

УДК 621.311

ПРОЕКТИРОВАНИЕ СВЕРХПРОВОДНИКОВОГО КОПЛАНАРНОГО РЕЗОНАТОРА, НЕПРЯМЫМ ОБРАЗОМ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕГО С ВОЛНОВОДНОЙ ЛИНИЕЙ**Е.А. Муценик, А.Н. Султанов, Б.И. Иванов***Новосибирский государственный технический университет*

В данной работе приведены аналитические выражения, позволяющие на этапе проектирования системы с непрямой связью оценить такие параметры сверхпроводящего резонатора, как его фундаментальная частота и скорость испускания фотонов в волновод, а также его добротность. Данные параметры, наравне с параметрами квантовых элементов, определяют трансмиссию микроволновых непрерывных сигналов и одиночных фотонов. При учете влияния сверхпроводимости использовалась двухпоточковая модель, которая была включена в стандартный метод конформных преобразований, для расчета параметров копланарных линий.

Ключевые слова: сверхпроводящий копланарный резонатор, копланарный резонатор с непрямой связью, скорость испускания микроволновых фотонов.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-1-85-97

Введение

В настоящее время быстрыми темпами развивается область квантовых технологий, которая включает в себя широкий спектр как фундаментальных, так и прикладных исследований. С фундаментальной точки зрения интересно изучение взаимодействия фотонов электромагнитного поля с различными двухуровневыми системами. Для создания когерентного взаимодействия между ними используются различные резонансные системы, которые ограничивают нежелательное влияние иных мод. Подобные системы породили целую область квантовой электродинамики в резонаторах (circuitQED) [1, 2]. Особый интерес вызывают системы, в которых удается реализовать так называемый режим сильной связи, когда скорость распада и релаксации системы много меньше скорости взаимодействия между ее элементами. Такой режим позволяет осуществлять генерацию и управление неклассического света, что крайне важно с точки зрения квантовой обработки информации [3].

Реализация режима сильной связи возможна на твердотельных квантовых структурах, работающих в СВЧ-диапазоне. Один из вариантов представляет собой различные СВЧ элементы в копланарном исполнении, выполненные на одном чипе, с такими квантовыми элементами, как потоковые квантовые биты [4, 5], контакты Джозефсона, квантовые точки [6, 7] и т. д. В случае непрямого связи резонатора с искусственными двухуровневыми системами можно наблюдать эффекты электромагнитно-индуцированной прозрачности системы и различные интерференционные эффекты [8, 9]. Более того, резонаторы используются в качестве элементов для считывания состояний кубитов [10].

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского Научного Фонда Содействия, грант № 16-19-10069.

Также сверхпроводниковые резонаторы с непрямой связью нашли применение в однофотонных детекторах микроволновых фотонов, с использованием туннельных контактов Джозефсона [11]. Одними из важных параметров резонатора, с точки зрения реализации квантовых электромагнитных цепей, являются его фундаментальная частота и скорость испускания фотонов в волновод, которая определяется степенью их взаимодействия. В настоящее время его определяют по результатам численного моделирования путем перебора геометрических размеров элемента (ответвителя), обеспечивающего связь. Этот процесс в ряде случаев является крайне затратным по времени. В данной работе проведено численное моделирование в пакете CST MicrowaveStudio структуры сверхпроводникового резонатора (рис. 1), представленного в виде идеального проводника, и приведены аналитические выражения, связывающие параметры резонатора с непрямой связью, и его геометрические размеры. Используя данные аналитические выражения, можно достаточно быстро оценить необходимые размеры подобной структуры для заданных значений скорости испускания фотонов и фундаментальной частоты, не прибегая к численному моделированию.

1. Расчет параметров копланарного резонатора

При непрямой связи копланарного резонатора с волноводной линией возникает четвертьволновой резонанс на длине волны $\lambda = 4l$ (где l – это длина резонатора) в силу того, что один конец либо короткозамкнут на землю (в случае однофотонных детекторов на контактах Джозефсона [11]), либо представляет собой открытый конец.

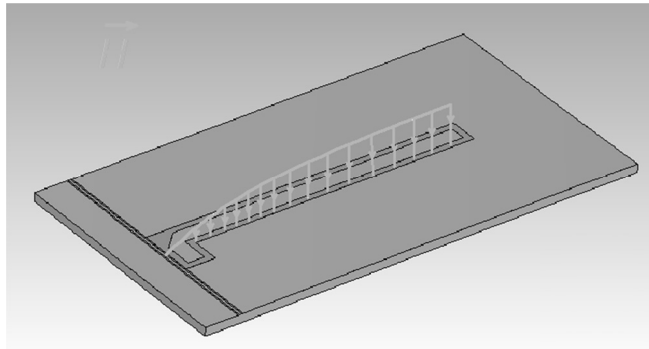


Рис. 1 – Сверхпроводящий копланарный резонатор, непрямым образом связанный с волноводом. Стрелками показано условное распределение напряженности магнитного поля

Fig. 1 – Superconductive coplanar side-coupled resonator. Arrows show the direction of the magnetic field

Максимум напряженности магнитного поля приходится на открытый конец резонатора, что позволяет размещать вблизи него потоковые кубиты или контакты Джозефсона для обеспечения их максимальной связи с полем. В данной статье численное моделирование проводилось для короткозамкнутого конца, но с точки зрения определения параметра скорости излучения такая структура не имеет принципиальных различий от случая с открытым концом, поскольку оба случая являются случаями максимального рассогласования.

