

УДК 621.3.049.77.002.5

**АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В
ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫХ МЭМС СО СМЕЩЕНИЕМ ЭЛЕКТРОДОВ****Д.И. Остертак, К.Г. Пельменев***Новосибирский государственный технический университет*

При разработке электростатических микроэлектромеханических систем (МЭМС) возникает необходимость в определении электрической емкости и электростатических сил, действующих между различными частями конструкции. Обычно для этого используются аналитические выражения, не учитывающие влияние краевых эффектов, либо численные методы, которые их учитывают, но требуют больших затрат времени и мощной компьютерной техники, что значительно усложняет дальнейшую оптимизацию МЭМС, где желательно иметь быстрые и наглядные методы расчета. Поэтому аналитические выражения, позволяющие оценивать емкости и силы с достаточной для практических применений точностью, представляют большой интерес. В данной работе представлены результаты экспериментальных и теоретических исследований электростатических взаимодействий в МЭМС с плоскопараллельными электродами в 2D-приближении, с учетом относительного смещения электродов. Методом конечных элементов рассчитаны зависимости емкости и силы от величины межэлектродного зазора, толщины электродов и их относительного смещения (изменения площади перекрытия электродов), на основе чего получены аппроксимационные формулы для расчета емкости и тангенциальной составляющей электростатической силы с учетом краевых эффектов. Показано хорошее совпадение экспериментальных и теоретических результатов, оценены пределы применимости полученных формул.

Ключевые слова: МЭМС, плоскопараллельный конденсатор, электрическая емкость, электростатическая сила, краевые эффекты, метод конечных элементов, аппроксимационные формулы.

DOI: 10.17212/1727-2769-2018-1-7-21

Введение

При разработке и проектировании электростатических микроэлектромеханических систем (МЭМС) возникает необходимость в определении электрической емкости и электростатических сил, действующих между различными частями конструкции с отличающимися потенциалами. Как правило, для этого используется классическая формула емкости идеального плоского конденсатора (ИПК), не учитывающая, однако, влияние краевых эффектов, которое значительно усиливается с увеличением расстояния между электродами.

Использование численных расчетов, таких как метод конечных (МКЭ) или граничных (МГЭ) элементов, позволяет рассчитать емкости и силы в МЭМС с учетом краевых эффектов. Подобные методы, однако, требуют больших временных затрат и мощной компьютерной техники, что значительно усложняет дальнейшее проектирование и оптимизацию МЭМС, где желательно иметь быстрые и наглядные методы расчета. Особый интерес представляют аналитические выра-

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках базовой части государственного задания, шифр проекта 8.6847.2017/БЧ, тема проекта «Разработка теоретических основ построения измерительного оборудования для телекоммуникационных систем, содержащего мощные СВЧ аттенюаторы, полосовые фильтры с заданными частотами режекции и микрополосковые печатные антенны».

жения, позволяющие рассчитывать емкости и силы с достаточной для практических применений точностью.

Существуют аналитические выражения для расчета емкостей и электростатических сил с учетом краевых эффектов [1–14], однако большинство из них подходит лишь для случая несмещенных плоскопараллельных электродов, когда площадь перекрытия электродов максимальна и равна площади каждого из электродов. В [7–9, 12, 14] имеются выражения для оценки электростатических взаимодействий в зависимости от площади перекрытия электродов, которые, однако, не учитывают влияние краевых эффектов, связанных с конечной (ненулевой) толщиной электродов. С практической точки зрения большой интерес представляют аналитические выражения, которые бы учитывали конечную толщину электродов в случае со смещением электродов относительно друг друга (изменением площади перекрытия электродов).

В данной работе проводится экспериментальное и теоретическое исследование зависимостей электрической емкости и латеральной (тангенциальной) составляющей электростатической силы в МЭМС с плоскопараллельной двухэлектродной структурой от геометрических параметров электродов: межэлектродного зазора, толщины электродов и их относительного смещения (изменения площади перекрытия электродов) в 2D-приближении, предлагаются соответствующие аппроксимационные формулы, полученные на основе рассчитанных данных.

1. Методика эксперимента

На рис. 1 приведено схематическое изображение конструкции двухэлектродного плоскопараллельного конденсатора, которая использовалась для измерения и расчета емкости системы в зависимости от относительного смещения x при различных межэлектродных зазорах d .

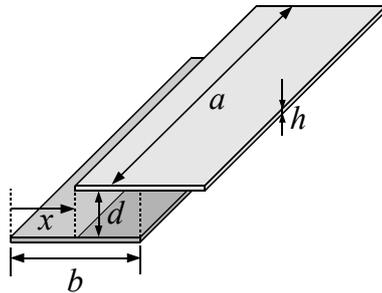


Рис. 1 – Конструкция переменного конденсатора, используемая для измерения и расчета емкости

Fig. 1 – Variable capacitor structure used for measurements and modeling

Данная конструкция представляла собой два прямоугольных алюминиевых электрода с одинаковой длиной $a = 98,58$ мм, шириной $b = 26,92$ мм и толщиной $h = 1,2$ мм, межэлектродный зазор величиной d был заполнен воздухом. Электроды закреплялись на штативах измерительного прибора ИЗА-2, что позволяло устанавливать зазор d с точностью 0,5 мкм, а величину относительного смещения электродов x – с точностью 0,25 мм.

Для измерения емкости использовался цифровой LCR измеритель E7-8, позволяющий измерять значения от 0,01 пФ до 100 мкФ с погрешностью $\pm 2,5\%$. Паразитная емкость между электродами составляла от 1,5 до 3,6 пФ, которая в дальнейшем вычиталась из экспериментальных данных.

2. Методика расчета

Расчет проводился с использованием метода конечных элементов (МКЭ) в программном пакете ANSYS. Были рассчитаны зависимости емкости и электростатической силы от величины относительного смещения x подвижного электрода при различных соотношениях толщины электродов h и межэлектродного зазора d , а также ширины электродов b и зазора d . Для 2D-расчета было принято,

что длина электродов a много больше их ширины b (бесконечно длинные электроды). Использовалась адаптивная методика разбиения на конечные элементы, т. е. в областях с резким пространственным изменением электрического поля плотность сетки была значительно выше, чем в остальных областях. В качестве окружающей среды был использован воздух. Рассматривался случай постоянного напряжения на электродах, в качестве граничных условий полагалось, что потенциал одного из электродов был 1 В, а другого – 0 В.

