1969.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Хайло Никита Сергеевич** – родился в 1991 году, аспирант 2-го года обучения Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: статистическая теория обработки сигналов в условиях априорной неопределенности. Опубликовано 5 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: xfront17@bk.ru).

**Khailo Nikita Sergeevich** (b. 1991) – postgraduate student, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on the statistical theory of signal processing in conditions of a priori uncertainty. He is author of 5 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, Russia. Email: xfront17@bk.ru).

Статья поступила 25 мая 2016 г.  
Received May 25, 2016

#### To Reference:

Khailo N.S. Adaptivnaya demodulyatsiya shirokopolosnykh signalov v usloviyakh neopredelennoi pomekhovoi obstanovki [Adaptive detection of wideband signals in uncertain noise environments]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2016, no. 2 (31), pp. 123–134. doi: 10.17212/1727-2769-2016-2-123-134