Рассмотрим копланарную линию с геометрическими размерами, обозначенными на рис. 2.

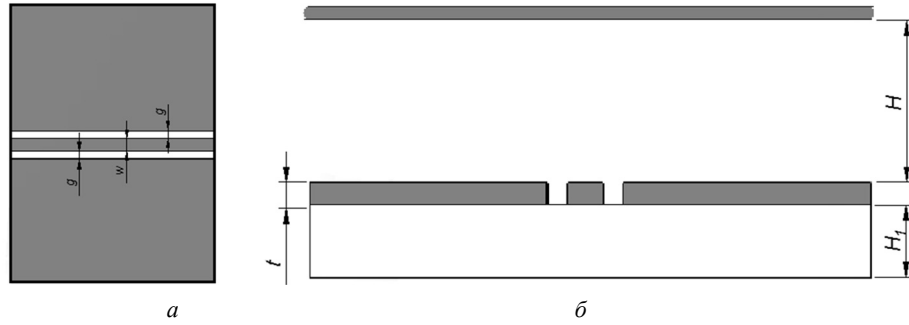


Рис. 2 – Копланарная линия передачи:
а – вид сверху; б – вид сечения

Fig. 2 – Coplanar transmission line:
top view is on the left side and cross-section view is on the right side

Погонную емкость и индуктивность такой линии можно рассчитать методом конформных преобразований, используя следующие выражения [12]:

$$L = \frac{\frac{\mu_0}{2}}{\frac{K(k)}{K(\bar{k})} + \frac{K(k_1)}{K(\bar{k}_1)}}. \quad (1)$$

$$C = C_{\text{возд}} + C_d = 2\varepsilon_0 \left(\frac{K(k_1)}{K(\bar{k}_1)} + \frac{K(k)}{K(\bar{k})} \right) + 2\varepsilon_0(\varepsilon_r - 1) \frac{K(k_d)}{K(\bar{k}_d)}, \quad (2)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$ – магнитная постоянная; $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$ – диэлектрическая постоянная, $C_{\text{возд}}$ – емкость при воздушном заполнении, C_d – емкость при наличии диэлектрика. В выражениях (1) и (2) присутствует полный эллиптический интеграл Лежандра первого рода:

$$K(k) = \int_0^1 \frac{1}{(1-x^2)(1-k^2x^2)} dx, \quad (3)$$

где его модули определяются в соответствии со следующими выражениями, полученными из конформных преобразований:

$$k = \frac{\tanh\left(\frac{\pi w}{4H}\right)}{\tanh\left(\frac{\pi(w+2g)}{4H}\right)}, \quad (4)$$

$$k_1 = \frac{\tanh\left(\frac{\pi w}{4H_1}\right)}{\tanh\left(\frac{\pi(w+2g)}{4H_1}\right)}, \quad (5)$$

$$k_d = \frac{\sinh\left(\frac{\pi w}{4H_1}\right)}{\sinh\left(\frac{\pi(w+2g)}{4H_1}\right)}. \quad (6)$$

Здесь g – расстояние между линией и землей, w – ширина линии, H_1 – толщина подложки, H – толщина воздушного слоя над подложкой (обычно принимается много больше H_1). Следует отметить, что символом \bar{k} обозначается величина, рассчитываемая следующим образом: $\bar{k} = \sqrt{1 - k^2}$. Эффективная диэлектрическая проницаемость, согласно ее определению, выражается как

$$\varepsilon_{\text{эфф}} = 1 + \frac{C_d}{C_{\text{возд}}}. \quad (7)$$

Таким образом, погонные параметры копланарной линии при комнатной температуре полностью определяются из выражений (1)–(6). Особенность расчета линии в сверхпроводящем режиме заключается в том, что необходимо учесть влияние кинетической индуктивности, являющейся следствием инерции куперовских пар (основных носителей заряда в сверхпроводнике). При толщине проводящего слоя t (рис. 2) кинетическая индуктивность определяется следующим выражением [12]:

$$L_{\text{кин}} = \mu_0 \lambda_L(T) \frac{C}{4ADK(k)} \left(\frac{1,7}{\sinh\left(\frac{t}{2\lambda_L(T)}\right)} + \frac{0,4}{\sqrt{\left(\left(\frac{B}{A}\right)^2 - 1\right)\left(1 - \left(\frac{B}{D}\right)^2\right)}} \right). \quad (8)$$