3. Результаты расчетов и эксперимента

На рис. 2 представлены зависимости емкости от нормированного смещения электродов x/b , полученные для различных соотношений b/d . Белыми маркерами обозначены экспериментальные результаты, черной сплошной линией – расчет МКЭ. Согласно рис. 2 зависимость, рассчитанная в рамках МКЭ, в диапазоне $0 \leq x/b \leq 0,8$ расходится с экспериментом не более чем на 5%, что может быть связано с погрешностью измерений и паразитными эффектами и вполне приемлемо для практических применений.

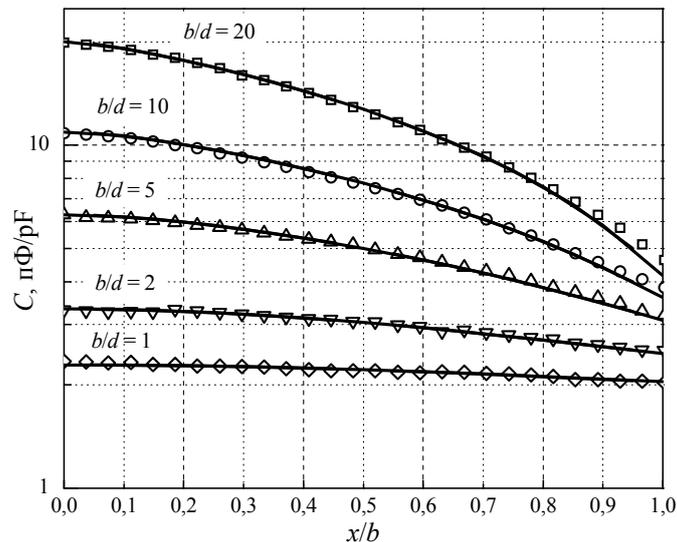


Рис. 2 – Зависимости емкости C от нормированного смещения электродов x/b

Fig. 2 – Dependences of the capacitance C on the normalized electrode offset x/b

4. Анализ расчета электрической емкости

При проектировании МЭМС наиболее удобным является использование аналитических выражений. Для расчета зависимости емкости плоскопараллельного конденсатора в общем случае применяется формула на основе модели ИПК:

$$C_x = C_0(1 - x/b) = \varepsilon_0 \varepsilon a(b - x)/d, \quad (1)$$

где $C_0 = \varepsilon_0 \varepsilon ab/d$ – емкость ИПК; ε_0 – электрическая постоянная; ε – диэлектрическая проницаемость среды между электродами; a , b и d – длина, ширина

электрода и межэлектродный зазор, соответственно; x – величина смещения электродов относительно друг друга (см. рис. 1).

Однако согласно результатам расчетов в рамках МКЭ, оценки емкости, полученные с использованием модели ИПК, могут иметь значительную погрешность, которая неуклонно растет с увеличением межэлектродного зазора d , смещения x и толщины h . Различие между значениями емкости, полученными МКЭ и с помощью формулы ИПК, можно видеть на рис. 3, где представлены зависимости емкости от нормированного смещения x/b при различных отношениях h/b и b/d , линии с маркерами – расчет МКЭ, штриховые линии – расчет по модели ИПК.

Для более точной оценки емкости требуется аналитическое выражение, которое бы учитывало влияние краевых эффектов при различных соотношениях толщины и ширины электродов h/b , межэлектродного зазора и ширины электродов d/b для различных величин x/b . Сначала рассмотрим влияние краевых эффектов в системе при отсутствии смещения ($x/b = 0$). В литературе имеется выражение для оценки емкости с учетом толщины электродов, основанное на модификации формулы Пальмера–Янга [4, 11]

$$C_{Pal} = C_0 \left\{ 1 + \frac{d}{\pi b} \left[1 + \ln \left[(2\pi)^{1,04} \left(\frac{b}{d} + \frac{3}{4} \right) \right] + \theta_1 \ln^{1,16} \Omega \right] \right\}, \quad (2)$$

где $\Omega = 1 + 2h/d + 2\sqrt{h/d + (h/d)^2}$, $\theta_1 = 1,268 / [1 + 0,2(h/b)^{-0,449}]$. Погрешность расчетов с применением (2) составляет менее 1,3 % при условиях $d/b \leq 1$ и $h/b \leq 1$. Если произвести некоторую оптимизацию выражения (2), то его можно представить в виде

$$C_{ph} = C_0 \left\{ 1 + \frac{d}{\pi b} \left[1 + \ln \left[(2\pi)^{1,08} \left(\frac{b}{d} + 0,68 \right) \right] \right] + \theta_2 \ln^{1,376} \Omega \right\}, \quad (3)$$

где $\theta_2 = 0,39 / [(b/d)^{0,056} - 0,59]$ – коэффициент для учета соотношения b/d .

Анализ показывает, что погрешность расчетов с использованием (3) при $d/b \leq 1$ и $h/b \leq 1$ составляет менее 0,55 % (относительно численных расчетов), что вполне достаточно для практических применений.

Для оценки изменения емкости при смещении электродов x в [7, 8] имеется аналитическое выражение для случая с нулевой толщиной электродов

$$C_{Offs} = C_0 \left[1 + \frac{1}{\pi} \frac{d}{b} \left(1 + \ln \left(2\pi \frac{b}{d} \right) \right) \right] \left[1 - \theta \left\{ \frac{x}{b} - \frac{d}{b} \left(1 - \exp \left(-\frac{b}{d} \frac{x}{b} \right) \right) \right\} \right], \quad (4)$$

где $\theta = 1,0366 - 2,2275 / [1 + 2,3467 \times (b/d)^{0,5403}]$. Данное выражение позволяет аппроксимировать значения, полученные МКЭ, в диапазоне $0 \leq x/b \leq 1$ с погрешностью не более 10 % для отношения $d/b \leq 1$.

