

УДК 621.39:519.2

**О ХАРАКТЕРЕ СХОДИМОСТИ ПРОЦЕДУР МОДЕЛИРОВАНИЯ
ИЗОБРАЖЕНИЙ, ОПИСЫВАЕМЫХ БИНАРНЫМИ ГИББСОВСКИМИ
МОДЕЛЯМИ****В.Н. Васюков, А.Ю. Зайцева, И.А. Денисенко***Новосибирский государственный технический университет*

Исследуется поведение процедур моделирования бинарных стохастических изображений, подчиняющихся распределению Гиббса. Моделирование выполняется методами стохастической релаксации (итерационные алгоритмы Гиббса и Метрополиса–Хастингса). Особое внимание уделяется явлению фазового перехода, которое проявляется в виде качественного изменения характера реализаций поля в процессе его моделирования. В качестве простейшего примера распределения Гиббса выбрана хорошо известная в статистической физике изотропная модель Изинга, для которой известно точное значение критической температуры и обратного к ней параметра распределения, при котором наступает фазовый переход. В работе экспериментально (путем моделирования) исследовано качественное изменение характера реализаций поля для значений параметра модели Изинга ниже и выше критического. Подтверждено, что при значениях параметра ниже критического последовательность реализаций быстро (на протяжении нескольких десятков итераций) приобретает стационарный характер, который далее качественно не меняется. Если же значение параметра превышает критическое, то стационаризация не наблюдается и изображение в процессе моделирования стремится к постоянному значению (+1 или –1). Исследована также анизотропная модель Изинга с парными соседними кликами при различной степени анизотропии, для которой точные значения критического параметра не известны. Наблюдается зависимость между степенью анизотропии модели и значением критического параметра распределения. Установлено, что усиление анизотропии сопровождается ростом критического параметра распределения. При достижении предельного значения показателя анизотропии вышеупомянутое качественное изменение характера реализаций не наблюдается, что говорит об отсутствии фазового перехода. Это можно объяснить тем, что строки изображения при этом становятся независимыми и описываются одномерной моделью Изинга, в которой, как известно, фазовый переход отсутствует.

Ключевые слова: моделирование, гиббсовское случайное поле, сходимость, фазовый переход, модель Изинга.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-3-29-38

Введение

Модели на основе гиббсовских случайных полей играют заметную роль в разработке алгоритмов обработки и анализа изображений [1–10]. Гиббсовские случайные поля обладают марковским свойством, которое позволяет применять для их моделирования алгоритмы поточечной модификации на основе условных вероятностей (плотностей вероятностей) в данной точке поля при заданной конфигурации на ее окрестности. Распределение Гиббса представляет собой инструмент описания текстурных свойств изображений как реализаций случайных полей, в терминах гиббсовских потенциалов – параметров распределения.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 16-37-00151

© 2017 В.Н. Васюков, А.Ю. Зайцева, И.А. Денисенко

Для моделирования гиббсовских случайных полей применяется метод стохастической релаксации, реализуемый в итерационных алгоритмах Гиббса и Метрополиса–Хастингса [1]. В основе такого подхода лежит предположение о том, что после выполнения некоторого (достаточного в практическом смысле) количества итераций процедура стохастической релаксации представляет собой стационарную марковскую цепь реализаций случайного поля, подчиняющихся заданному гиббсовскому распределению вероятностей (в действительности это справедливо лишь в пределе при бесконечном количестве итераций [1]). После стационаризации любая из реализаций может быть принята в качестве выборочного экземпляра заданной вероятностной модели.

Частным случаем модели случайного поля, описываемого распределением Гиббса, является изотропная модель Изинга, разработанная для описания явления ферромагнетизма [3]. Этой модели свойственно явление фазового перехода – изменение состояния всей или части магнитной системы, характеризуемого параметрами магнитного упорядочения. Фазовый переход из так называемой ферромагнитной (неупорядоченной) фазы в парамагнитную (упорядоченную) обусловлен изменением температуры системы и возникает при прохождении через критическую точку – критическую температуру. В статистической физике известно точное значение критической температуры $T_{кр} = 2.2692$ для системы, описываемой изотропной моделью Изинга [11].