Параметры A – D выражаются следующим образом:

$$A = -\frac{t}{\pi} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{2t}{\pi}\right)^2 + g^2},$$

$$B = \frac{g^2}{4A},$$

$$C = B - \frac{t}{\pi} + \sqrt{\left(\frac{t}{\pi}\right)^2 + w^2},$$

$$D = \frac{2t}{\pi} + C.$$

При переходе в сверхпроводящий режим изменяется и комплексное волновое число, это изменение было учтено с помощью двухпотоковой модели, в рамках которой закон Ома можно записать следующим образом:

$$\vec{I} = (\sigma_n - j\sigma_s) \vec{E}, \quad (9)$$

где I – ток в линии, E – напряженность электрического поля, а проводимость обусловлена вкладами от нормальных носителей заряда σ_n и от сверхпроводящих σ_s .

$$\sigma_n = \frac{n_n q^2}{m} \tau,$$

$$\sigma_s = \frac{1}{\omega \mu_0 \lambda_L^2} = \frac{n_s q^2}{m} \tau_s,$$

где n – это концентрация нормальных n_n и сверхпроводящих n_s носителей заряда, q – элементарный заряд, m – его масса, $\tau(\tau_s)$ – время релаксации нормально-го (сверхпроводящего) носителя заряда, λ_L – лондоновская глубина. Следует отметить, что обе проводимости зависят от температуры, при этом для сверхпроводящей составляющей эта зависимость обусловлена температурной зависимостью лондоновской глубины проникновения:

$$\lambda_L(T) = \frac{\lambda_L(0)}{\left(1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^4\right)^{1/2}}, \quad (10)$$

где T_c – критическая температура проводника. Поскольку общая концентрация заряда должна оставаться неизменной, в замкнутой системе $n = n_n + 2n_s$, то зависимость от температуры нормальной составляющей будет пропорциональна $\sim \left(\frac{T}{T_c}\right)^4$.

Волновое сопротивление копланарной линии определяется следующим выражением:

$$Z = \sqrt{\frac{L_s}{C}}, \quad (11)$$

где C – погонная емкость линии, а $L_s = L_{\text{кин}} + L$ представляет собой сумму погонной (1) и кинетической (8) индуктивностей.

Зная погонные параметры, фазовую скорость в сверхпроводящем режиме определим как $v_{\Phi}^{\text{св}} = \frac{1}{\sqrt{CL_s}}$. Теперь мы можем определить резонансную частоту четвертьволнового сверхпроводящего резонатора:

$$f_{\text{рез}} = \frac{v_{\Phi}^{\text{св}}}{4(l_{\text{рез}} + l_0)}. \quad (12)$$

Здесь l_0 – геометрическая длина ответвителя (рис. 3), обеспечивающего связь между резонатором и линией, $l_{\text{рез}}$ – геометрическая длина самого резонатора.

На рис. 3 представлены две возможные геометрии ответвителя, обеспечивающего емкостную связь между резонатором и волноводной линией.

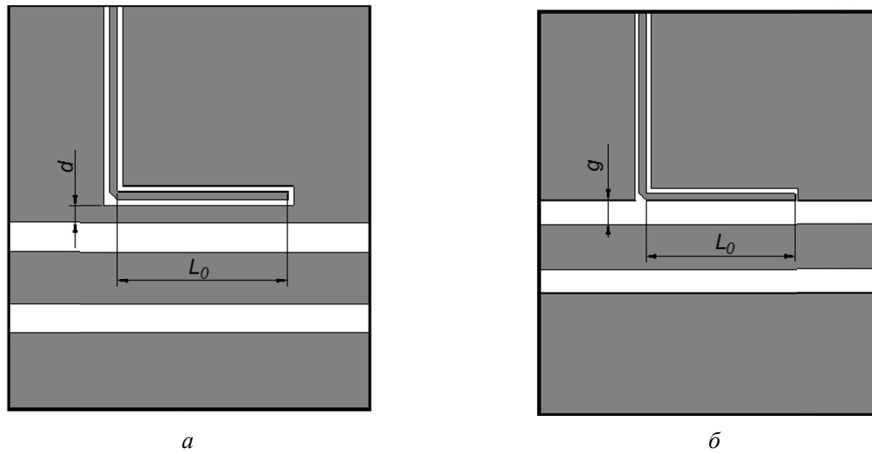


Рис. 3 – Копланарная линия передачи, связанная с резонатором:
 а – случай сплошного непрерывного полигона земли вокруг резонатора; б – случай прерванного полигона земли

Fig. 3 – Acoplanar transmission line coupled to the resonator:
 A case with ground strip between coupler and transmission line is shown on the left side. A case without ground strip is shown on the right side

Геометрия ответвителя влияет не только на резонансную частоту, но и на скорость излучения в волновод из резонатора. В общем случае добротность резонатора определяется как

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_{\text{внутр}}} + \frac{1}{Q_{\text{связи}}}, \quad (13)$$

где $Q_{\text{внутр}}$ – добротность, обусловленная диссипативными процессами в линии и нагрузке, $Q_{\text{связи}}$ – добротность, обусловленная связью с внешней средой. Поскольку $Q_{\text{связи}}$ полностью определяется параметрами ответвителя, который является основным предметом исследования в данной статье, то при численном моделировании мы будем рассматривать режим без внутренних диссипаций, принимая все сигнальные и заземленные линии за идеальный проводник, пренебрегая потерями в диэлектрике. Это позволит нам определить влияние только геометрии ответвителя на скорость испускания фотонов в волновод.