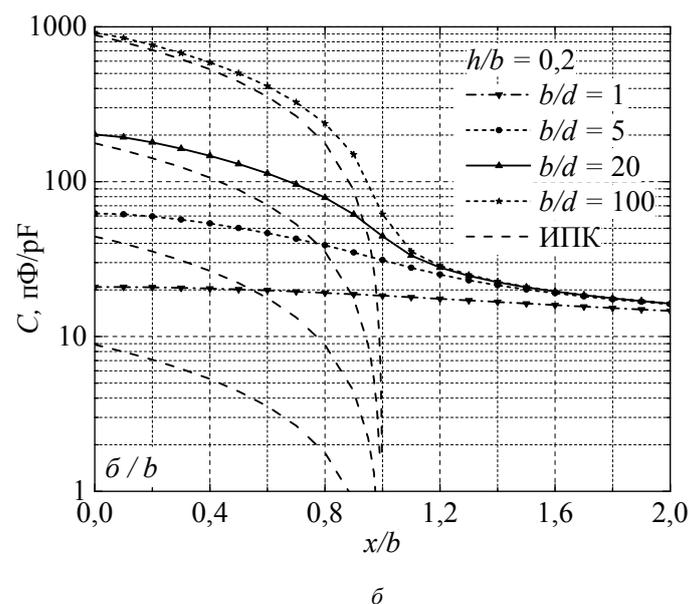
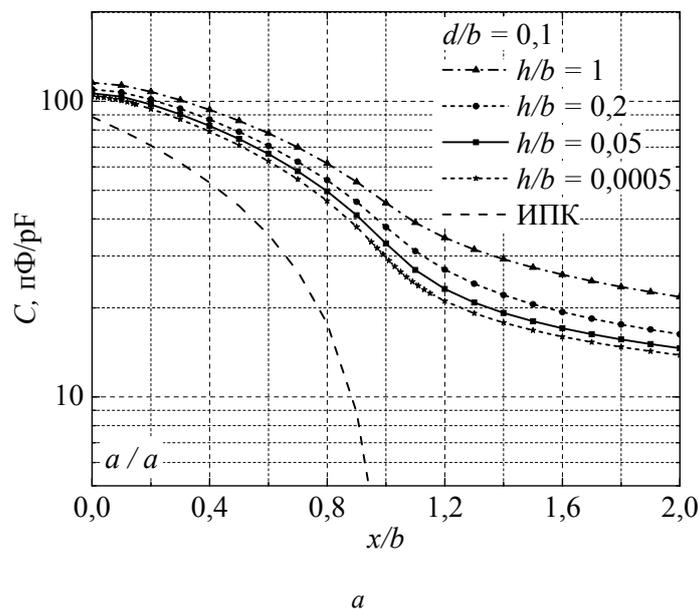


Рис. 3 – Зависимости емкости C от нормированного смещения электродов x/b , рассчитанные:

a – для различных отношений h/b при неизменном d/b ; b – для различных отношений b/d при неизменном h/b

Fig. 3 – Dependences of the capacitance C on the normalized electrode offset x/b calculated:

a – for different h/b ratios at a fixed d/b ; b – for different b/d ratios at a fixed h/b

Точность расчетов с помощью (4) можно дополнительно повысить, если модифицировать его следующим образом:

$$C_{of} = C_{ph} \left\{ 1 - \theta_3 \left[\frac{x}{b} \left(\frac{1}{\theta_3} - 1 \right) - 0,455 \left(1 - \exp \left(-\theta_4 \frac{x}{b} \right) \right) \right] \right\}, \quad (5)$$

где $\theta_3 = 1,418 / \left[1,116 + (b/d)^{0,764} \right] - 0,008$, $\theta_4 = 2,35(b/d)^{0,65} - 1,192$.

Анализ показывает, что погрешность расчетов с использованием (5) при $d/b \leq 1$ и $0 \leq x/b \leq 1$ составляет менее 3 %, а при $d/b \leq 1$ и $0 \leq x/b \leq 0,85$ составляет менее 1 % (относительно численных расчетов). Однако выражение (5) не позволяет с высокой точностью оценить емкость при смещении электродов, имеющих конечную толщину. Как можно видеть из рис. 3, а, увеличение толщины электродов ведет к увеличению емкости за счет роста вклада краевых эффектов. Чтобы повысить точность расчетов с использованием (5) для электродов с конечной толщиной, (5) можно модифицировать путем добавления поправки, содержащей отношение h/b :

$$C_{ofh} = C_{of} + \varepsilon_0 \varepsilon a \frac{\alpha}{\beta + d/b} \left[1 - \exp \left(-\gamma \frac{x}{b} \right) \right], \quad (6)$$

где $\alpha = 0,3388 / (1,1 + b/h)$, $\beta = 0,122 / (2,27 + b/h)$, $\gamma = 2,237 / \left[0,125 + (h/b)^{0,335} \right]$.

На рис. 4 представлены зависимости нормированной емкости C/C_0 от нормированного смещения x/b , полученные при различных отношениях d/b и h/b на основе данных расчета МКЭ (маркеры) и с использованием выражения (6) (линии). Анализ показывает, что выражение (6) позволяет рассчитать емкость с погрешностью при $d/b \leq 1$ и $h/b \leq 1$ не более 3 % в диапазоне $0 \leq x/b \leq 0,8$ и не более 8 % в диапазоне $0,8 \leq x/b \leq 1$.