В работах, посвященных применению гиббсовских моделей для описания изображений, явлению фазового перехода не уделяется должного внимания, в то время как при моделировании стохастических изображений его неучет может привести к серьезным ошибкам.

Целью данной работы является экспериментальное исследование характера сходимости процедур моделирования бинарных изображений, описываемых изотропной и анизотропной моделями Изинга.

1. Моделирование случайных полей, описываемых изотропной моделью Изинга

При построении гиббсовской модели цифрового изображения размерами $N_1 \times N_2$ случайное поле представляется в виде совокупности дискретных случайных величин, ассоциированных с точками прямоугольной решетки $L_2 = \{(i, j) : i = \overline{1, N_1}; j = \overline{1, N_2}\}$. Для задания распределения Гиббса необходимо ввести на решетке систему клик [2]. Кликой называется совокупность точек решетки, считающихся попарно соседними. Соседство означает наличие взаимодействия между точками, при этом точки клики не обязательно должны быть геометрически соседними. Окрестностью точки (i, j) называется объединение клик, содержащих (i, j) , за вычетом этой точки. Каждой клике c приписывается функция $V_c(\cdot)$, зависящая от значений поля в точках клики c и называемая потенциалом. Рассматриваемая модель может быть однородна в том смысле, что множество \mathcal{C} всех клик разбито на непересекающиеся подмножества (семейства), каждое из которых образовано всевозможными сдвигами единственной клики в пределах решетки [8–9]. Распределение Гиббса задается выражением

$$P(X = x) = Z^{-1} \exp \left\{ - \sum_{c \in \mathcal{C}} V_c(x) \right\}, \quad (1)$$

где $P(X = x)$ – вероятность того, что поле X примет конфигурацию x (для дискретнозначного поля) или соответствующая плотность вероятности для поля с непрерывными (вещественными) значениями; нормирующая константа

$$Z = \sum_{x \in \aleph} \exp \left\{ - \sum_{c \in C} V_c(x) \right\}$$

определяется суммированием (или интегрированием)

по множеству \aleph всех возможных реализаций (конфигураций) поля X [4–5].

Простейшей моделью случайного поля с гиббсовским распределением вероятностей является изотропная модель Изинга с парными кликами, в которой потенциалы клик задаются, как показано на рис. 1 [3].

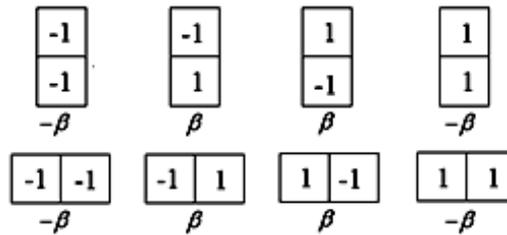


Рис. 1 – Значения потенциалов вертикальной и горизонтальной парных клик изотропной модели Изинга в зависимости от конфигурации поля

Fig. 1 – Potential values for vertical and horizontal pair-wise clique depending on a random field configuration in isotropic Ising model

Если значения поля в точках клики совпадают, потенциал клики равен $-\beta$, в противном случае $+\beta$. Таким образом, более вероятными будут такие конфигурации, где геометрически соседние точки имеют совпадающие значения. Если случайное поле принимает значения из множества $\{+1; -1\}$, его распределение имеет вид

$$P(X = x) = Z^{-1} \exp \{-U(x)\} = Z^{-1} \exp \left\{ \beta \sum_{c \in C} x_c^{(1)} x_c^{(2)} \right\}, \quad (2)$$

где $x_c^{(1)}$ и $x_c^{(2)}$ – значения реализаций поля X в точках парной клики; β – параметр распределения; Z^{-1} – нормирующая константа, $U(x)$ – функция, имеющая смысл потенциальной энергии.