2. Расчет параметров структуры с тонкопленочным Nb резонатором на Si подложке

Рассмотрим структуру с линией передачи, ширина которой составляет $w = 0,15$ мм, величина зазора до заземленного полигона $g = 0,083$ мм. Размеры резонатора следующие: ширина резонатора $w_{\text{рез}} = 0,05$ мм, зазор до заземленного полигона $g_{\text{рез}} = 0,03$ мм. В качестве сверхпроводника используется Nb с критической температурой $T_c = 9,2$ K. Материал подложки – кремний (без потерь, что справедливо для $T < T_c$) с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_r = 11,9$, высота подложки $H = 525$ мкм. Согласно вышеописанным формулам получаем

$L_s = 0,406 \frac{\text{мкГн}}{\text{м}}$, $C = 171,697 \frac{\text{пФ}}{\text{м}}$ и волновое сопротивление $Z = 48,6 \text{ Ом}$, которое выбрано для согласования с 50-омными выводами.

К примеру, выберем резонансную частоту, равную $f_{\text{рез}} = 1,612 \text{ ГГц}$, что соответствует длине резонатора $l_{\text{рез}} = 18,56 \text{ мм}$.

Рассмотрим две различные геометрии ответвителя, представленные на рис. 3. Сначала структуру с наличием заземленного полигона, шириной $d = 0,05 \text{ мм}$ между линией передачи и резонатором (рис. 3, а). Затем рассмотрим структуру без него (рис. 3, б).

2.1. Структура со сплошным непрерывным полигоном земли

На рис. 4 представлена зависимость резонансной частоты от длины ответвителя для структуры с заземленным полигоном между ответвителем и волноводной линией. Сплошной линией показана теоретическая зависимость, точками отмечена зависимость, полученная по результатам численного моделирования. Теоретическая кривая была получена с помощью формулы (12).

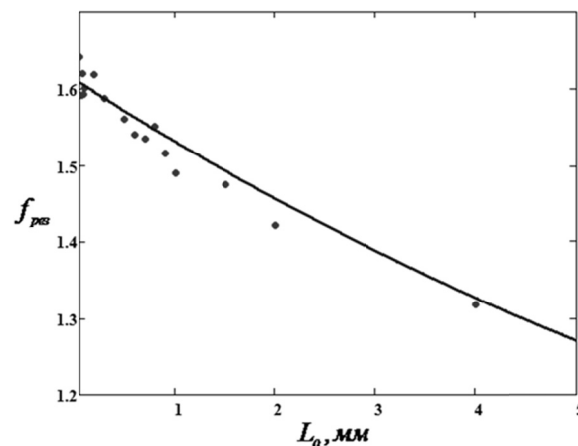


Рис. 4 – Зависимость резонансной частоты от длины ответвителя. Линией обозначена зависимость, полученная по формуле (12), точками – результаты численного моделирования

Fig. 4 – Resonance frequency dependence on of the coupler's length. Dependence derived from (12) (solid-line), simulate on results (dots)

Таким образом, мы видим, что в данном случае ответвитель модифицирует резонансную частоту в соответствии с (12).

Согласно [13] добротность связи определяется из эквивалентной схемы Нортон, в которой распределенная структура представлена в сосредоточенном базисе:

$$Q_{\text{связи}} = 4\pi^2 \omega_{\text{рез}} C_{\text{экв}} \left(\frac{R^* R_p}{R^* + 2R_p} \right) \approx 2\pi^2 \omega_{\text{рез}} C_{\text{экв}} R^*, \quad (14)$$

где $R_p = \frac{Z}{\alpha L_{\text{рез}}}$ стремится к бесконечности, поскольку мы вначале положили потери равными нулю, т. е. $\alpha = 0$. Здесь $R^* = \frac{1 + \omega_{\text{рез}}^2 C_{\text{св}}^2 R_{\text{н}}^2}{\omega_{\text{рез}}^2 C_{\text{св}}^2 R_{\text{н}}^2} \frac{1}{2}$, $C^* = \frac{2C_{\text{св}}}{1 + \omega_{\text{рез}}^2 C_{\text{св}}^2 R_{\text{н}}^2}$, где $\omega_{\text{рез}} = 2\pi f_{\text{рез}}$, $C_{\text{св}}$ – емкость связи между резонатором и линией передачи, $R_{\text{н}} = 50 \text{ Ом}$ – сопротивление нагрузки. Эквивалентные емкость и индуктивность $C_p = \frac{C(l_{\text{рез}} + l_0)}{2}$, $L_p = L_s(l_{\text{рез}} + l_0)$. Емкостную связь между линией передачи и ответвителем будем рассчитывать из формул, полученных в работе [14], где определялась погонная емкость между симметричными копланарными линиями, а индуктивной связью пренебрегаем, полагая, что в рассматриваемом диапазоне длин добротность будет определяться только емкостной связью.