5. Анализ расчета электростатических сил

При приложении между электродами электрического напряжения V возникает электростатическая сила притяжения, стремящаяся уменьшить расстояние между электродами: нормальная составляющая электростатической силы стремится уменьшить межэлектродный зазор d , а латеральная составляющая электростатической силы стремится увеличить площадь перекрытия между электродами (уменьшить величину x). В рамках модели ИПК формулы для расчета нормальной и латеральной (тангенциальной) составляющих электростатических сил при постоянном напряжении имеют вид:

$$F_{y_0}^V = -\frac{\varepsilon_0 \varepsilon a b V^2}{2d^2}; \quad (7)$$

$$F_{x_0}^V = -\frac{\varepsilon_0 \varepsilon a V^2}{2d}. \quad (8)$$

Согласно выражениям (7) и (8) в рамках модели ИПК при смещении подвижного электрода (уменьшении площади перекрытия электродов) нормальная составляющая электростатической силы будет линейно уменьшаться из-за уменьшения b , тогда как латеральная составляющая останется неизменной. Однако, как показывает анализ расчетов МКЭ, влияние краевых эффектов необходимо учитывать не только при оценке электрической емкости, но и при оценке

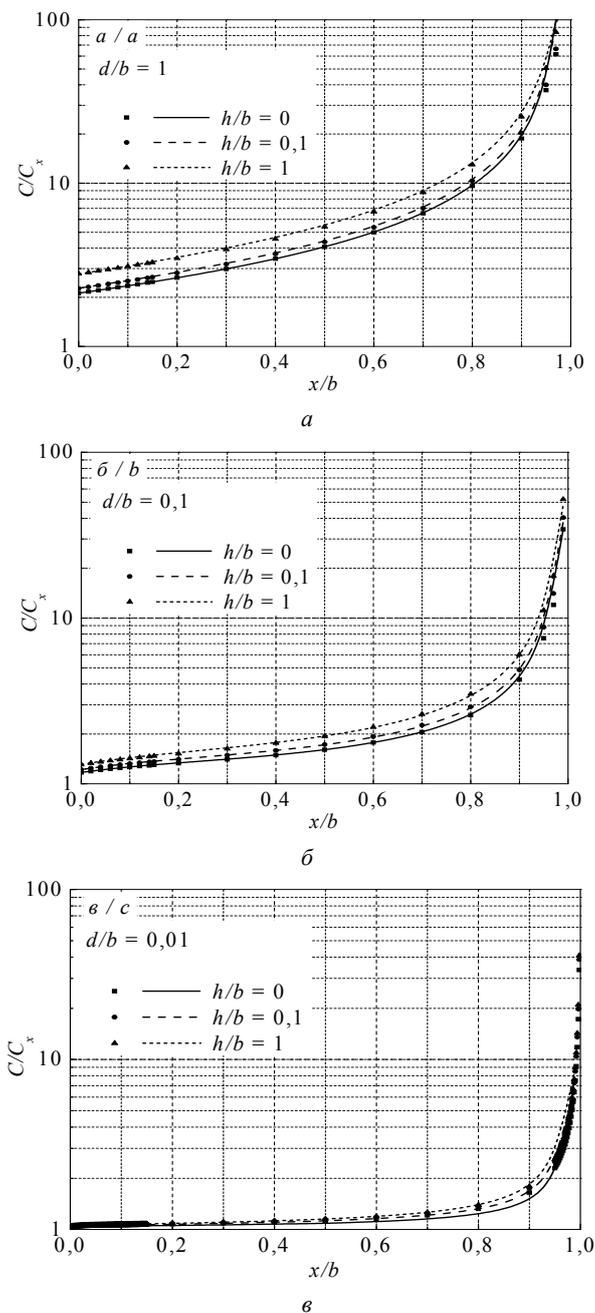


Рис. 4 – Зависимости нормированной емкости C/C_0 от нормированного смещения x/b при различных отношениях d/b и h/b : $a - d/b = 1$; $б - d/b = 0,1$; $в - d/b = 0,01$ (маркеры – расчет МКЭ, линии – расчет с использованием (6))

Fig. 4 – Dependences of the normalized capacitance C/C_0 on the normalized interelectrode offset x/b with different ratios of d/b and h/b :

$a - d/b = 1$; $b - d/b = 0,1$; $c - d/b = 0,01$ (symbols are FEM calculations, lines are calculations using equation (6))

электростатических сил. На рис. 5 приведены зависимости тангенциальной составляющей электростатической силы от отношения x/b , рассчитанные при постоянном напряжении, линии с маркерами – расчет МКЭ, сплошные серые линии – расчет по модели ИПК. Так же, как и в случае с электрической емкостью, значения сил, рассчитанные с использованием модели ИПК, с ростом отношения d/b все сильнее расходятся с результатами численного расчета.

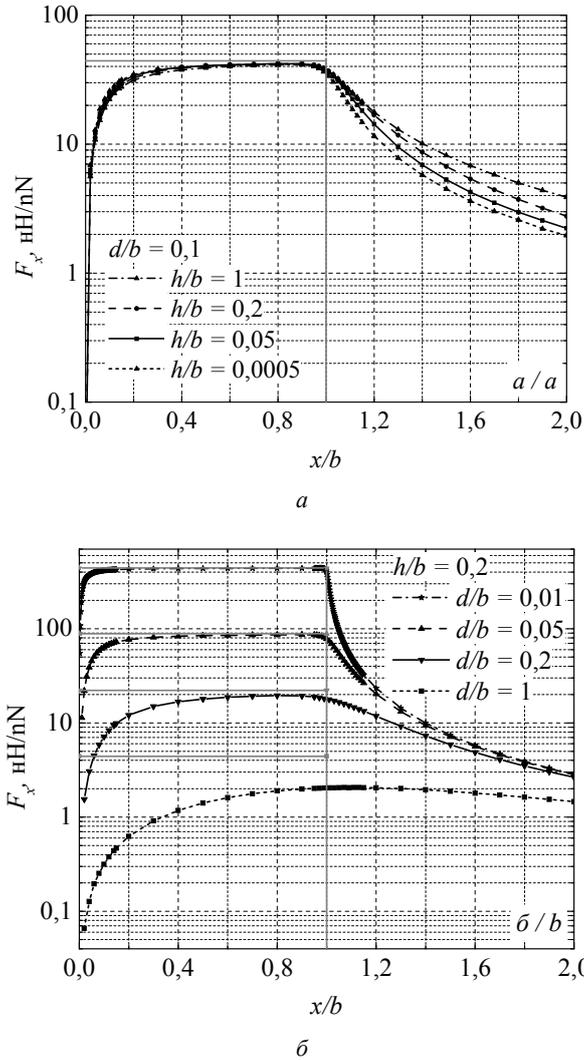


Рис. 5 – Зависимости тангенциальной составляющей электростатической силы от нормированного смещения электродов x/b рассчитанные:

a – для различных отношений h/b при неизменном d/b ; b – для различных отношений d/b при неизменном h/b

Fig. 5 – Dependences of the tangential component of the electrostatic force on normalized electrode offset x/b calculated:

a – for different h/b ratios at a fixed d/b ; b – for different d/b ratios at a fixed h/b

В литературе [7, 9] имеются выражения для оценки электростатических сил с учетом краевых эффектов при смещении подвижного электрода. В частности для тангенциальной компоненты силы

$$F_x^V = -\frac{C_{ph}V^2}{2b} \theta \left[1 - \exp\left(-\frac{b}{d} \frac{x}{b}\right) \right], \quad (9)$$

где $\theta = 1,0366 - 2,2275 \sqrt{1 + 2,3467 \times (b/d)^{0,5403}}$.

