

УДК 539.5

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ КОЛЬЦЕВЫХ КОМПОЗИТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ****В.О. Каледин<sup>1</sup>, А.Д. Ульянов<sup>1</sup>, Вл.О. Каледин<sup>2</sup>***<sup>1</sup>Новокузнецкий институт (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Кемеровский государственный университет»**<sup>2</sup>ОАО «Центральный научно-исследовательский институт специального машиностроения»*

Рассмотрена математическая модель термоупругого тела вращения из анизотропного материала, физико-механические свойства которого зависят от температуры. Подобные модели используются при проектировании конструкций, работающих при высоких температурах, поэтому жесткостные и прочностные характеристики материала исследуемого объекта изменяются вследствие его термической деструкции. Решение задачи термоупругости при силовых и температурных воздействиях получено методом конечных элементов в осесимметричной постановке, что позволяет увеличить точность решения задачи при меньшем количестве конечных элементов сетки рассматриваемой модели. В качестве конечных элементов использованы кольцевые элементы с четырехугольным осевым сечением, имеющие четыре узла в вершинах при кусочно-билинейной интерполяции перемещений или восемь узлов – при кусочно-биквадратичной интерполяции. Программная реализация выполнена с использованием визуальных средств, упрощающих понимание алгоритма, усложненного введением переменных физико-механических свойств материала. Визуальные средства и процедуры алгоритма обеспечиваются программным комплексом специального назначения. Используя предложенную методику и программную реализацию, была исследована модель кольца из композиционного материала при низкотемпературных и высокотемпературных воздействиях. Определены поля напряжений и перемещений по сечению кольца при низкотемпературных и высокотемпературных воздействиях. При рассматриваемых низкотемпературных воздействиях наибольшие сжимающие напряжения возникают по окружной координате на внешней стороне кольца. При высокотемпературных воздействиях распределение напряжений по сечению качественно изменяется вследствие уменьшения модулей упругости материала в прогретой зоне. Предложенная модель позволяет рассчитывать термонапряженное состояние элементов конструкций из полимерных композиционных материалов при высокотемпературных воздействиях.

*Ключевые слова:* термоупругость, термодеструкция, композиционные материалы, математическая модель, функционально-объектная схема, структурная модель, высокотемпературные воздействия.

DOI: 10.17212/1727-2769-2018-1-54-63

**Введение**

Задачи отыскания термоупругих деформаций тел вращения из композиционных материалов актуальны при проектировании конструкций, работающих при повышенных температурах. Основной особенностью задач данного класса является деградация физико-механических свойств материала при повышении температуры, приводящая к снижению его прочностных и жесткостных характеристик. Это затрудняет получение адекватных оценок напряжений и несущей способности. В известных работах, например [1], для этой цели используются модели, не

учитывающие выгорания материала. Модели, учитывающие изменение физико-механических характеристик при нагреве, разрабатывались либо для конструкций из традиционных материалов [2], либо для тонких пограничных слоев композиционного материала [3], что делает их трудно применимыми к расчету тонкостенных композитных элементов конструкций сложной формы при их проектировании.

В настоящей работе предложена методика, позволяющая учитывать изменение свойств материала при изменении температуры и вводить произвольную форму поперечного сечения рассматриваемого тела вращения. Задача решается для объектов, обладающих осевой симметрией. Температурные поля распределены симметрично оси вращения. Механические нагрузки отсутствуют. Это делает возможным использование двумерной постановки и конечно-элементной модели, составленной из плоских элементов продольного сечения [4–5]. Переход от объемных конечных элементов к плоским значительно сокращает объем вычислений и погрешность расчета.

С другой стороны, усложнение алгоритма расчета вследствие необходимости учета изменяющихся свойств материала вынуждает разрабатывать средства для программной реализации, допускающие обобщимость и наглядность представления алгоритма в графическом виде. Для реализации данной методики был выбран программный комплекс «Композит 2015», так как он предоставляет удобный инструментарий для разработки и отладки алгоритмов посредством функционально-объектных схем [6].

