

УДК 621.396.96: 519.6

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УЛЬТРАСМЕШАННЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ СВЧ-ДИАГНОСТИКИ

М.С. Соппа

*Новосибирский государственный архитектурно-
строительный университет (Сибстрин)*

Рассматриваются обратные задачи рассеяния, постановка которых включает в себя следующие составляющие. Во-первых, на различных участках поверхности импедансного рассеивателя требуется определить различные сочетания поверхностных характеристик: импедансное покрытие, геометрические параметры формы. Во-вторых, диаграмма рассеяния в дальней зоне на своих различных участках может содержать значения амплитуды отраженного сигнала, его фазы, а на некоторых участках могут быть известны полные комплекснозначные величины рассеянного поля. В работе используется подход, связанный с применением модифицированного граничного условия, это позволяет перейти от исходной краевой задачи к системе нелинейных интегральных уравнений. Промежуточным этапом для решения основной задачи является восстановление распределения поверхностного импеданса при фиксированной форме объекта. Построение дискретного аналога интегро-операторного уравнения приводит к системе комплекснозначных алгебраических уравнений с блочно-матричной структурой. Вводятся дополнительные переменные в виде вещественных и мнимых частей рассеянного поля. С использованием связей между реальными и мнимыми частями сделан переход к нелинейной вещественной системе специального вида. Нелинейная вспомогательная задача решается итерационным методом Ньютона. Показано, что сходимость метода существенно улучшается при помощи замены переменных и переходе к матрице дифференциала с элементами, ограниченными на всей области определения.

Ключевые слова: интегральное уравнение, смешанная обратная задача рассеяния, модуль и фаза рассеянного поля, метод граничных элементов.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-3-7-18

Введение

Современные технологии исследований в области СВЧ-диагностики, неразрушающего контроля и дистанционного зондирования требуют расширения автоматизации процессов обработки результатов, полученных с помощью измерений. Это приводит к ускоренному развитию математического моделирования и численному исследованию обратных задач теории электромагнитного рассеяния в различных постановках [1, 2]. В частности, определение формы рассеивателя рассматривалось в работах [3, 4], восстановление импедансных характеристик поверхности – в [5]. Исследовались постановки задач, когда диаграмма рассеяния содержит неполные данные: только модуль или фазовую функцию рассеянного поля [6, 7]. В настоящей работе предлагается подход, когда на различных участках поверхности рассеивателя требуется восстановить геометрию, либо импедансное покрытие. Кроме того, диаграмма рассеяния имеет составной характер: на отдельных ее участках это могут быть комплексные значения, на других участках – фаза или модуль рассеянного поля.

1. Постановка задачи

Исследуется стационарная задача дифракции линейно поляризованной электромагнитной волны на замкнутой цилиндрической поверхности S . Направление падения волны перпендикулярно ее образующей – оси OZ , при этом вектор \vec{E} параллелен этой оси.

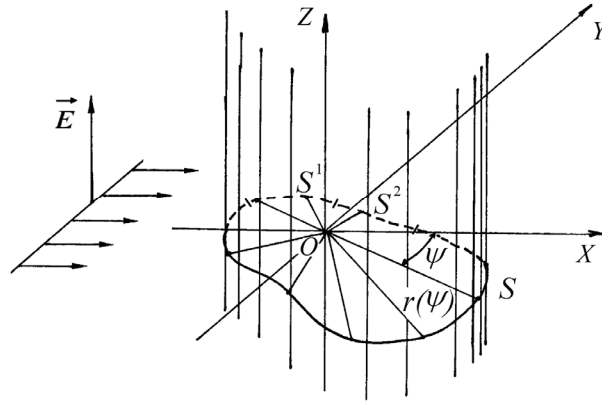


Рис. 1 – Задание смешанных условий на границе

Fig. 1 – Setting mixed conditions on the boundary

Контур поперечного сечения S может содержать участки $S^1 \subset S$, на которых уравнение границы неизвестно, и участки $S^2 \subset S$ с неизвестным заранее поверхностным импедансом. Введем параметрическое описание поверхности S , используя функцию радиус-вектора $r(\psi)$.

Область изменения углов предполагается дискретной, следовательно, вариация искомого контура допускается в конечном наборе опорных сечений $\psi \in \{\psi_i, i = 1, \dots, n\}$, соответствующих участку S^1 .