Сравнение оценок, выполненных с использованием выражения (9) с результатами расчета МКЭ, показывает, что данное выражение при значениях $d/b \leq 1$ имеет погрешность не более 5 % в диапазоне $0,1 \leq x/b \leq 0,8$ и не более 10 % в диапазоне $0,02 \leq x/b \leq 0,9$, однако оценка применима только для электродов с нулевой толщиной, поскольку не учитывает вклада краевых эффектов за счет конечной толщины электродов.

Получить выражение для оценки тангенциальной составляющей электростатической силы, учитывающее краевые эффекты при изменении параметров d , h , и x , возможно на основе выражения (6) путем дифференцирования выражения для потенциальной энергии E по смещению x :

$$F_x^V = -\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial C_{ofh}}{\partial x} \frac{V^2}{2}. \quad (10)$$

Анализ показывает, что погрешность расчета в данном случае, относительно МКЭ, составляет не более 5 % в диапазоне $0,1 \leq x/b \leq 0,8$ при значениях $d/b \leq 1$, $h/b \rightarrow 0$, и не более 10 % в диапазоне $0,1 \leq x/b \leq 0,9$ при значениях $d/b \leq 0,1$, $h/b \leq 1$. Следует отметить, что погрешность расчета в интервале $0 \leq x/b \leq 0,2$ существенно возрастает, что сужает общий диапазон применимости (10).

В качестве альтернативного решения задачи аппроксимации данных расчета МКЭ предлагается модификация выражения (9) с заменой функции $1 - \exp(x)$ функцией $\arctg(x)$:

$$F_x^V = \frac{2}{\pi} F_{x_0}^V \arctg\left(\frac{\Theta \cdot x/b}{1000 d/b + x/b}\right), \quad (11)$$

где $\Theta = \frac{1715 \sqrt{3 + (b/d)^2} + 26}{h/b + 2,14 / (b/d)^{1,392} + 0,038} - 300 \exp(-b/1,4d) - 0,7 b/d + 989$.

На рис. 6 показаны зависимости нормированных значений F_x^V от нормированного смещения x/b , аппроксимированные выражениями (9), (10), (11) для случая с электродами нулевой толщины ($h/b \rightarrow 0$). Из рис. 6 видно, что формула (11) (сплошная линия) наиболее точно описывает результаты расчетов тангенциальной составляющей электростатической силы МКЭ.

Как было отмечено ранее, выражение (9) не применимо для описания системы с электродами конечной толщины, поэтому в дальнейшем анализе оно не участвует. На рис. 7 для сравнения приведены графики зависимости погрешности (относительно расчетов МКЭ) значений тангенциальной составляющей электростати-

ческой силы, аппроксимированных выражениями (10) и (11), от нормированного смещения x/b (черные маркеры – формула (11), белые – формула (10)). Анализ показывает, что погрешность расчета с использованием (11) составляет не более 5 % в диапазоне $0,05 \leq x/b \leq 0,85$ при значениях $d/b \leq 0,5$, $h/b \leq 1$, что является более точным результатом по сравнению с выражением (10).

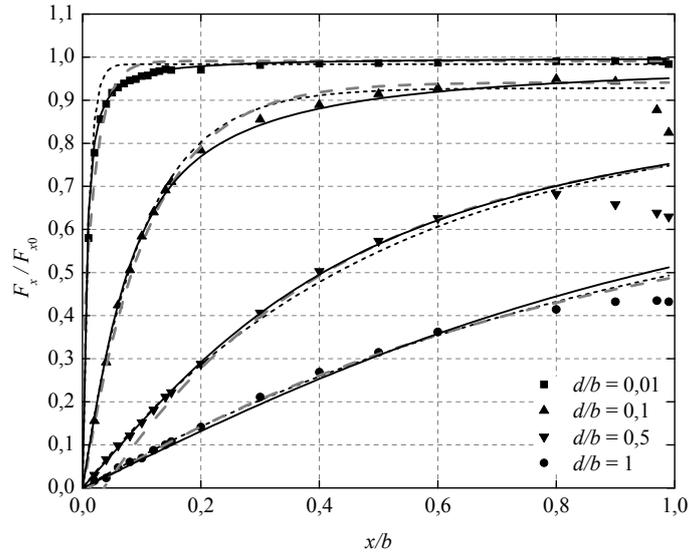


Рис. 6 – Зависимости нормированных значений тангенциальной электростатической силы при постоянном напряжении от нормированного смещения x/b при различных отношениях d/b для $h/b \rightarrow 0$ (маркеры – расчет МКЭ; штриховая линия – расчет по формуле (9), серая штриховая линия – расчет по формуле (10), сплошная – расчет по формуле (11))

Fig. 6 – Dependences of normalized tangential term of the electrostatic force on the normalized electrode offset x/b with different ratios of d/b in case of $h/b \rightarrow 0$ (symbols are FEM data points; dash line is calculation of the equation (9); gray dash line is calculation of the equation (10); straight line is calculation of the equation (11))

Взяв за основу (11), можно также получить выражение для электрической емкости путем интегрирования силы F_x^V по величине смещения x :

$$C_{Fx} = \frac{2}{V^2} \int F_x^V dx + C_{ph} - \varepsilon_0 \varepsilon \eta, \quad (12)$$

где $\eta = 0,113(b/d)/(0,4b/d + 9)$ – корректирующий коэффициент для снижения погрешности (относительно МКЭ) в диапазоне $0 \leq x/b \leq 1$.