Для моделирования реализаций гиббсовских случайных полей применяются итерационные алгоритмы стохастической релаксации. Начальная конфигурация поля генерируется как совокупность независимых значений. На каждом итерационном шаге точки решетки обходятся в псевдослучайном порядке, и значение поля в каждой точке решетки модифицируется с учетом конфигурации поля на ее окрестности, таким образом с некоторого момента процедура моделирования служит генератором реализаций случайного поля, описываемого заданным распределением Гиббса [1]. Дальнейшее увеличение числа итераций не приводит к качественному изменению их характера, если параметр β не превышает некоторого критического значения $\beta_{кр}$ (рис. 2). При этом условии в качестве результата моделирования заданного гиббсовского поля можно выбрать любую реализацию.

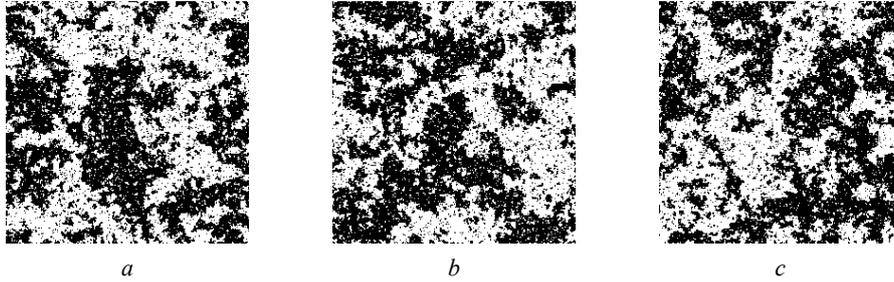


Рис. 2 – Примеры реализаций случайного поля, описываемого изотропной моделью Изинга, размером 128×128 при $\beta = 0.43$:
на 1000-й итерации (a), на 10 000-й итерации (b), на 100 000-й итерации (c)
Fig. 2 – Examples of realizations a 128×128 pixels random field described by an isotropic Ising model: $\beta = 0.43$:
at the 1000th iteration (a), at the 10 000th iteration (b), at the 100 000th iteration (c)

Однако при значениях β больше критического ($\beta \geq \beta_{кр}$) реализации поля стремятся к состоянию, при котором все его точки принимают равные значения (рис. 3); стационаризация за обозримое время не происходит.

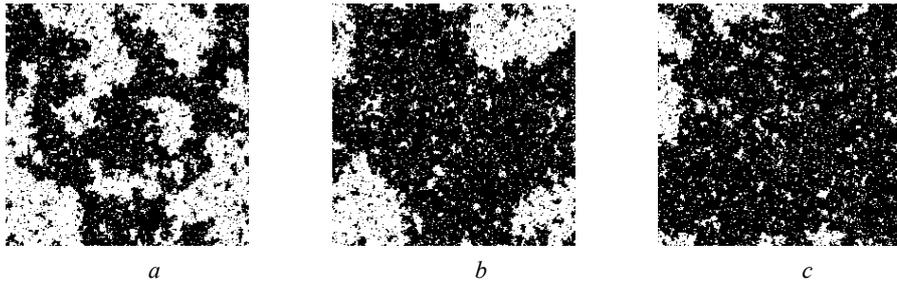


Рис. 3 – Примеры реализаций случайного поля, описываемого изотропной моделью Изинга, размером 128×128 при $\beta = 0.45$:
на 1000-й итерации (a), на 10 000-й итерации (b), на 100 000-й итерации (c)
Fig. 3 – Examples of realizations a 128×128 pixels random field described by an isotropic Ising model $\beta = 0.45$:
at the 1000th iteration (a), at the 10 000th iteration (b), at the 100 000th iteration (c)

Нужно отметить, что количество итераций, необходимое для стабилизации характера реализаций случайного поля, зависит от параметра β : при малых значениях β для этого достаточно нескольких десятков итераций, в то время как при значениях β , приближающихся к критическому, изменение пространственно-корреляционных характеристик реализаций происходит очень медленно и стационаризация требует сотен тысяч итераций.