Для ненулевой компоненты электрического поля $E_z(x, y)$ выполняется уравнение Гельмгольца:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + k^2 u = 0, \quad (1)$$

где $u = E_z(x, y)$; $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$; λ – длина волны; ω – круговая частота; c – скорость распространения электромагнитного излучения в вакууме.

Обычно используемое граничное условие типа Леонтовича

$$u(x, y) = - \frac{iW}{\omega\mu} \frac{\partial u(x, y)}{\partial n} \quad (2)$$

заменяется на модифицированное импедансное граничное условие [1]

$$u(x, y) + \frac{1}{i\zeta} \frac{\partial u_0(x, y)}{\partial n} = 0. \quad (3)$$

Здесь $W(x, y)$ – импеданс поверхности, комплекснозначная функция, описывающая взаимодействие электромагнитного поля со скин-слоем; u_0 – решение прямой задачи на идеальнопроводящей поверхности, а $\varsigma = k \frac{W_0}{W}$, где $W_0 = 120 \pi = \sqrt{\mu / \varepsilon}$ – волновое сопротивление свободного пространства.

На бесконечности должно выполняться асимптотическое условие излучения для рассеянного поля $u^s(x, y) = u(x, y) - u_1(x, y)$:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \sqrt{R} \left(\frac{\partial u^s}{\partial R} - i k u^s \right) = 0, \quad (4)$$

через $u(x, y)$ обозначено полное поле, а через $u_1(x, y)$ – падающее поле

В теории синтеза рассеивателей могут возникать задачи построения объектов, поверхность которых имеет в общем случае участки трех типов:

I – с известным импедансом W_g и с неизвестной геометрией $S^1 = S^1(r_I(\psi))$;

II – с неизвестным импедансом W_{II} и с известной геометрией S^2 ;

III – с известным (заданным) распределением импеданса W_g и с известной геометрией $S^3 = S / (S^1 \cup S^2)$.

Обычная постановка смешанной обратной задачи состоит в том, что требуется определить функцию W_{II} и контур участка S^1 , обеспечивающие минимум функционала среднеквадратичного отклонения диаграммы рассеяния объекта $e(\varphi)$ от заданной $e_g(\varphi)$ в конечном наборе точек:

$$J = \sum_{i=1}^m |e(\varphi_i) - e_g(\varphi_i)|^2 \rightarrow \min_{W_{II}, S^1(r_I(\psi))}, \quad (5)$$

где $\Phi = \{\varphi_i, i = \overline{1, m}\}$ – это набор полярных углов (направлений отраженной электромагнитной волны), $e(\varphi) = (u(x, y) - u_1) \sqrt{R} e^{-ikR}$, $R = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty$, $y/x = \operatorname{tg} \varphi$.

Рассматриваемый в настоящей работе *ультрасмешанный* тип обратных задач обусловлен тем, что дополнительно заданная информация об отраженном сигнале может иметь различные свойства на подмножествах набора полярных углов $\Phi = \Phi_1 \cup \Phi_2 \cup \Phi_3$.

На участке $\Phi_1 = \{\varphi_{1j}, j = \overline{1, m_1}\}$ задана полная комплекснозначная величина диаграммы рассеяния $e_g(x_{1i}, y_{1i})$.

На участке $\Phi_2 = \{\varphi_{2j}, j = \overline{1, m_2}\}$ задана фазовая функция отраженного сигнала $\theta_{gj} = \operatorname{arctg}(\operatorname{Im} e(x_{2j}, y_{2j}) / \operatorname{Re} e(x_{2j}, y_{2j}))$.

На подмножестве $\Phi_3 = \{\varphi_{3j}, j = \overline{1, m_3}\}$ задается наиболее часто используемая амплитудная характеристика $a_{gj} = |e(x_{3j}, y_{3j})|$.

При этом выполняется соотношение $m = m_1 + m_2 + m_3$. Отметим, что вместо фазовой функции на подмножестве Φ_2 может задаваться вещественная или мнимая компонента $\operatorname{Re} e(x_{2j}, y_{2j})$ или $\operatorname{Im} e(x_{2j}, y_{2j})$.