### 1. Математическая модель

Разрешающее уравнение получено на основе минимизации потенциальной энергии, которая выражается через перемещения и упругие константы материала с любой схемой армирования. При этом материал считаем термоупругим, а деформации и градиенты температуры достаточно малыми, чтобы было возможным использование линейного закона Дюамеля–Неймана (1) для анизотропного материала [7]:

$$\sigma_{ij} = d_{ijkl}(e_{kl} - \Delta t \zeta_{kl}), \quad (1)$$

где  $\sigma_{ij}$  – тензор напряжений;  $e_{kl}$  – линейный тензор деформаций;  $d_{ijkl}$  – компоненты тензора упругости;  $\Delta t$  – разность текущей и начальной температуры;  $\zeta_{kl}$  – коэффициенты линейного теплового расширения (КЛТР).

Компоненты тензора упругости и коэффициенты теплового расширения являются функциями температуры. По мере прогрева материала эти величины изменяются, причем модули упругости уменьшаются вплоть до нуля при достижении критической температуры, при которой материал выгорает. Отметим, что процесс нагрева может рассматриваться отдельно, поскольку его характерное время существенно превышает характерное время процесса упругой деформации. Тогда в каждый момент времени температура, а значит, и характеристики материала, известны, а деформации успевают измениться так, что выполняются условия равновесия. В этом случае равновесную конфигурацию в каждый текущий момент времени можно найти как решение несвязанной задачи термоупругости из вариационного принципа Лагранжа [8], приравняв к нулю вариацию потенциальной энергии:

$$\delta \left( \int_V w dV - \int_V F_i u_i dV - \int_S f_i u_i dS \right) = 0, \quad (2)$$

где  $w$  – плотность энергии деформации;  $u_i$  – векторное поле перемещений;  $F_i$  – объемные силы;  $f_i$  – поверхностные силы;  $V$  – объем;  $S$  – поверхность тела. Плотность энергии деформации выражается через деформации и напряжения следующим образом:

$$w = \frac{1}{2} \sigma_{ij} (e_{ij} - \Delta t \zeta_{ij}) + \text{const}.$$

Константа в этом соотношении несущественна, поскольку ее вариация равна нулю. С учетом линейности тензора деформаций функционал (2) оказывается квадратичным, и условие его стационарности равносильно условию минимума:

$$\min \Pi = \min(W - A),$$

где  $W = \int_V w dV$  – полная энергия деформации;  $A = \int_V F_i u_i dV + \int_S f_i u_i dS$  – работа внешних сил.

Геометрия конструкции (рис. 1) полностью определяется формой продольного сечения, которая задается по исходным данным, представленным ниже для рассматриваемых случаев. Сечение задается в плоскости  $XO\eta$  цилиндрической системы координат, где ось  $X$  совпадает с осью симметрии тела вращения. Для расчетов используются четырехузловые или восьмиузловые конечные элементы.

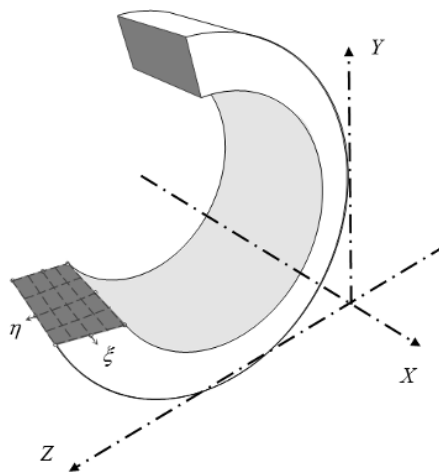


Рис. 1 – Тело вращения с конечными элементами на нем

Fig. 1 – Body of revolution with finite elements

Произвольная схема армирования приводит к взаимному влиянию нормальных и касательных напряжений, что вызывает при изменении температуры не только линейные деформации, но и сдвиговые, в том числе кручение. Таким образом, даже при осесимметричных воздействиях деформирование может не быть осесимметричным. Далее рассматривается возможность одновременных симметричных и антисимметричных деформаций, описываемых двумя гармониками ряда Фурье по окружной координате.

Задача статики решается по обычному алгоритму метода конечных элементов в форме метода перемещений [4–5].

В качестве неизвестных возьмем амплитудные значения линейных перемещений  $u$  – осевые,  $v$  – радиальные,  $w$  – окружные, по нескольким учитываемым гармоникам. Эти перемещения, заданные в узлах конечно-элементной сетки сечения, аппроксимируем в пределах элемента с использованием обычной техники изопараметрического отображения [4].