Таким образом, наличие или отсутствие фазового перехода может оказать решающее влияние на результат моделирования текстурных изображений. Однако в литературе, посвященной применению гиббсовских моделей для моделирования и обработки изображений, это явление практически не учитывается. Характерным примером может служить классическая работа Г. Винклера [10], где представленные на рис. 3 реализации бинарного поля при $\beta = 0.41, 0.45, 0.47$ и 4.0 охарактеризованы как типичные, в то время как только первое из них может считаться

типичным, поскольку значение β не достигает критического уровня, точное значение которого известно и равно $\beta_{кр} = 1/T_{кр} = 1/2.2692 = 0.44$ [11]. Три последних изображения типичными не являются, так как их вид определяется количеством выполненных итераций.

2. Исследование критических свойств случайных полей, описываемых анизотропной моделью Изинга

Можно ожидать, что замена изотропной модели Изинга анизотропной приведет к изменению критического параметра. В рассмотренной ранее модели Изинга примем потенциалы вертикальных и горизонтальных клик равными соответственно $\beta(1+\lambda)$ и $\beta(1-\lambda)$, где λ – параметр анизотропии (рис. 4). При $\lambda = 0$ модель изотропна, при $\lambda = 1$ потенциалы горизонтальных парных клик равны нулю, что означает отсутствие статистической связи между столбцами изображения.

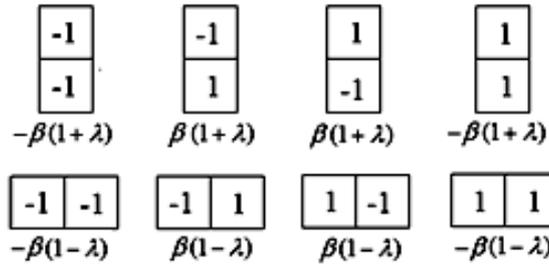


Рис. 4 – Значения потенциалов вертикальной и горизонтальной парной клики в зависимости от конфигурации случайного поля, описываемого анизотропной моделью Изинга

Fig. 4 – Vertical and horizontal pair-wise clique potential values depending on a random field configuration described by an anisotropic Ising model

Получить строгое решение не удастся, поэтому приходится ограничиться результатами моделирования. Изменение характера реализаций анизотропного поля в процессе итерационного моделирования демонстрируется на рис. 5 и 6.

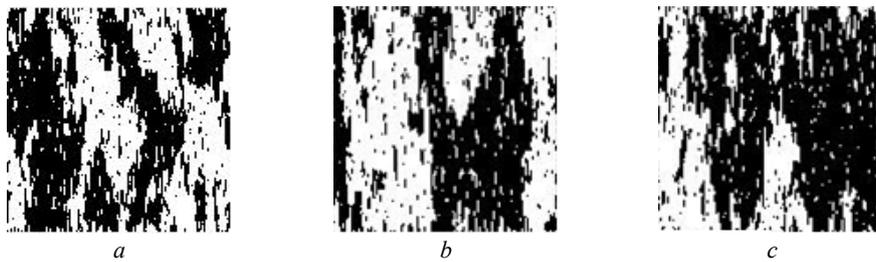


Рис. 5 – Примеры реализаций поля, описываемого анизотропной моделью Изинга, размером 128×128 в отсутствие фазового перехода при $\lambda = 0.8$ и $\beta = 0.6$: на 1000-й итерации (a), на 10 000-й итерации (b), на 100 000-й итерации (c)

Fig. 5 – Examples of realizations of a 128×128 pixels field described by an anisotropic Ising model without a phase transition, $\lambda = 0.8$ and $\beta = 0.6$: at the 1000th iteration (a), at the 10 000th iteration (b), at the 100 000th iteration (c)

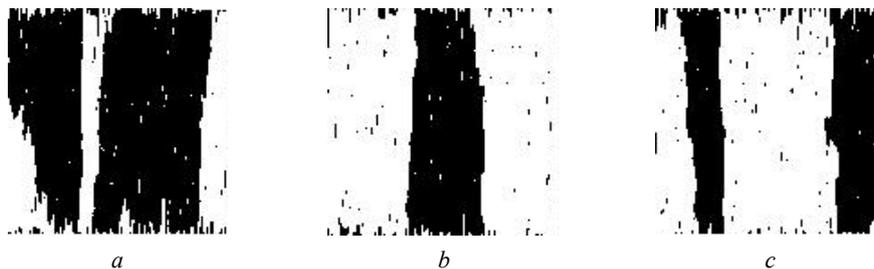


Рис. 6 – Примеры реализаций поля, описываемого анизотропной моделью Изинга, размером 128×128 при $\lambda = 0.8$ и $\beta = 0.8$:

на 1000-й итерации (a), на 10 000-й итерации (b), на 100 000-й итерации (c)

Fig. 6 – Examples of realizations of a 128×128 pixels field described by an anisotropic Ising model, $\lambda = 0.8$ and $\beta = 0.8$:

at the 1000th iteration (a), at the 10 000th iteration (b), at the 100 000th iteration (c)

3. Экспериментальные результаты

В ходе эксперимента моделировалось бинарное поле размером 128×128 , описываемое анизотропной моделью Изинга. При фиксированном значении параметра анизотропии λ на основе многократного моделирования реализаций поля при различных значениях β и фиксации характера реализаций поля в процессе моделирования находилось его критическое значение $\beta_{кр}$.

Экспериментальным путем установлена зависимость критического параметра $\beta_{кр}$ от параметра анизотропии λ (см. таблицу).

**Зависимость критического параметра $\beta_{кр}$
от параметра анизотропии λ**
**Dependence of the critical parameter β_{cr}
on the parameter of anisotropy λ**

Параметр анизотропии λ	Критический параметр $\beta_{кр}$
0	0.44
0.1	0.44
0.2	0.45
0.3	0.45
0.4	0.47
0.5	0.5
0.6	0.6
0.7	0.6
0.8	0.7
0.9	0.8
1	–

Из результатов эксперимента видно, что критический параметр $\beta_{кр}$ растет с увеличением параметра анизотропии λ . При $\lambda = 0$, как и следует из теории,

$\beta_{кр} = 0.44$. При $\lambda = 1$ фазовый переход не наблюдается, что, по-видимому, объясняется тем, что двумерная модель Изинга вырождается в одномерную (так как потенциал горизонтальных клик равен нулю, изображение распадается на совокупность независимых столбцов), а как известно [12], в одномерной модели Изинга фазовый переход отсутствует.

Заключение

При моделировании последовательностей реализаций гиббсовского случайного поля методом стохастической релаксации необходимо учитывать возможность качественного изменения характера реализаций при достижении параметрами распределения критических значений.

Экспериментальное исследование поведения реализаций гиббсовского случайного поля, описываемого моделью Изинга, проиллюстрировало качественное изменение характера реализаций случайного поля в процессе моделирования, если параметр модели превышает критическое значение. Установлено, что при введении в модель Изинга параметра анизотропии диапазон допустимых при моделировании значений параметра β монотонно расширяется с усилением анизотропии, а при предельном значении параметра анизотропии ($\lambda = 1$) фазовый переход отсутствует.

В дальнейшем представляется актуальным исследование изменений характера реализаций при генерировании случайных полей, в основе которых лежат более сложные гиббсовские модели, в частности применяемые в работах [4–6], [8–9]. Наличие критических значений параметров распределения необходимо принимать во внимание при моделировании изображений на основе гиббсовских случайных полей.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Geman S., Geman D.** Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 1984. – Vol. PAMI-6, N 6. – P. 721–741.
2. **Gimel'farb G.** Image textures and Gibbs random fields. – Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1999. – 250 p.
3. **Derin H., Kelly P.A.** Discrete-index Markov-type random processes // Proceedings of the IEEE. – 1989. – Vol. 77, N 10. – P. 1485–1510.
4. **Васюков В.Н., Голещихин Д.В.** Восстановление и сегментация изображений, описываемых гиббсовскими моделями // Научный вестник НГТУ. – 2001. – № 2 (11). – С. 9–22.
5. **Васюков В.Н.** Оценивание параметров конечнозначных гиббсовских полей с использованием достаточных статистик // Автометрия. – 2001. – № 4. – С. 110–118.
6. **Vasyukov V.N., Goleshchikhin D.V.** Image processing based on Gibbs models // The 7th Korea-Russia International Symposium on Science and Technology, KORUS-2003. – Piscataway, NJ: IEEE, 2003. – Vol. 2. – P. 340–344.
7. **Васюков В.Н.** Бинарная гиббсовская модель текстуры для анализа и сегментации изображений // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2005. – № 2. – С. 81–93.
8. **Васюков В.Н., Зайцева А.Ю.** Иерархическая конечнозначная гиббсовская модель для сегментации текстурных изображений // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2016. – № 3 (32). – С. 43–53.