Таким образом, вместо условия (5) получаем задачу минимизации более сложного функционала, полагая неизвестными распределение поверхностного импеданса W_{II} и геометрию $S^1 = S^1(r_I(\psi))$:

$$J = \sum_{\varphi_{1j} \in \Phi_1} |e(\varphi_{1j}) - e_g(\varphi_{1j})|^2 + k_0 \sum_{\varphi_{2j} \in \Phi_2} |\theta(\varphi_{2j}) - \theta_{gj}|^2 + \sum_{\varphi_{3j} \in \Phi_3} |e(\varphi_{3j}) - a_{gj}|^2 \rightarrow \min_{W_{II}, S^1(r_I(\psi))}. \quad (6)$$

Экстремальное соотношение (6) дополняется уравнением Гельмгольца (1) в области, ограниченной контуром S , с модифицированным импедансным граничным условием (3) и асимптотическим условием излучения для отраженного поля на бесконечности (4).

Согласно постановке обратной задачи, нам известна не полная информация о рассеянном поле в точках наблюдения. Поэтому соотношения (1, 3, 4, 6) необходимо дополнить следующими зависимостями, связывающими между собой мнимые и вещественные части рассеянного поля и его модуль.

Для точек (x_{2j}, y_{2j}) , в которых задана фазовая диаграмма, связи являются линейными:

$$\operatorname{Im} e(\varphi_{2j}) = \operatorname{tg}(\theta_{gj}) \operatorname{Re} e(\varphi_{2j}), \quad \varphi_{2j} \in \Phi_2. \quad (7)$$

На подмножестве точек (x_{3j}, y_{3j}) , где задается модульная диаграмма, соответствующие условия нелинейны:

$$\operatorname{Re} e(\varphi_{3j}) = \mu_j \sqrt{a_{gj}^2 - (\operatorname{Im} e(\varphi_{3j}))^2}, \quad \varphi_{3j} \in \Phi_3, \quad (8)$$

где μ_j – неизвестные заранее знаки мнимых частей.

2. Переход к системе интегральных уравнений

Используя функцию Грина свободного пространства $g(M, P) = \frac{i\pi}{2} H_0^{(1)}(kr_{M,P})$, где $H_0^{(1)}$ – функция Ханкеля нулевого порядка первого рода, аналогично [3], от (1, 3, 4, 6) переходим к системе интегральных уравнений:

$$\begin{aligned} & \sqrt{R} e^{-ikR} \frac{1}{2\pi} \left(\int_{S^1(r_I(\psi))} \left(\frac{iW_g(P)}{kW_0} \frac{\partial u_0(P)}{\partial n} \frac{\partial g(M, P)}{\partial n_P} + \frac{\partial u(P)}{\partial n} g(M, P) \right) dS_P + \right. \\ & \quad \left. + \int_{S^2} \left(\frac{iW_{II}(P)}{kW_0} \frac{\partial u_0(P)}{\partial n} \frac{\partial g(M, P)}{\partial n_P} + \frac{\partial u(P)}{\partial n} g(M, P) \right) dS_P + \right. \\ & \quad \left. + \int_{S^3} \left(\frac{iW_g(P)}{kW_0} \frac{\partial u_0(P)}{\partial n} \frac{\partial g(M, P)}{\partial n_P} + \frac{\partial u(P)}{\partial n} g(M, P) \right) dS_P = e_g(M) \right), \quad M \in S_R, \quad (9) \end{aligned}$$

где S_R – окружность достаточно большого радиуса, $\gamma = \sqrt{R} e^{-ikR}$,

$$\begin{aligned}
 & \frac{W_S(M)}{2ikW_0} \frac{\partial u_0(M)}{\partial n} = \\
 & = \frac{1}{2\pi} \left(\int_{S^1(r_I(\psi))} \left(\frac{\partial u(P)}{\partial n} g(M, P) - \frac{W_g(P)}{ikW_0} \frac{\partial u_0(P)}{\partial n} \frac{\partial g(M, P)}{\partial n_P} \right) dS_P + \right. \\
 & \quad \left. + \int_{S^2} \left(\frac{\partial u(P)}{\partial n} g(M, P) + \frac{W_{II}(P)}{ikW_0} \frac{\partial u_0(P)}{\partial n} \frac{\partial g(M, P)}{\partial n_P} \right) dS_P + \right. \\
 & \quad \left. + \int_{S^3} \left(\frac{\partial u(P)}{\partial n} g(M, P) + \frac{W_g(P)}{ikW_0} \frac{\partial u_0(P)}{\partial n} \frac{\partial g(M, P)}{\partial n_P} \right) dS_P + u_1(M) \right), \quad M \in S, \quad (10)
 \end{aligned}$$

где функция W_S определяется следующим образом:

$$W_S(M) = \begin{cases} W_g, & M \in S^1, \\ W_{II}, & M \in S^2, \\ W_g, & M \in S^3. \end{cases} \quad (11)$$

В полученную систему уравнений (9, 10) входят искомые функции W_{II} , $r_I(\psi)$ и $\partial u / \partial n$. Данная система является существенно нелинейной, так как участок области интегрирования $S^1 = S^1(r_I(\psi))$ зависит от искомой функции.