На рис. 8 для сравнения приведены графики зависимости погрешности значений емкости, аппроксимированных выражениями (6) и (12), от нормированного смещения x/b . Как можно видеть, выражение (12), полученное на основе формулы для аппроксимации электростатической силы (11), имеет относительно меньшие погрешности: не более 2 % при $d/b \leq 1$ и $h/b \leq 1$ в диапазоне $0 \leq x/b \leq 1$.

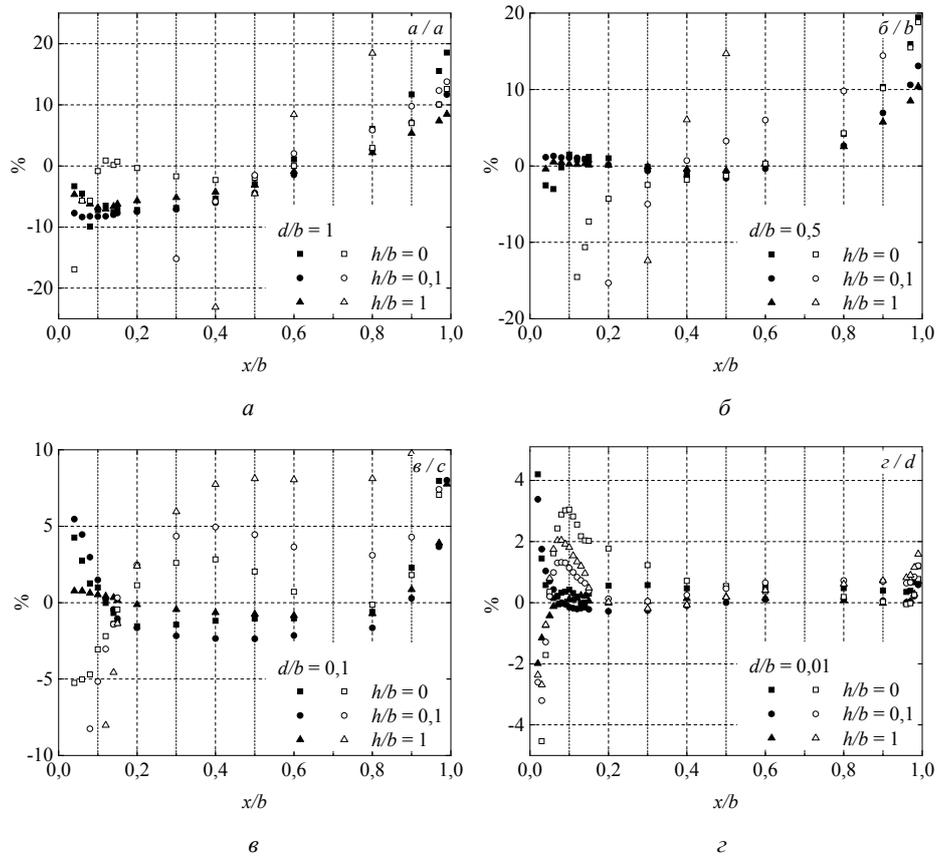


Рис. 7 – Графики отклонения (в процентах) аппроксимированных значений тангенциальной составляющей электростатической силы от значений МКЭ при различных отношениях d/b и h/b (черные маркеры – формула (11), белые – формула (10)):

$a - d/b = 1$; $б - d/b = 0,5$; $в - d/b = 0,1$; $г - d/b = 0,01$

Fig. 7 – Deviation plots (in per cent) of approximated values of lateral electrostatic force from FEM values with different ratios of d/b and h/b (black symbols – equation (11), white symbols – equation (10)):

$a - d/b = 1$; $b - d/b = 0,5$; $c - d/b = 0,1$; $d - d/b = 0,01$

Заключение

В работе приведены результаты теоретических исследований электрической емкости и электростатических сил в системе со смещающимися плоскопараллельными электродами в 2D-приближении. Также представлены данные эксперимента по измерению зависимости емкости от величины относительного смещения электродов при различных величинах межэлектродного зазора. Показано, что за счет вклада краевых эффектов значения емкости при смещении электродов существенно отличаются от значений, рассчитываемых по формуле ИПК, когда уже при $x/b \geq 1$ значения емкостей равны нулю.

Методом конечных элементов были рассчитаны зависимости емкости и электростатических сил от величины межэлектродного зазора, толщины электродов и их относительного смещения с учетом краевых эффектов. Выполнено сравнение теоретических и экспериментальных результатов, показано, что зависимость,