Для построения конечно-элементной сетки сечение разбивается на конечные четырехузловые или восьмиузловые элементы (рис. 1).

Используя физический закон (1), получим выражение энергии деформации в точке с координатами  $(X, \rho, \Phi)$ :

$$w = \frac{1}{2} (\varepsilon - \Delta t \zeta)^T D (\varepsilon - \Delta t \zeta),$$

где  $\varepsilon$  – вектор деформаций;  $\zeta$  – вектор КЛТР;  $\Delta t$  – разность начальной и узловой температуры;  $D$  – матрица упругости.

Потенциальная энергия элемента складывается из энергии деформации за вычетом работы внешних сил:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_V (\varepsilon - \Delta t \zeta)^T D (\varepsilon - \Delta t \zeta) dV - A.$$

Равновесие тела достигается при минимуме потенциальной энергии, для отыскания которого необходимо выразить деформации и перемещения через узловые переменные и найти их из условия равенства нулю частных производных от потенциальной энергии по искомым узловым переменным.

В силу периодичности искоемых факторов напряженно-деформированного состояния разложим перемещения элемента в ряды Фурье по координате  $\Phi$ , учитывая нулевую и первую гармоники:

$$\begin{cases} u_X(X, \rho, \Phi) = u(X, \rho) + u^c(X, \rho) \cos \Phi + u^s(X, \rho) \sin \Phi, \\ u_\rho(X, \rho, \Phi) = v(X, \rho) + v^c(X, \rho) \cos \Phi + v^s(X, \rho) \sin \Phi, \\ u_\Phi(X, \rho, \Phi) = w(X, \rho) + w^c(X, \rho) \cos \Phi + w^s(X, \rho) \sin \Phi. \end{cases} \quad (3)$$

Для задания зависимости перемещений от радиальной и осевой координат используем нормализованные координаты  $(\xi, \eta)$  (см. рис. 1). Начало нормализованной системы  $(\xi, \eta)$  помещено в центр тяжести элемента, а стороны четырехугольного элемента совпадают с координатными линиями  $\xi = \pm 1, \eta = \pm 1$ . Функции формы  $N_i(\xi, \eta)$  для таких элементов известны [3]. Нормализованные координаты связаны с координатами  $(X, \rho)$  соотношениями:

$$\begin{cases} X = \sum_i X_i N_i(\xi, \eta), \\ \rho = \sum_i \rho_i N_i(\xi, \eta), \end{cases} \quad (4)$$

где  $(X_i, \rho_i)$  – координаты  $i$ -го узла [4–5].

С учетом формул перехода (4) каждую гармонику перемещений (3) на элементе можно представить в виде линейной комбинации базисных функций с коэффициентами, равными узловым переменным. Тогда вектор деформаций в произвольной точке элемента выражается через узловые переменные  $\bar{\delta}_e$  следующим образом:

$$\varepsilon = (B_0 + B_c \cos \Phi + B_s \sin \Phi) \bar{\delta}_e, \quad (5)$$

где  $B_0$ ,  $B_c$  и  $B_s$  – матрицы связи амплитуд гармоник деформаций с узловыми перемещениями элемента, не зависящие от окружной координаты  $\Phi$ , содержащие производные от базисных функций по координатам.

С учетом изложенного условие минимума потенциальной энергии известным образом приводится к системе линейных алгебраических уравнений

$$K\Delta = Q, \quad (6)$$

где  $K$  – матрица жесткости;  $\Delta$  – вектор амплитуд гармоник узловых перемещений;  $Q$  – вектор эквивалентных узловых сил, включающий силовые и температурные составляющие.

Решив систему уравнений (6) и подставив узловые переменные в интерполяционную формулу, найдем амплитуды разложения в ряд Фурье перемещений в любой точке сечения. Тогда могут быть вычислены деформации по формулам (5), а затем напряжения (как в цилиндрических координатах, так и в главных осях анизотропии) по формуле (1).

## 2. Программная реализация

Алгоритм решения рассмотренной выше задачи отличается вычислением характеристик материала при заданной температуре, которая переменна по сечению кольца. Учитывая, что эта задача может решаться в комплексе с моделированием других физических процессов, реализация была выполнена в комплексе «Композит 2015», содержащем визуальные средства для наглядного представления реализуемых алгоритмов. Комплекс содержит редактор конфигурации, интерпретатор и библиотеку функциональных классов [5]. Для решения поставленной задачи была изменена конфигурация и дополнена библиотека функциональных классов.