Решение уравнений (9, 10) с условиями связи (7, 8) основано на итерационном процессе с применением метода искусственного «погружения» [3]. В предположении о том, что форма поверхности зафиксирована, используя обращение операторов решения прямой задачи рассеяния, совершается переход к интегрооператорному уравнению для определения поверхностного импеданса. При этом из (9, 10) исключается функция $\partial u / \partial n$ и строится оператор

$$W = G(e_g, r_I(\psi)). \quad (12)$$

Он позволяет по известной геометрии рассеивателя и заданным значениям рассеянного поля найти первое приближение $W_{II}^{(1)}$, при этом импеданс на варьируемых участках поверхности также считается неизвестным $W_I^{(1)}$. В рамках описанной вспомогательной задачи решаются проблемы, связанные с регуляризацией. Полагая $W = W_g$ на тех участках, где импеданс задан, можем рассматривать (12) как нелинейное операторное уравнение для определения формы $r_I(\psi)$ неизвестного участка контура S^1 . Это уравнение, в свою очередь, решается с применением метода Ньютона.

3. Анализ вспомогательной задачи

При фиксированной геометрии поверхности, предполагая, что $S = S^3$, получаем вспомогательное интегрооператорное уравнение

$$\begin{aligned}
& \frac{\gamma}{2\pi k W_0} \int_S \left(i \frac{\partial g(M, P)}{\partial n_P} + g(M, P) B^{-1} A \right) \frac{\partial u_0(P)}{\partial n} W(P) dS_P = \\
& = e_g(M) - \frac{\gamma}{2\pi} \int_S \frac{\partial u_0(P)}{\partial n} g(M, P) dS_P, \quad M \in S_R,
\end{aligned} \tag{13}$$

где A и B – операторы решения прямых задач дифракции при различных поляризациях падающей волны. Данное уравнение выполняется в тех точках дальней зоны, где задана (в каких-то случаях, частично) информация о напряженности рассеянного поля, т.е. в наборе азимутов $\varphi \in \Phi_1 \cup \Phi_2 \cup \Phi_3$.

В результате построения дискретного аналога уравнения (13) по методу граничных элементов [1] получаем систему комплекснозначных линейных алгебраических уравнений:

$$C_1 \mathbf{z}_1 = \mathbf{f}_1. \tag{14}$$

Предполагаем, что количество точек наблюдения m_2 и m_3 кратны 2, а число панелей разбиения контура поверхности S удовлетворяет условию $N = m_1 + m_2 / 2 + m_3 / 2$. Комплекснозначная матрица C_1 с известными коэффициентами имеет порядок $(m_1 + m_2 + m_3) \times (m_1 + 3m_2 / 2 + 3m_3 / 2)$:

	$m_1 + m_2/2 + m_3/2$	m_2	m_3
m_1	C_2	0	0
m_2	C_3	$-E_{m_2}$	0
m_3	C_4	0	$-E_{m_3}$

где E_{m_2} и E_{m_3} – единичные матрицы соответствующего порядка. Числа в первой строке и первом столбце показывают количество компонент в данном блоке.

Вектор искомых параметров \mathbf{z}_1 имеет следующие компоненты:

$m_1 + m_2/2 + m_3/2$	m_2	m_3
W	e_2	e_3

В качестве искомых величин здесь дополнительно введены вещественные и мнимые части рассеянного поля, так как комплексные значения $e_2(\varphi)$ и $e_3(\varphi)$ рассеянного поля в точках наблюдения $\varphi \in \Phi_2 \cup \Phi_3$ – неизвестны.

Вектор правой части \mathbf{f}_1 имеет $(m_1 + m_2 + m_3)$ компонент и получается в результате дискретизации интеграла в правой части интегрооператорного уравнения (13).