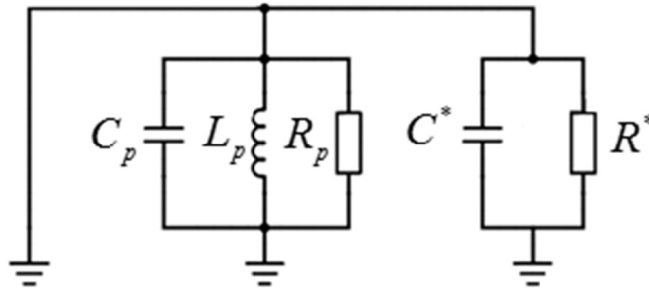


Рис. 5 – Эквивалентная схема резонатора, непрямым образом взаимодействующего с волноводной линией [13]

Fig. 5 – Theequivalent scheme of a side coupled resonator [13]

Определим емкость связи при наличии заземленного полигона шириной d [14]:

$$C_{\text{св}} = -\frac{2\varepsilon_{\text{эфф}}\varepsilon_0 l_0}{\pi} \ln \left(1 - \left(\frac{(\langle w \rangle + \langle g \rangle) - \langle g \rangle / 4}{d + \langle w \rangle + 2\langle g \rangle} \right)^2 \right) \frac{w}{w_{\text{рез}}}. \quad (15)$$

Поскольку в [14] рассмотрен случай симметричных линий, а в нашем случае ширина волноводной линии отличается от ширины резонаторной линии, то в формулу (15) был внесен поправочный коэффициент, равный отношению ширины волноводной линии к ширине резонаторной линии, который был получен нами эмпирическим путем. Все значения высчитывались как средние от исходных размеров:

$$\langle w \rangle = \frac{w + w_{\text{рез}}}{2},$$

$$\langle g \rangle = \frac{g + g_{\text{рез}}}{2}.$$

На рис. 6 приведены теоретическая зависимость добротности, рассчитанная по формуле (14) с учетом модифицированной емкости связи (15), и значения добротности, полученные из результатов численного моделирования.

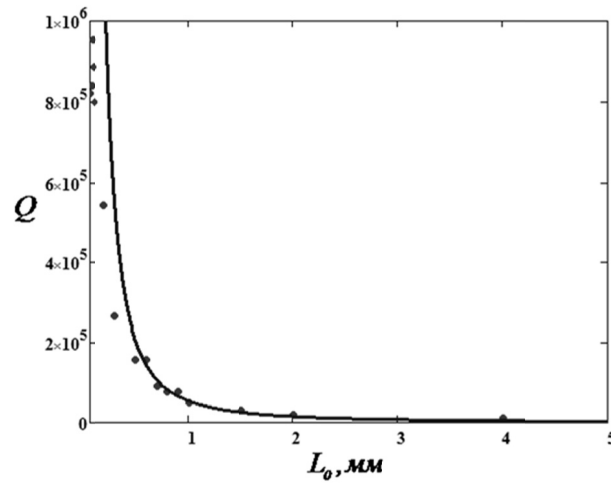


Рис. 6 – Зависимость добротности копланарного резонатора от длины ответвителя. Линией обозначена зависимость, полученная по формуле (14), точками – результаты численного моделирования

Fig. 6 –The quality factor dependence on the coupler's length. The dependence derived from (14)(solidline), simulation results (dottedline)

В ходе моделирования (сплошная кривая на рис. 6) добротность определялась из АЧХ следующим выражением: $Q_m = \frac{f'_{\text{рез}}}{\Delta f}$. Здесь Δf – ширина резонансной кривой по уровню -3 дБ, а $f'_{\text{рез}}$ – резонансная частота, полученная из моделирования. Зависимость добротности копланарного резонатора, по результатам численного моделирования, и расчетная зависимость, с учетом поправочного коэффициента для несимметричной линии, хорошо согласуются до тех пор, пока длина ответвителя не станет соизмеримой с размерами резонатора. Это означает, что заметное влияние оказывают краевые эффекты, которые не учитываются приведенными выше формулами. Более того, мы видим, что при малых длинах ответвителя добротность стремится к добротности открытой линии, что объясняется тем, что в этом случае практически пропадает связь волновода с резонатором, и сигнал проходит, не взаимодействуя с последним из-за экранирующих свойств непрерывного полигона земли.