На рис. 2 представлен фрагмент конфигурации, представляющий конечный элемент.

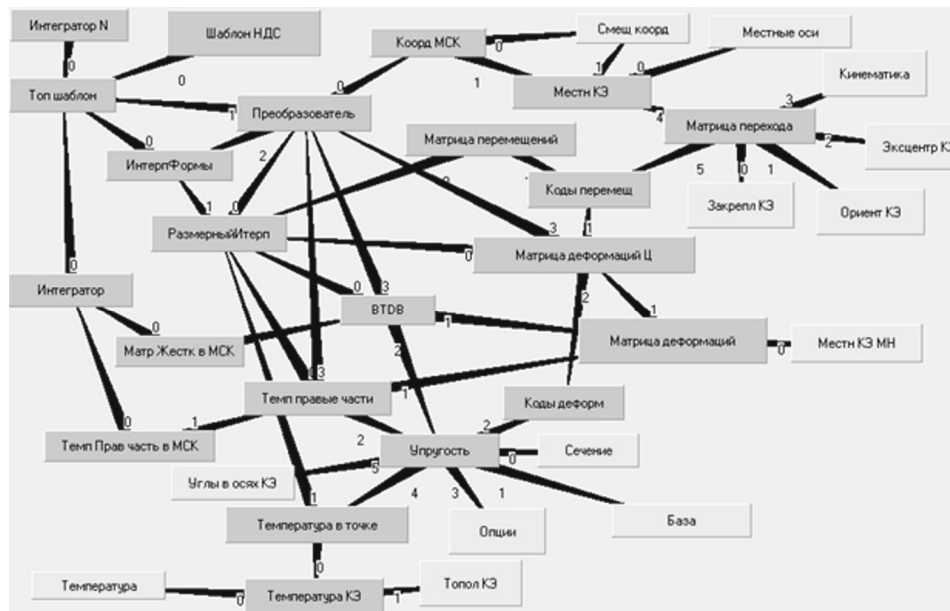


Рис. 2 – Фрагмент конфигурации на уровне конечного элемента

Fig. 2 – Schematic fragment at the finite element level

Основные изменения коснулись объекта «Упругость» и его аргументов, на базе которого в дальнейшем происходит вычисление матрицы жесткости в местной системе координат и температурных составляющих правых частей для конечного элемента. Для объекта «Матрица деформаций» определен переход к новой системе координат (меридиан-нормаль), учитывая, что деформации могут вычисляться в системе координат, не совпадающей с цилиндрической. Схема на рис. 2 используется как представление и для восьмиузлового конечного элемента, и для четырехузлового, с изменением только названий функциональных классов топологического шаблона и интерполятора, что иллюстрирует одно из преимуществ предлагаемого подхода.

### 3. Структурная модель

Исследуемые объекты представляют собой кольцо с заданным продольным сечением, в котором задано поле температур. Все физико-механические характеристики материала объекта были заданы как функции температуры. Основные геометрические характеристики и форма показаны на чертеже (рис. 3), где  $r$  – малый радиус скругления;  $R$  – большой радиус скругления;  $R1$  – расстояние до нижней грани;  $R2$  – расстояние до верхней грани;  $H$  – продольный размер сечения;  $AB$  – внутренняя поверхность кольца;  $CD$  – внешняя поверхность. Неподвижной считается правая грань сечения  $EF$ .