Систему (14) можно переписать в вещественном виде

$$C_5 \mathbf{z}_2 = \mathbf{f}_2, \tag{15}$$

так как произвольная система с комплексными коэффициентами с помощью известного приема сводится к вещественной системе, имеющей двойную размер-

ность. Кроме того, чтобы уравнивать количество уравнений и искомых параметров, используем соотношения связи (7, 8).

Введем обозначения: T – диагональная матрица порядка m_2 , с элементами вида $t_{ii} = -\text{tg}(\theta_{gi})$, матрицы C_i , $i = 6, 8$, связаны с матрицами, входящими в C_1 :

$$C_i = \begin{pmatrix} \text{Re } C_{i-4} & -\text{Im } C_{i-4} \\ \text{Im } C_{i-4} & \text{Re } C_{i-4} \end{pmatrix}.$$

Квадратная матрица C_5 имеет вид:

	$2m_1+m_2+m_3$	$2m_2$		$2m_3$	
$2m_1$	C_6	0		0	
$2m_2$	C_7	$-E_{2m_2}$		0	
$2m_3$	C_8	0		$-E_{2m_3}$	
m_2	0	T	E_{m_2}	0	
m_3	0	0		E_{m_3}	0

Вектор решения z_2 имеет компоненты:

$2m_1 + m_2 + m_3$	$2m_2$	$2m_3$
$\text{Re } W \text{ Im } W$	$\text{Re } e_2 \text{ Im } e_2$	$\text{Re } e_3 \text{ Im } e_3$

Вектор правой части f_2 дополнен выражениями из (8):

$2m_1$	$2m_2$	$2m_3$	m_2	m_3
$\text{Re } f_{21} \text{ Im } f_{21}$	$\text{Re } f_{22} \text{ Im } f_{22}$	$\text{Re } f_{23} \text{ Im } f_{23}$	0	f_{24}

где $f_{24j} = \mu_j \sqrt{a_{gj}^2 - (\text{Im } e(\phi_{3j}))^2}$, $\phi_{3j} \in \Phi_3$.

С учетом математической некорректности исходной постановки обратной задачи восстановления (синтеза) поверхностного импеданса по результатам измерений в дальней зоне, перед решением системы уравнений (15) необходимо провести симметризацию и ввести регуляризующее слагаемое по А.Н. Тихонову с малым параметром регуляризации α .

Предложенная вычислительная схема для решения вспомогательной задачи обеспечивает возможность решения операторного уравнения (12). В результате получаем алгоритм, позволяющий решить исходную ультрасмешанную обратную задачу СВЧ-диагностики.

4. Численное решение нелинейной вспомогательной задачи

При заданной форме рассеивателя система уравнений (15) становится нелинейной лишь в том случае, когда имеется набор азимутов наблюдений диаграммы рассеяния $\varphi_{3j} \in \Phi_3 \neq \emptyset$, т. е. набор точек, где в результате измерений получены значения модуля рассеянного поля. Блочнотреугольный вид матрицы C_5 позволяет провести исключение искомым переменных W и e_2 и перейти к нелинейной вещественной алгебраической системе уравнений относительно вектора $\mathbf{z} = \{\text{Im } e_{31} / a_{g1}, \dots, \text{Im } e_{3m_3} / a_{gm_3}\}$, промасштабированного к заданным значениям модулей отраженного сигнала:

$$C\mathbf{z} = \mathbf{f}_3 + \mathbf{f}_4. \quad (16)$$

Элементы матрицы C и вектора \mathbf{f}_3 известны, а нелинейность содержится в векторе \mathbf{f}_4 :

$$f_{4j} = \mu_j \sqrt{1 - (z_j)^2}, \quad j = \overline{1, m_3}.$$

Применим для решения (16) итерационный метод Ньютона, согласно которому очередное приближение находится по формуле

$$\mathbf{z}^{(k+1)} = \mathbf{z}^{(k)} - \varepsilon D^{-1}(C\mathbf{z}^{(k)} - \mathbf{f}_3 - \mathbf{f}_4(\mathbf{z}^{(k)})), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (17)$$

Здесь ε – малый параметр. Элементы дифференциала D имеют вид

$$D_{ij} = C_{ij} + \delta_{ij} \mu_i \frac{z_i^{(k)}}{\sqrt{1 - (z_i^{(k)})^2}}, \quad (18)$$

где δ_{ij} – дельта Кронекера, $i = \overline{1, m_3}$, $j = \overline{1, m_3}$. Последовательные приближения, как и само решение, находятся внутри или на границе m_3 -мерного куба,

$$X_z = \{-1 \leq z_i \leq 1, \quad i = \overline{1, m_3}\}.$$

При подходе к границе области X_z норма дифференциала может неограниченно увеличиваться, что заметно ухудшает сходимость метода.