9. **Vasyukov V.N., Zaitseva A.Yu.** Segmentation of textured images described by hierarchical Gibbs model // 11 International Forum on Strategic Technologies (IFOST 2016): proceedings, Novosibirsk, 1–3 June 2016. – Novosibirsk: NSTU Publ., 2016. – Pt. 1. – P. 452–455.
10. **Винклер Г.** Анализ изображений, случайные поля и динамические методы Монте-Карло. – Новосибирск: Гео, 2002. – 343 с.
11. **Onsager L.** Crystal statistic. I. A two-dimensional model with an order-disorder transition // *Physical Review*. – 1944. – Vol. 65, N 3–4. – P. 117–149.
12. **Ising E.** Beitrag zur theorie des ferromagnetismus // *Zeitschrift für Physik*. – 1925. – Vol. 31, iss. 1. – P. 253–258.

ON THE CONVERGENCE NATURE OF BINARY GIBBS RANDOM FIELD MODELING PROCEDURES

Vasyukov V.N., Zaitseva A.Yu., Denisenko I.A.

Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

The behavior of binary stochastic images described by the Gibbs distribution is investigated in the paper. Modeling is based on stochastic relaxation methods (iterative Gibbs and Metropolis–Hastings algorithms). The phase transition phenomenon occurring in the form of a qualitative change of the field realization nature during modeling is of special interest. As the simplest example of the Gibbs distribution we use the isotropic Ising model widely applied in statistical physics for which a critical temperature and a reverse parameter of a phase transition are known. A qualitative change of the nature of field realizations for the Ising model parameters below and above the critical value is investigated experimentally by modeling. It is proved that when parameter values are below a critical value, the sequence of realizations quickly becomes stationary and does not change any more. However, if a parameter value exceeds a critical one, the nature of the sequence is not stationary and an image approaches a constant value (–1 or +1) during modeling. Besides, an anisotropic Ising model with pair-wise neighboring cliques with different anisotropy degrees for which proper critical parameters are unknown is investigated. The relationship between a model anisotropy degree and a critical parameter value is obtained. It is established that an increase in anisotropy is followed by an increase in a critical distribution parameter. When an anisotropy parameter reaches a maximum value, the above mentioned qualitative change of the field nature is not observed, which indicates the absence of a phase transition. It can be explained by the fact that in this case image lines are independent and are described by a one-directional Ising model in which a phase transition is known to be lacking.

Keywords: modeling, Gibbs random field, convergence, phase transition, Ising model.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-3-29-38

REFERENCES

1. Geman S., Geman D. Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1984, vol. PAMI-6, no. 6, pp. 721–741.
2. Gimel'farb G. *Image textures and Gibbs random fields*. Dordrecht, Netherlands, Kluwer Academic Publishers, 1999. 250 p.
3. Derin H., Kelly P.A. Discrete-index Markov-type random processes. *Proceedings of the IEEE*, 1989, vol. 77, no. 10, pp. 1485–1510.
4. Vasyukov V.N., Goleshchikhin D.V. Vosstanovlenie i segmentatsiya izobrazhenii, opisyyvaemykh gibbsovskimi modelyami [Reconstruction and segmentation of images described by Gibbs models]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2001, no. 2 (11), pp. 9–22.