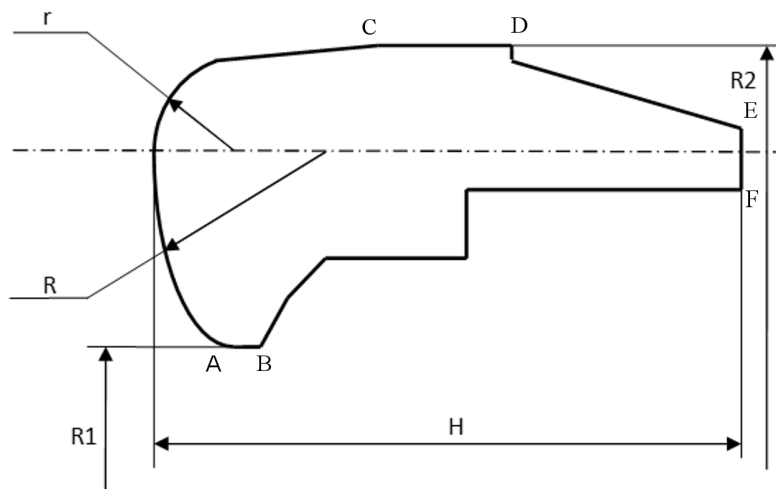


Рис. 3 – Сечение кольца

Fig. 3 – Cross section of the ring

При генерации конечно-элементных сеток применялись методы геометрического построения и не использовалась адаптация сетки, так как предварительный расчет равномерного прогрева показал приемлемое качество сетки (погрешность не превышала  $10^{-10}$ ).

### 4. Результаты

При помощи данной методики были проведены расчеты для напряжений и перемещений при неравномерном распределении температур по сечению кольца при низкотемпературном нагреве (от 20 до 70 °C) и при высокотемпературном нагреве (от 20 до 300 °C). Распределение температур для обоих случаев изобра-

жено рисунке (рис. 4, а и б). При температурном воздействии свыше 100 °С происходит линейное уменьшение модуля упругости до нуля.