Предлагается следующая модернизация данного подхода. Проведенное масштабирование вектора \mathbf{z} делает оправданной замену переменных $z_i = \sin \xi_i$, $i = \overline{1, m_3}$. Из уравнения (16) следует, что

$$C\mathbf{z}(\xi) - \mathbf{f}_3 + \mathbf{f}_4(\xi) = 0,$$

где $f_{4i}(\xi) = \mu_i \cos \xi_i$. В этом случае уравнение решается на кубе,

$$X_\xi = \{-\pi/2 \leq \xi_i \leq \pi/2, \quad i = \overline{1, m_3}\}.$$

Итерации строятся по схеме, аналогичной (17), но матрица дифференциала, в отличие от (18), имеет элементы:

$$D_{ij} = C_{ij} \cos \xi_i^{(k)} - \delta_{ij} \mu_i \sin \xi_i^{(k)}, \quad (19)$$

ограниченные на всей области определения.

Проведенные расчеты показывают преимущество предложенного подхода. На основе решения прямой задачи была сделана постановка вспомогательной смешанной обратной задачи при $m_3 = 8$ с известным точным решением ξ_t .

Графики на рис. 2 иллюстрируют сходимость компонент вектора ξ к точному решению ξ_t на итерациях метода Ньютона с использованием дифференциала в виде (19), N_i – номер итерации.

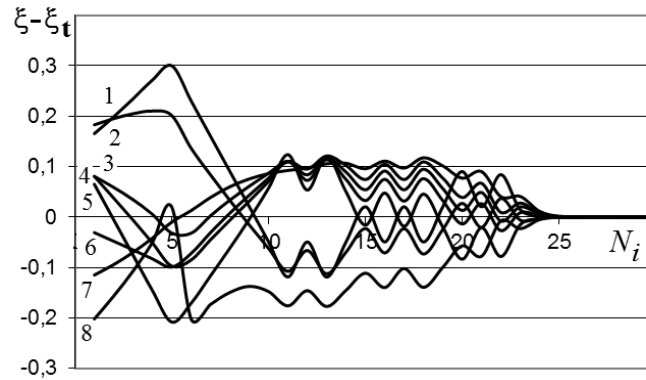


Рис. 2 – Сходимость отклонений компонент на итерациях:

1–8 – номер компоненты

Fig. 2 – Convergence of deviations of components on iterations:

1–8 – component number

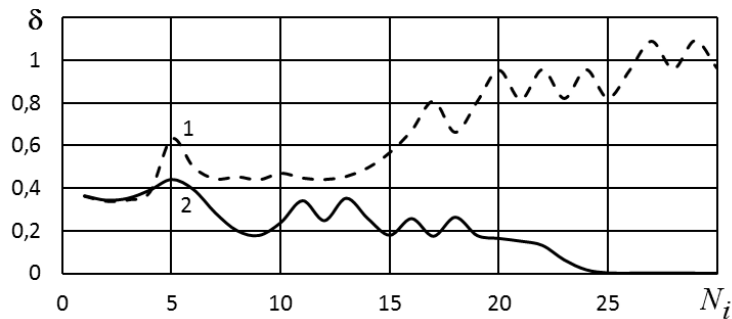


Рис. 3 – Сопоставление норм отклонения:

1 – формула (18); 2 – формула (19)

Fig. 3 – Comparison of the norms of deviation:

1 – formula (18); 2 – formula (19)

Процесс сходимости можно также характеризовать нормой отклонения

$$\delta = \sqrt{\sum_{i=1}^{m_3} (\xi_i - \xi_{ti})^2}.$$

Сравнение сходимости норм отклонений с использованием двух видов дифференциалов (18) и (19) показано на рис. 3. Оно позволяет сделать вывод об эффективности предложенной модификации итерационного процесса.