5. Vasyukov V.N. Otsenivanie parametrov konechnoznachnykh gibbsovskikh polei s ispol'zovaniem dostatochnykh statistik [Parameter estimation of finitely-valued Gibbs fields with using sufficient statistics]. *Avtometriya – Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*, 2001, no. 4, pp. 110–118. (In Russian).
6. Vasyukov V.N., Goleshchikhin D.V. Image processing based on Gibbs models. *The 7th Korea-Russia International Symposium on Science and Technology, KORUS-2003*. Piscataway, NJ, IEEE, 2003, vol. 2, pp. 340–344.
7. Vasyukov V.H. Binarnaya gibbsovskaya model' tekstury dlya analiza i segmentatsii izobrazhenii [Binary Gibbs model of texture for image analysis and segmentation]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2005, no. 2, pp. 81–93.
8. Vasyukov V.N., Zaitseva A.Yu. Ierarkhicheskaya konechnoznachnaya gibbsovskaya model' dlya segmentatsii tekturnykh izobrazhenii [A hierarchical finitely-valued Gibbs model for texture image segmentation]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2016, no. 3 (32), pp. 43–53.
9. Vasyukov V.N., Zaitseva A.Yu. Segmentation of textured images described by hierarchical Gibbs model. *11 International Forum on Strategic Technologies (IFOST 2016): proceedings*, Novosibirsk, 1–3 June 2016, pt. 1, pp. 452–455.
10. Winkler G. *Image analysis, random fields and dynamic Monte Carlo methods*. Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 1995. 324 p. (Russ. ed.: Vinkler G. *Analiz izobrazhenii, sluchainye polya i dinamicheskie metody Monte-Karlo*. Novosibirsk, Geo Publ., 2002. 343 p.).
11. Onsager L. Crystal statistic. I. A two-dimensional model with an order-disorder transition. *Physical Review*, 1944, vol. 65, no. 3–4, pp. 117–149.
12. Ising E. Beitrag zur theorie des ferromagnetismus. *Zeitschrift für Physik*, 1925, vol. 31, iss. 1, pp. 253–258.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



Васюков Василий Николаевич – родился в 1951 году, д-р техн. наук, профессор, заведующий отделом научных исследований, Новосибирский государственный технический университет. Область научных интересов: цифровая обработка и статистический анализ сигналов и изображений. Опубликовано более 120 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, E-mail: vasyukov@corp.nstu.ru).

Vasyukov Vasily Nikolaevich (b. 1951) – D.Sc. (Eng.), professor, head of the scientific research department, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on digital signal and image processing and analysis. He is the author of over 120 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: vasyukov@corp.nstu.ru).



Зайцева Анна Юрьевна – родилась в 1993 году, аспирант третьего года обучения по направлению «Теоретические основы информатики», Новосибирский государственный технический университет. Область научных интересов: алгоритмы обработки и анализа сигналов и изображений. Опубликовано 20 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, E-mail: ayuzaitseva@yandex.ru).

Zaitseva Anna Yuryevna (b. 1993) – a third year post-graduate student, the fundamentals of information science program at Novosibirsk State Technical University. Research interests include signal and image processing and analysis algorithms. She is the author of 20 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: ayuzaitseva@yandex.ru).



Денисенко Ирина Александровна – родилась в Тамбове, Россия, 14 июня 1995 года. Магистрант Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: алгоритмы обработки и анализа сигналов и изображений. Опубликовано 4 научные работы. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, E-mail: denisenkoia95@gmail.com).

Denisenko Irina Aleksandrovna (b. 1995) – a Student of Master program in Novosibirsk State Technical University. Her research interests include signal and image processing and analysis algorithms. She is the author of 4 scientific papers (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia, E-mail: denisenkoia95@gmail.com).

*Статья поступила 17 июля 2017 г.
Received July 17, 2017*

To Reference:

Vasyukov V.N., Zaitseva A.Yu., Denisenko I.A. O kharaktere skhodimosti protsedur modelirovaniya izobrazhenii, opisyvaemykh gibbovskimi modelyami [On the convergence nature of binary Gibbs random field modeling procedures]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 3 (36), pp. 29–38. doi: 10.17212/1727-2769-2017-3-29-38