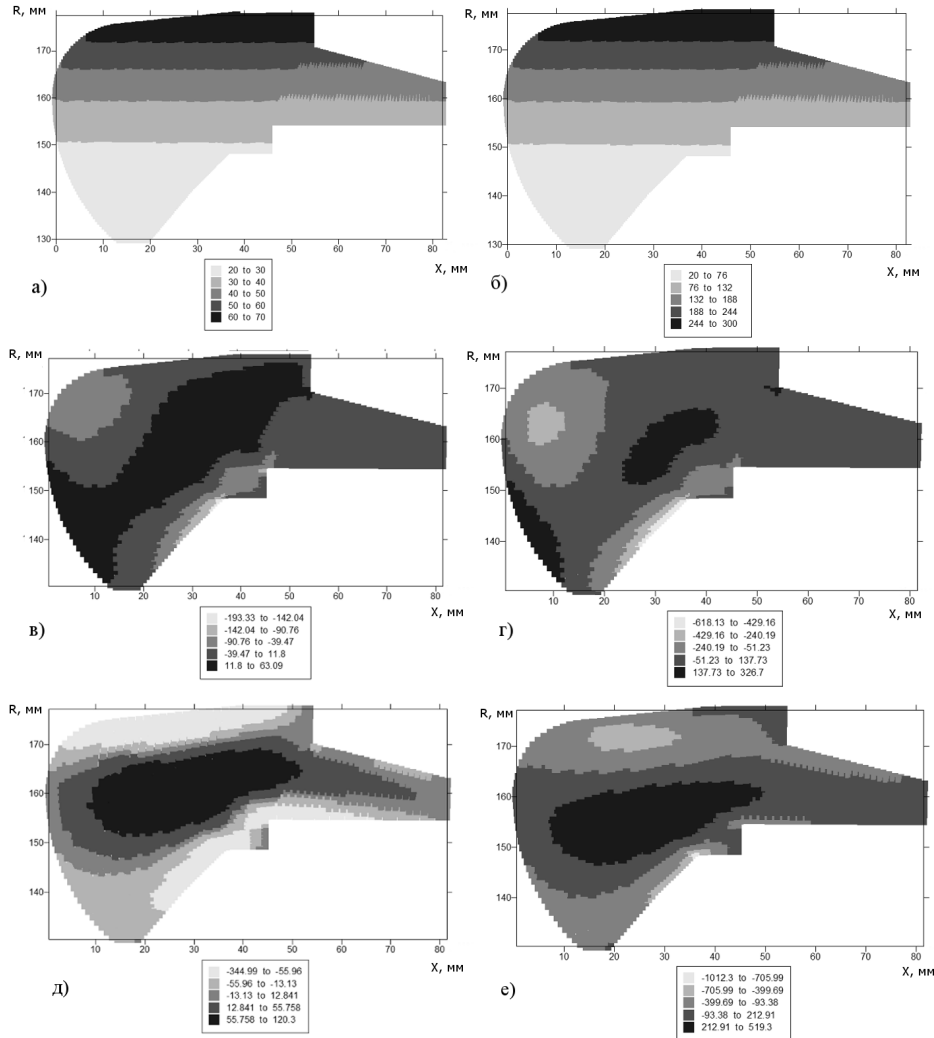


Рис. 4 – Поля распределений для низкотемпературных воздействий: а – температура (°С); в – напряжение (МПа) по осевой координате; д – касательные напряжения (МПа) в плоскости сечения и для высокотемпературных воздействий: б – температура (°С); г – напряжение (МПа) по осевой координате; е – касательные напряжения (МПа) в плоскости сечения

Fig. 4 – Distribution fields for low-temperature impact: а – Temperature (°C); в – pressure (MPa) in the axial coordinate; д – shear stresses (MPa) in the plane section and for high-temperature impact: б – Temperature (°C); г – stress (MPa) of the axial coordinate; е – shear stresses (MPa) in the cross sectional plane

При сравнении полей напряжений при низкотемпературном и высокотемпературном воздействии учтём, что приращение температуры увеличивается в 5,6 раза. При этом максимальные сжимающие напряжения увеличиваются только в 3 раза, а максимальные растягивающие напряжения – в 5 раз. Это объясняется

тем, что растяжение преобладает в центре сечения, а сжимающие напряжения действуют в зоне более высоких температур, что приводит к уменьшению модулей упругости вследствие деградации физико-механических свойств материала. Характер распределения касательных напряжений не изменился, но максимальные значения напряжений увеличились в 3–4 раза.

### Заключение

В работе представлена математическая модель термоупругих деформаций тела вращения с физико-механическими характеристиками, изменяющимися с ростом температуры, и программно реализован алгоритм вычисления напряжений в кольцах из композиционных материалов при неравномерном распределении температур. Проведена верификация на контрольном примере, которая подтверждает корректность алгоритма. С помощью разработанной методики возможно вычисление перемещений, напряжений и деформаций в телах вращения из композиционных материалов с изменяющимися при нагреве свойствами.

### ЛИТЕРАТУРА

1. **Вохмянин И.Т., Немировский Ю.В.** Проектирование равнопрочных упругих тороидальных оболочек вращения в условиях термостатического нагружения // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2011. – № 2 (17). – С. 65–77.
2. Математическое моделирование работы резиноподобных теплозащитных в широком диапазоне температур / А.Н. Гаращенко, В.Л. Страхов, Г.В. Кузнецов, В.П. Рудзинский // Шестая Всероссийская конференция «Внутрикамерные процессы и горение в установках на твердом топливе и в ствольных системах» (ICOC-2008): сборник трудов. – Ижевск: ИПМ УрО РАН, 2008. – С. 15–24.
3. **Мельников А.С., Страхов В.Л.** Уточненная математическая модель работы вспучивающейся огнезащиты на минеральной основе // Пожаровзрывобезопасность. – 2007. – Т. 16, № 4. – С. 26–33.
4. **Зенкевич О.** Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 541 с.
5. **Бате К.-Ю.** Методы конечных элементов / пер. с англ. В.П. Шидловского; под ред. Л.И. Турчака. – М.: Физматлит, 2010. – 1024 с.
6. Программная система для алгоритмизации численного решения задач механики сплошной среды / В.О. Каледин, Я.С. Крюкова, Н.В. Нагайцева, Е.В. Равковская // Известия Алтайского государственного университета. – 2014. – № 1-1 (81). – С. 161–164.
7. Моделирование статики и динамики оболочечных конструкций из композиционных материалов / В.О. Каледин, С.М. Аульченко, А.Б. Миткевич, Е.В. Решетникова, Е.А. Седова, Ю.В. Шпакова. – М.: Физматлит, 2014. – 196 с.
8. **Работнов Ю.Н.** Механика деформируемого твердого тела: учебное пособие для вузов. – 2-е изд., испр. – М.: Наука, 1988. – 712 с.