Заключение

Построен алгоритм численного решения обратной задачи электромагнитного рассеяния составного (ультрасмешанного) типа. Поверхность зондируемого объекта может иметь отдельные участки, на которых неизвестна либо форма, либо импедансные характеристики. В свою очередь, результаты измерения отраженного сигнала на различных направлениях могут содержать неполную информацию (на одних участках, например, неизвестна фаза, на других – амплитуда).

На основе применения модифицированного граничного условия записана система нелинейных интегральных уравнений, допускающая эффективную дискретизацию и регуляризацию. Исследована блочно-матричная структура дискретного аналога вспомогательной задачи. Получено ее численное решение итерационным методом Ньютона. Предложена модернизация метода, позволяющая перейти к матрице дифференциала с ограниченными элементами и существенно улучшить сходимость итерационного процесса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вычислительная диагностика поверхностных характеристик протяженных цилиндрических объектов методами активной локации / М.М. Лаврентьев, С.Ю. Жаринов, С.М. Зеркаль., М.С. Соппа // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2002. – Т. 5, № 1 (9). – С. 105–113.
2. Юханов Ю.В. Анализ и синтез импедансной плоскости // Радиотехника и электроника. – 2000. – Т. 45, № 4. – С. 404–409.
3. Gang B., Faouzi T. Reconstruction of a defect in an open waveguide // Science China Mathematics. – 2013. – Vol. 56, N 12. – P. 2539–2548. – doi: 10.1007/s11425-013-4696-8.
4. Kazufumi I., Bangti J., Jun Z. A direct sampling method to an inverse medium scattering problem [Electronic resource] // Inverse Problems. – 2012. – Vol. 28, N 2. – URL: <https://doi.org/10.1088/0266-5611/28/2/025003> (accessed: 25.08.2017).
5. Соппа М.С. Восстановление формы импедансного рассеивателя в случае Е-поляризованной электромагнитной волны // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2005. – Т. 8, № 2. – С. 152–158.
6. Сивов А.Н., Чуприн А.Д., Шатров А.Д. Об одном методе решения обратных задач рассеяния в электродинамике // Радиотехника и электроника. – 1996. – Т. 41, № 1. – С. 35–39.
7. Соппа М.С. Численное решение обратной задачи электромагнитного рассеяния на импедансных поверхностях с ребрами // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2012. – № 1 (18). – С. 36–43.
8. Кутищев С.Н. Восстановление фазовой диаграммы обратного рассеяния объекта по амплитудной диаграмме обратного рассеяния // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2009. – Т. 14, № 3. – С. 68–72.
9. Беневольский С.С., Соппа М.С. Обратная задача электромагнитного рассеяния при заданной фазовой характеристике // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2014. – № 1 (22). – С. 7–15.

NUMERICAL SOLUTION OF INVERSE ULTRAMIXED MICROWAVE-DIAGNOSTICS PROBLEMS

Soppa M.S.

*Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (SibStrin),
Novosibirsk, Russia*

We consider inverse scattering problems, the formulation of which includes the following components. Firstly, different combinations of surface characteristics are required to be found in different regions of the surface of an impedance body such as impedance coverings and geometric shape parameters. Secondly, the scattering diagram in the far zone in its various regions can con-

tain the values of the amplitude of the reflected signal, its phase, and complete complex-valued magnitudes of the scattered field can be known in some regions. In this paper, we use a method related to the application of a modified boundary condition, which makes it possible to go from the initial boundary value problem to a system of nonlinear integral equations. The intermediate stage for solving the main problem is to recover the distribution of the surface impedance for a fixed form of the object. The construction of a discrete analogue of the integro-operator equation leads to a system of complex-valued algebraic equations with a block-matrix structure. Additional variables in the form of real and imaginary parts of the scattered field are introduced. With the use of connections between real and imaginary parts, a transition to a nonlinear real system of a special type is made. The nonlinear auxiliary problem is solved by Newton's iteration method. It is shown that the convergence of the method is substantially improved by the change of variables and the transition to the matrix of the differential with elements that are finite on the whole domain of definition.