3. Случай без сплошного непрерывного полигона

На рис.7 представлена зависимость резонансной частоты от длины ответвителя для структуры при отсутствии заземленного полигона между ответвителем и волноводной линией. Сплошной линией показана теоретическая зависимость, точками отмечена зависимость, полученная по результатам численного моделирования. Теоретическая кривая также была получена с помощью формулы (12).

В этом случае емкость связи определяется как

$$C_{\text{св}} = \frac{2\epsilon\epsilon_0 l_0}{\pi} \ln \left(\frac{\langle w \rangle}{\langle g \rangle / 4} \frac{\langle w \rangle}{2\langle w \rangle - \langle g \rangle / 4} \right) \frac{w}{w_{\text{рез}}}. \quad (16)$$

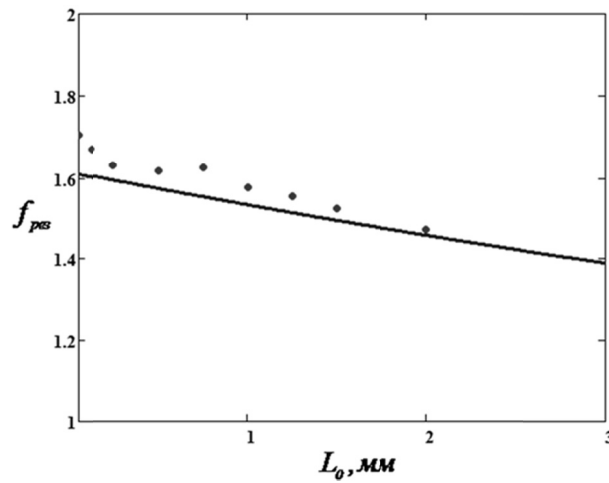


Рис. 7 – Зависимость резонансной частоты от длины ответвителя в случае отсутствия земляного полигона

Fig. 7 – The dependence of resonance frequency on the coupler's length for the case without ground strip

На рис. 8 представлены зависимости добротности копланарного резонатора от длины ответвителя, сплошная линия – расчетные значения, пунктирная – результаты моделирования. Также при соизмеримости ширины линии резонатора и длины ответвителя происходит расхождение формулы из-за краевых эффектов.

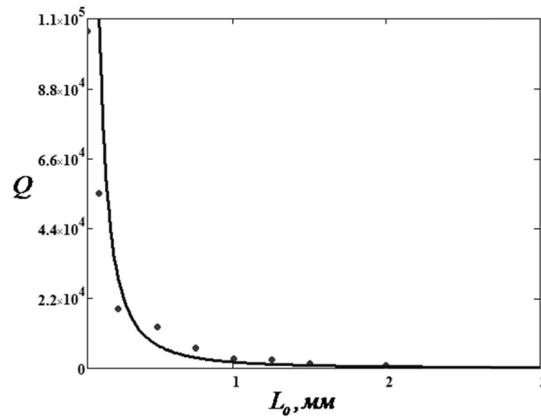


Рис. 8 – Зависимость добротности резонатора от длины ответвителя

Fig. 8 – The dependence of the quality factor on the coupler's length

Таким образом, полученные формулы хорошо описывают зависимость добротности резонатора от геометрических размеров ответвителя. Данные добротности однозначно связаны со скоростью излучения Γ из резонатора в волновод:

$$\Gamma = \frac{\omega_{рез}}{Q}.$$

Заключение

В данной работе были исследованы зависимости добротности и фундаментальной частоты сверхпроводникового копланарного резонатора, непрямым образом связанного с линией передачи, от длины ответвителя. Рассмотрены два случая копланарной структуры при наличии заземленного полигона между резонатором и линией, а также при его отсутствии. Для обеих конфигураций был определен поправочный коэффициент, позволяющий обобщить формулы [14] на случай несимметричных линий. Это дало возможность сравнить расчетные зависимости величины добротности от длины ответвителя с результатами численного моделирования. Используя полученные формулы, в проектируемую структуру можно заранее закладывать данные параметры с учетом сверхпроводимости, что должно сократить время на проектирование систем с подобным типом связи между резонатором и линией. Поскольку современные методы численного расчета СВЧ структур имеют высокую точность, то полученные результаты также являются достаточно точными.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Thompson R.J., Rempe G., Kimble H.J.** Observation of normal-mode splitting for an atom in an optical cavity // *Physical Review Letters*. – 1992. – Vol. 68. – P. 1132.
2. **Haroche S., Raimond J.M.** Exploring the quantum: atoms, cavities, and photons. – Oxford: Oxford university press, 2006.
3. Quantum information processing using quantum dot spins and cavity QED / A. Imamoglu, D.D. Awschalom, G. Burkard, D.P. Divincenzo, D. Loss, M. Sherwin, A. Small // *Physical Review Letters*. – 1999. – Vol. 83. – P. 4204.
4. Circuit QED with a flux qubit strongly coupled to a coplanar transmission line resonator / T. Lindstrom, C.H. Webster, J.E. Healey, M.S. Colclough, C.M. Muirhead, A.Ya. Tzalenchuk // *Superconductor Science and Technology*. – 2007. – Vol. 20. – P. 814–821.
5. Superconducting qubit-oscillator circuit beyond the ultrastrong-coupling regime / F. Yoshihara, T. Fuse, S. Ashhab, K. Kakuyanagi, S. Saito, K. Semba // *Nature Physics*. – 2017. – Vol. 13. – P. 44–47. – doi: 10.1038/nphys3906.
6. Coupling a quantum dot, fermionic leads, and a microwave cavity on a chip / M.R. Delbecq, V. Schmitt, F.D. Parmentier, N. Roch, J.J. Viennot, G. Fève, B. Huard, C. Mora, A. Cottet, T. Kontos // *Physical Review Letters*. – 2011. – Vol. 25. – P. 256804.
7. Out-of-equilibrium charge dynamics in a hybrid circuit quantum electrodynamics architecture / J.J. Viennot, M.R. Delbecq, M.C. Dartiailh, A. Cottet, T. Kontos // *Physical Review B*. – 2014. – Vol. 89 (16). – P. 165404.
8. **Zheng H., Baranger H.U.** Persistent quantum beats and long-distance entanglement from waveguide-mediated interactions // *Physical Review Letters*. – 2013. – Vol. 110. – P. 113601.
9. Transport properties of a microwave photon in a system with two artificial atoms / A.N. Sultanov, Ya.S. Greenberg, D.S. Karpov, B.I. Ivanov, S.N. Shevchenko // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП-2016) = Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE-2016): труды 13 международной научно-технической конференции, Новосибирск, 3–6 октября 2016 г.: в 12 т. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. – Т. 2. – С. 38–41.
10. Frequency division multiplexing readout and simultaneous manipulation of an array of flux qubits / M. Jerger, S. Poletto, P. Macha, U. Hübner, E. Il'ichev, A.V. Ustinov // *Applied Physics Letters*. – 2012. – Vol. 101. – P. 042604. – doi: <http://dx.doi.org/10.1063/1.4739454>.
11. Detection of weak microwave fields with an underdamped Josephson junction / G. Oelsner, C.K. Andersen, M. Reháček, M. Schmelz, S. Anders, M. Grajcar, U. Hübner, K. Mølmer, E. Il'ichev // *Physical Review Applied*. – 2017. – Vol. 7. – P. 014012.
12. **Hofmann S.** Design, fabrication and characterization of a microwave resonator for circuit QED: diploma thesis / Technical University of Munich. – Munich, 2007.

13. Coplanar waveguide resonators for circuit quantum electrodynamics / M. Göppl, A. Fragner, M. Baur, R. Bianchetti, S. Filipp, J.M. Fink, P.J. Leek, G. Puebla, L. Steffen, A. Wallraff // *Journal of Applied Physics*. – 2008. – Vol. 104. – P. 113904. – doi: <http://dx.doi.org/10.1063/1.3010859>.
14. **Martinis J.M., Barends R., Korotkov A.N.** Calculation of coupling capacitance in planar electrodes [Electronic resource]. – URL: <https://arxiv.org/pdf/1410.3458.pdf> (accessed: 26.04.2017).

DESIGN OF SUPERCONDUCTING SIDE-COUPLED COPLANAR RESONATOR

Mutsenik E.A., Sultanov A.N., Ivanov B.I.

Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

In this article we show analytical equations to design a side coupled coplanar resonator and predefine its fundamental frequency and photon emission rate to the waveguide as well as its Q-factor before numerical simulation. It helps to accelerate the design process and make some optimization in special cases. To define parameters of the coplanar line in the superconducting state we used two fluid modes together with the standard conformal mapping technique. We analyze two designs of side coupled quarter wavelength resonators and compare the simulation results with analytical dependences.

Keywords: Superconductive coplanar resonator, side-coupled resonator.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-1-85-97