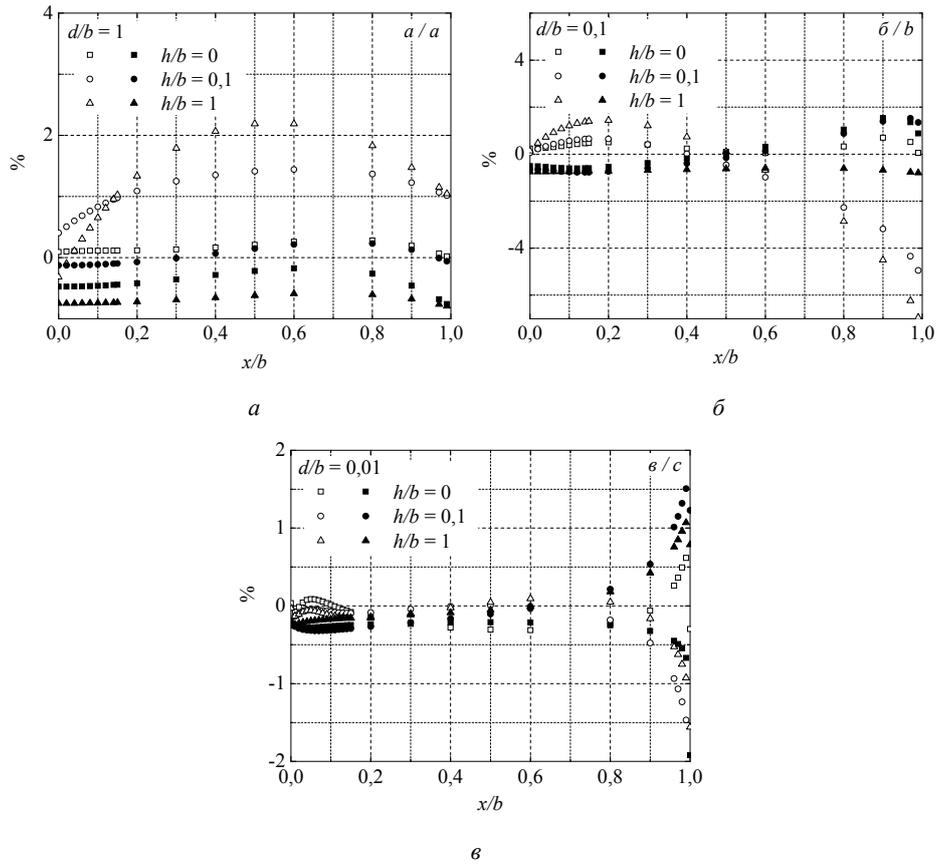


Рис. 8 – Графики отклонения (в процентах) аппроксимированных значений электрической емкости от значений МКЭ при различных отношениях d/b и h/b (черные маркеры – формула (12), белые – формула (6)):

$a - d/b = 1$; $б - d/b = 0,1$; $в - d/b = 0,01$

Fig. 8 – Deviation plots (in per cent) of approximated values of capacitance from FEM values with various ratios of d/b and h/b (black symbols – equation (12), white symbols – equation (6)):

$a - d/b = 1$; $b - d/b = 0,1$; $c - d/b = 0,01$

рассчитанная в рамках МКЭ, в диапазоне $0 \leq x/b \leq 0,8$ расходится с экспериментом не более чем на 5 %.

Получены аппроксимационные формулы для расчета емкости и тангенциальной составляющей электростатической силы с учетом краевых эффектов. Произведена оценка пределов применимости полученных формул, учитывающих краевые эффекты в двумерном приближении. Данные формулы позволяют рассчитывать электрическую емкость при $d/b \leq 1$, $h/b \leq 1$ и $0 \leq x/b \leq 1$ с погрешностью менее 2 %, а тангенциальную электростатическую силу при постоянном напряжении – с погрешностью не более 5 % в диапазоне $0,05 \leq x/b \leq 0,85$ при значениях $d/b \leq 0,5$ и $h/b \leq 1$, что вполне достаточно для практических применений.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Palmer H.B.** Capacitance of a parallel-plate capacitor by the Schwartz–Christoffel transformation // Transaction on AIEE. – 1937. – Vol. 56, N 3. – P. 363–366. – doi: 10.1109/T-AIEE.1937.5057547.
2. **Elliot R.S.** Electromagnetics: history, theory, and applications. – New York: McGraw-Hill, 1966. – 631 p.
3. **Иосель Ю.Я., Кочанов Э.С., Струнский М.Г.** Расчет электрической емкости. – Л.: Энергоиздат, 1981. – 288 с.
4. **Leus V., Elata D.** Fringing field effect in electrostatic actuators // Technical Report ETR. – 2004. – Vol. 2. – P. 2–15.
5. **Hosseini M., Zhu G., Peter Y.-A.** A new formulation of fringing capacitance and its application to the control of parallel-plate electrostatic micro actuators // Analog Integrated Circuits and Signal Processing. – 2007. – Vol. 53, iss. 2. – P. 119–128. – doi: 10.1007/s10470-007-9067-3.
6. **Драгунов В.П., Остертак Д.И.** Расчет нормальной составляющей электростатической силы в МЭМС // Сборник научных трудов НГТУ. – 2009. – № 1 (55). – С. 40–45.
7. **Драгунов В.П., Колчужин В.А., Остертак Д.И.** Влияние краевых эффектов на электрическую емкость в МЭМС // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2009. – № 2 (13). – С. 97–105.
8. **Драгунов В.П., Остертак Д.И.** Электростатические взаимодействия в МЭМС с плоскопараллельными электродами. Ч. 1. Расчет емкостей // Нано- и микросистемная техника. – 2010. – № 7. – С. 37–41.
9. **Драгунов В.П., Остертак Д.И.** Электростатические взаимодействия в МЭМС с плоскопараллельными электродами. Ч. 2. Расчет электростатических сил // Нано- и микросистемная техника. – 2010. – № 8. – С. 40–47.
10. **Доржиев В.Ю., Драгунов В.П., Остертак Д.И.** Расчет емкости МЭМС в 2D-приближении // Сборник научных трудов НГТУ. – 2010. – № 4 (62). – С. 73–80.
11. **Остертак Д.И.** Анализ электростатических взаимодействий в плоскопараллельных МЭМС с учетом краевых эффектов в 3D-приближении // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2017. – № 1 (34). – С. 116–132. – doi: 10.17212/1727-2769-2017-1-116-132.
12. **Остертак Д.И.** Микроэлектромеханика. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. – 120 с.
13. **Драгунов В.П., Остертак Д.И.** Анализ электромеханических процессов в МЭМП с изменяющейся площадью перекрытия электродов // Научный вестник НГТУ. – 2009. – № 2 (35). – С. 115–127.
14. **Драгунов В.П., Остертак Д.И.** Расчет латеральной составляющей электростатической силы в МЭМС // Научный вестник НГТУ. – 2009. – № 1 (34). – С. 229–232.

**AN ANALYSIS OF ELECTROSTATIC
INTERACTIONS IN PARALLEL-PLATE MEMS
WITH AN ELECTRODE OFFSET**

Ostertak D.I., Pelmenev K.G.

Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

During the design process of electrostatic microelectromechanical systems (MEMS) it is necessary to evaluate electric capacitance and electrostatic forces acting between different elements of the structure. These parameters are usually evaluated using analytical expressions that do not take into account fringing field effects or using numerical computations that take into account these effects, but require a lot of time and powerful computers hampering further MEMS optimization, where it is essential to have fast and evident calculation methods. Therefore analytical expressions making it possible to evaluate capacitances and electrostatic forces with a sufficient for practical application accuracy are very attractive. This work is devoted to the experimental

and theoretical study of electrostatic interactions in parallel-plate MEMS within the 2D-approach with a relative electrode offset. Dependences of capacitance and electrostatic force on the interelectrode gap, electrode thickness, and electrode offset are calculated using the finite element method. On the basis of the calculation approximation formulas to calculate capacitance and the tangential component of the electrostatic force taking into account fringing field effects have been obtained. A comparison between experimental and theoretical results demonstrates good agreement. Applicability limits of the obtained formulas are estimated.

Keywords: MEMS, parallel-plate capacitor, capacitance, electrostatic forces, fringing field effects, finite element method, approximation formulas.

DOI: 10.17212/1727-2769-2018-1-7-21

REFERENCES

1. Palmer H.B. Capacitance of a parallel-plate capacitor by the Schwartz–Christoffel transformation. *Transaction on AIEE*, 1937, vol. 56, no. 3, pp. 363–366. doi: 10.1109/T-AIEE.1937.5057547.
2. Elliot R.S. *Electromagnetics: history, theory, and applications*. New York, McGraw-Hill, 1966. 631 p.
3. Iossel' Yu.Ya., Kochanov E.S., Strunskii M.G. *Raschet elektricheskoi emkosti* [Electric capacitance calculation]. Leningrad, Energoizdat Publ., 1981. 288 p.
4. Leus V., Elata D. Fringing field effect in electrostatic actuators. *Technical Report ETR*, 2004, vol. 2, pp. 2–15.
5. Hosseini M., Zhu G., Peter Y.-A. A new formulation of fringing capacitance and its application to the control of parallel-plate electrostatic micro actuators. *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, 2007, vol. 53, iss. 2, pp. 119–128. doi: 10.1007/s10470-007-9067-3.
6. Dragunov V.P., Ostertak D.I. Raschet normal'noi sostavlyayushchei elektrostatischei sily v MEMS [The calculation of the normal component of electrostatic force in MEMS]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2009, no. 1 (55), pp. 40–45.
7. Dragunov V.P., Kolchuzhin V.A., Ostertak D.I. Vliyanie kraevykh effektov na elektricheskuyu emkost' v MEMS [Fringing field effect on electric capacitance in MEMS]. *Doklady Akademii Nauk Vysshei Shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian Higher School Academy of Sciences*, 2009, no. 2 (13), pp. 97–105.
8. Dragunov V.P., Ostertak D.I. Elektrostatische vzaimodeistviya v MEMS s ploskoparallelnymi elektrodami. Ch. 1. Raschet emkosti [Electrostatic interactions in MEMS with plane-parallel electrodes. Pt. 1. Estimation of the capacitance]. *Nano- i mikrosistemnaya tekhnika – Journal of Nano- and Microsystem Technique*, 2010, no. 7, pp. 37–41.
9. Dragunov V.P., Ostertak D.I. Elektrostatische vzaimodeistviya v MEMS s ploskoparallelnymi elektrodami. Ch. 2. Raschet elektrostatischeikh sil [Electrostatic interactions in MEMS with plane-parallel electrodes. Pt. 2. Estimation of electrostatic forces]. *Nano- i mikrosistemnaya tekhnika – Journal of Nano- and Microsystem Technique*, 2010, no. 8, pp. 40–47.
10. Dorzhiev V.Yu., Dragunov V.P., Ostertak D.I. Raschet emkosti MEMS v 2D-priblizhenii [MEMS capacitance calculation within 2D-approach]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2010, no. 4 (62), pp. 73–80.
11. Ostertak D.I. Analiz elektrostatischeikh vzaimodeistvii v ploskoparallelnykh MEMS s uchetom kraevykh effektov v 3D-priblizhenii [An analysis of electrostatic interactions in parallel-plate MEMS with regard to fringing field effects within a 3d-approach]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 1 (34), pp. 116–132. doi: 10.17212/1727-2769-2017-1-116-132.
12. Ostertak D.I. *Mikroelektromekhanika* [Microelectromechanics]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2016. 120 p.
13. Dragunov V.P., Ostertak D.I. Analiz elektromekhanicheskikh protsessov v MEMS s izmenyayushcheisya ploschad'yu perekrytiya elektrodov [The analysis of electromechanical operation of in-plane overlap MEMS converter]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudar-*

stvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university, 2009, no. 2 (35), pp. 115–127.

14. Dragunov V.P., Ostertak D.I. Raschet lateral'noi sostavlyayushchei elektrostaticheskoi sily v MEMS [The calculation of lateral electrostatic force component of MEMS]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2009, no. 1 (34), pp. 229–232.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



Остертак Дмитрий Иванович – родился в 1983 году, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры полупроводниковых приборов и микроэлектроники Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: нано- и микросистемная техника. Опубликовано более 40 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса 20, корп. 4. E-mail: ostertak@ngs.ru, ostertak@corp.nstu.ru).

Ostertak Dmitriy Ivanovich (b. 1983) – PhD (Eng.), associate professor, associate professor of the Department of Semiconductor Devices and Microelectronics at the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on nano- and microsystem engineering. He is the author of more than 40 scientific papers. (Address: 20, Karl Marks Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: ostertak@ngs.ru, ostertak@corp.nstu.ru).



Пельменев Константин Геннадьевич – родился в 1993 году, аспирант кафедры полупроводниковых приборов и микроэлектроники Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: нано- и микросистемная техника. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса 20, корп. 4. E-mail: pelkonst@mail.ru).

Pelmenev Konstantin Gennadyevich (b. 1993) – a graduate student at the Department of Semiconductor Devices and Microelectronics in the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on nano- and microsystem engineering. (Address: 20, Karl Marks Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: pelkonst@mail.ru).

*Статья поступила 28 февраля 2018 г.
Received February 28, 2018*

To Reference:

Ostertak D.I., Pelmenev K.G. Analiz elektrostaticheskikh vzaimodeistvii v ploskoparallelnykh MEMS so smescheniem elektrodov [An analysis of electrostatic interactions in parallel-plate MEMS with an electrode offset]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2018, no. 1 (38), pp. 7–21. doi: 10.17212/1727-2769-2018-1-7-21.