Keywords: integral equation, mixed inverse scattering problem, amplitude and phase of the scattered field, boundary element method

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-3-7-18

REFERENCES

1. Lavrent'ev M.M., Zharinov S.Yu., Zerkal' S.M., Soppa M.S. Vychislitel'naya diagnostika poverkhnostnykh kharakteristik protyazhennykh tsilindricheskikh ob"ektov metodami aktivnoi lokatsii [Computational diagnostics of surface characteristics of extended cylindrical objects using active location methods]. *Sibirskii zhurnal industrial'noi matematiki – Journal of Applied and Industrial Mathematics*, 2002, vol. 5, no. 1 (9), pp. 105–113. (In Russian).
2. Yukhanov Yu.V. Analiz i sintez impedansnoi ploskosti [Analysis and synthesis of impedance plane]. *Radiotekhnika i elektronika – Journal of Communications Technology and Electronics*, 2000, vol. 45, no. 4, pp. 404–409.
3. Gang B., Faouzi T. Reconstruction of a defect in an open waveguide. *Science China Mathematics*, 2013, vol. 56, no. 12, pp. 2539–2548. doi: 10.1007/s11425-013-4696-8.
4. Kazufumi I., Bangti J., Jun Z. A direct sampling method to an inverse medium scattering problem. *Inverse Problems*, 2012, vol. 28, no. 2. Available at: <https://doi.org/10.1088/0266-5611/28/2/025003> (accessed 25.08.2017).
5. Soppa M.S. Vosstanovlenie formy impedansnogo rasseivatelya v sluchae E-polyarizovannoi elektromagnitnoi volny [Reconstruction of the shape of an impedance scatterer in the case of an E-polarized electromagnetic wave]. *Sibirskii zhurnal industrial'noi matematiki – Journal of Applied and Industrial Mathematics*, 2005, vol. 8, no. 2, pp. 152–158. (In Russian).
6. Sivov A.N., Chuprin A.D., Shatrov A.D. Ob odnom metode resheniya obratnykh zadach rasseyaniya v elektrodinamike [On the inverse problem solution method in electrodynamics]. *Radiotekhnika i elektronika – Journal of Communications Technology and Electronics*, 1996, vol. 41, no. 1, pp. 35–39.
7. Soppa M.S. Chislennoe reshenie obratnoi zadachi elektromagnitnogo rasseyaniya na impedansnykh poverkhnostyakh s rebrami [Numerical decision of electromagnetic scattering inverse problem for impedance surface with ribs]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2012, no. 1 (18), pp. 36–43.
8. Kutishchev S.N. Vosstanovlenie fazovoi diagrammy obratnogo rasseyaniya ob"ekta po amplitudnoi diagramme obratnogo rasseyaniya [Reconstruction of the phase backscattering diagram of the object from the amplitude backscattering diagram]. *Elektromagnitnye volny i elektronnye sistemy – Electromagnetic Waves and Electronic Systems*, 2009, vol. 14, no. 3, pp. 68–72.
9. Benevolskij S.S., Soppa M.S. Obratnaya zadacha elektromagnitnogo rasseyaniya pri zadannoi fazovoi kharakteristike [Inverse electromagnetic scattering problem with the given phase function]. *Doklady Akademii Nauk Vysshei Shkoly Rossiiskoi Federatsii [Proceedings of the Russian Higher School Academy of Sciences]*, 2014, no. 1 (22), pp. 7–15.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



Соппа Михаил Сергеевич – родился в 1953 году, д-р физ.-мат. наук, профессор, чл.-корр. САН ВШ, профессор кафедры физики Новосибирского государственного архитектурно-строительного университета (Сибстрин). Область научных интересов: разработка и применение численных методов и компьютерного моделирования в прямых и обратных задачах электро- и аэродинамики. Опубликовано 93 научные работы. (Адрес: 630008, Россия, Новосибирск, ул. Ленинградская, 113. E-mail: soppa@ngs.ru).

Soppa Mikhail Sergeevich (b. 1953) – Doctor of Science (Phys.&Math.), professor, Corresponding Member of the Siberian Branch of the Russian Higher Education Academy of Sciences, professor at the physics department, Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sib-Strin). His research interests are currently focused on numerical methods and computer simulation development and application in direct and inverse electro- and aerodynamics problems. He is the author of 93 scientific papers. (Address: 113, Leningradskaya St., Novosibirsk, 630008, Russia. E-mail: soppa@ngs.ru).

*Статья поступила 21 августа 2017 г.
Received August 21, 2017*

To Reference:

Soppa M.S. Chislennoe reshenie ul'trasmeshannykh obratnykh zadach SVCh-diagnostics [Numerical solution of inverse ultramixed microwave-diagnostics problems]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 3 (36), pp. 7–18. doi: 10.17212/1727-2769-2017-3-7-18