REFERENCES

1. Thompson R.J., Rempe G., Kimble H.J. Observation of normal-mode splitting for an atom in an optical cavity. *Physical Review Letters*, 1992, vol. 68, p. 1132.
2. Haroche S., Raimond J.M. *Exploring the quantum: atoms, cavities, and photons*. Oxford, Oxford University Press, 2006.
3. Imamog A., Awschalom D.D., Burkard G., Divincenzo D.P., Loss D., Sherwin M., Small A. Quantum information processing using quantum dot spins and cavity QED. *Physical Review Letters*, 1999, vol. 83, p. 4204.
4. Lindstrom T., Webster C.H., Healey J.E., Colclough M.S., Muirhead C.M., Tzalenchuk A.Ya. Circuit QED with a flux qubit strongly coupled to a coplanar transmission line resonator. *Superconductor Science and Technology*, 2007, vol. 20, pp. 814–821.
5. Yoshihara F., Fuse T., Ashhab S., Kakuyanagi K., Saito S., Semba K. Superconducting qubit-oscillator circuit beyond the ultrastrong-coupling regime. *Nature Physics*, 2017, vol. 13, pp. 44–47. doi: 10.1038/nphys3906.
6. Delbecq M.R., Schmitt V., Parmentier F.D., Roch N., Viennot J.J., Fève G., Huard B., Mora C., Cottet A., Kontos T. Coupling a quantum dot, fermionic leads, and a microwave cavity on a chip. *Physical Review Letters*, 2011, vol. 25, p. 256804.
7. Viennot J.J., Delbecq M.R., Dartailh M.C., Cottet A., Kontos T. Out-of-equilibrium charge dynamics in a hybrid circuit quantum electrodynamics architecture. *Physical Review B*, 2014, vol. 89 (16), p. 165404.
8. Zheng H., Baranger H.U. Persistent quantum beats and long-distance entanglement from waveguide-mediated interactions. *Physical Review Letters*, 2013, vol. 110, p. 113601.
9. Sultanov A.N., Greenberg Ya.S., Karpov D.S., Ivanov B.I., Shevchenko S.N. Transport properties of a microwave photon in a system with two artificial atoms. *Trudy XIII mezhdunarodnoi konferentsii "Aktual'nye problemy elektronnoy priborostroeniya", APEP-2016: v 12 t. [13th International Conference on Actual Problems of Electronic Instrument Engineering, APEIE-2016: proceedings: in 12 vol.]*, Novosibirsk, 3–6 October 2016, vol. 2, pp. 38–41.
10. Jerger M., Poletto S., Macha P., Hübner U., Il'ichev E., Ustinov A.V. Frequency division multiplexing readout and simultaneous manipulation of an array of flux qubits. *Applied Physics Letters*, 2012, vol. 101, p. 042604. doi: <http://dx.doi.org/10.1063/1.4739454>.
11. Oelsner G., Andersen C.K., Rehák M., Schmelz M., Anders S., Grajcar M., Hübner U., Mølmer K., Il'ichev E. Detection of weak microwave fields with an underdamped Josephson junction. *Physical Review Applied*, 2017, vol. 7, p. 014012.

12. Hofmann S. *Design, fabrication and characterization of a microwave resonator for circuit QED*: diploma thesis. Technical University of Munich. Munich, 2007.
13. Göppl M., Fragner A., Baur M., Bianchetti R., Filipp S., Fink J.M., Leek P.J., Puebla G., Steffen L., Wallraff A. Coplanar waveguide resonators for circuit quantum electrodynamics. *Journal of Applied Physics*, 2008, vol. 104, p. 113904. doi: <http://dx.doi.org/10.1063/1.3010859>.
14. Martinis J.M., Barends R., Korotkov A.N. *Calculation of coupling capacitance in planar electrodes*. Available at: <https://arxiv.org/pdf/1410.3458.pdf>. (accessed 26.04.2017)

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



Муценник Евгения Александровна – родилась в 1992 году, магистрант кафедры конструирования и технологии радиоэлектронных средств Новосибирского государственного технического университета. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. E-mail: mutsenik.e@gmail.com).

Mutsenik Evgeniya Alexandrovna (b. 1992) – a master student at the Department of design and technology of radio electronic devices in the Novosibirsk State Technical University. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: mutsenik.e@gmail.com).



Султанов Айдар Наильевич – родился в 1991 году, аспирант кафедры прикладной и теоретической физики, м.н.с. Лаборатории квантовой криогенной электроники Новосибирского государственного технического университета. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. E-mail: sultanov.aydar@ngs.ru).

Sultanov Aydar Nail'evich (b. 1991) – PhD student at the Department of design and technology of radio electronic devices in the Novosibirsk State Technical University. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: sultanov.aydar@ngs.ru).



Иванов Борис Игоревич – родился в 1986 году, канд. техн. наук, научный сотрудник лаборатории криогенной квантовой электроники Новосибирского государственного технического университета. Опубликовано 12 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. E-mail: to_ivanov_boris@yahoo.com).

Ivanov Boris Igorevich (b. 1986) – Candidate of Sciences (Eng.), senior scientist in the cryogenic quantum electronics laboratory in Novosibirsk State Technical University. He is the author of 12 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: to_ivanov_boris@yahoo.com).

Статья поступила 10 марта 2017 г.

Received March 10, 2017

To Reference:

Mutsenik E.A., Sultanov A.N., Ivanov B.I. *Proektirovanie sverkhprovodnikovogo koplanarnogo rezonatora nepryamym obrazom vzaimodeistvuyego s volnovodnoi liniei* [Design of superconducting side-coupled coplanar resonator]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 1 (34), pp. 85–97. doi: [10.17212/1727-2769-2017-1-85-97](https://doi.org/10.17212/1727-2769-2017-1-85-97)