### SIMULATION OF THE STRESS-STRAIN STATE IN THE COMPOSITE RING BODY UNDER HIGH TEMPERATURE CONDITIONS

**Kaledin V.O.<sup>1</sup>, Ul'janov A.D.<sup>1</sup>, Kaledin V.I.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Institute (Branch) of Kemerovo State University, Novokuznetsk, Russia*

<sup>2</sup>*Central Research Institute of Special Machinery, Khotkovo, Russia*

A mathematical model of a thermoelastic axially symmetrical body made of an anisotropic material whose physicomachanical properties are temperature dependant is considered. Similar models are used in designing constructions working under high temperatures. Therefore stiffness and strength characteristics of the material of the object under study change owing to its thermal destruction. The solution of the problem of thermoelasticity under force and temperature effects is



obtained by the finite-element method in an axisymmetric formulation, which allows increasing the accuracy of the solution with a smaller number of finite elements of the considered model grid. Ring elements of a quadrangular axial section having four nodes in peaks in the case of piecewise and bilinear relocation interpolation or eight nodes in the case of piecewise and biquadratic interpolation are used as finite elements. Software implementation is made with the use of visual means simplifying understanding of the algorithm complicated by the introduction of variable physico-mechanical properties of the material. The algorithm visual means and procedures are provided with a special-purpose program complex. Using the proposed technique and software implementation, a ring model made of a composition material under low-temperature and high-temperature effects is tested. Tension and relocation fields are determined by the ring section under low-temperature and high-temperature effects. Under low-temperature conditions the greatest compression stresses arise along the circumferential coordinate on the outer side of the ring. Under high-temperature effects the section stress distribution qualitatively changes owing to the reduction of the elasticity modulus of the material in the heated-up zone. The proposed model allows calculating thermal tension of structure elements made of polymeric composition materials under high-temperature effects.

**Keywords:** Thermoelastic, thermodestruction, composite materials, math model, structure model, high-temperature effects.

DOI: 10.17212/1727-2769-2018-1-54-63

#### REFERENCES

1. Vokhmyanin I.T., Nemirovsky Yu.V. Proektirovanie ravnooprochnykh uprugikh toroidal'nykh obolochek vrashcheniya v usloviyakh termosilovogo nagruzheniya [Design of the uniformly strong elastic toroidal shells of revolution under the conditions of thermo-force loading]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2011, no. 2 (17), pp. 65–77.
2. Garashchenko A.N., Strakhov V.L., Kuznetsov G.V., Rudzinskii V.P. [Mathematical modeling of rubber-like heat shield in a wide temperature range]. *Shestaya Vserossiiskaya konferentsiya "Vnutrikamernye protsessy i gorenie v ustanovkakh na tverdom toplive i v stvol'nykh sistemakh" (ICOC-2008): sbornik trudov* [Proceedings of the Sixth All-Russian Conference "Intrachamber Processes and Combustion in Solid-Fuel Facilities and Gun Systems" (ICOC-2008)]. Izhevsk, Institute of Applied Mechanics of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences Publ., 2008, pp. 15–24. (In Russian).
3. Mel'nikov A.S., Strakhov V.L. Utochnennaya matematicheskaya model' raboty vspuchivayushcheisya ognenezashchity na mineral'noi osnove [A refined mathematical model of intumescent fire protection mineral-based]. *Pozharovzryvobezopasnost' – Fire and Explosion Safety*, 2007, vol. 16, no. 4, pp. 26–33.
4. Zenkevich O. *Metod konechnykh elementov v tekhnike* [The finite element method in the art]. Moscow, Mir Publ., 1975. 541 p.
5. Bathe K.-J. *Finite element procedures*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1996 (Russ. ed.: Bate K.-Yu. *Metody konechnykh elementov*. Moscow, Fizmatlit Publ., 2010. 1024 p.).
6. Kaledin V.O., Kryukova Y.S., Nagaytseva N.V., Ravkovskaya E.V. Programmnaya sistema dlya algoritimizatsii chislennogo resheniya zadach mekhaniki sploshnoi sredy [Software systems for algorithmization of numerical solution of continuum mechanics problems]. *Izvestiya Altaiskogo gosudarstvennogo universiteta – The News of Altai State University*, 2014, no. 1-1 (81), pp. 161–164.
7. Kaledin V.O., Aul'chenko S.M., Mitkevich A.B., Reshetnikova E.V., Sedova E.A., Shpakova Yu.V. *Modelirovanie statiki i dinamiki obolochechnykh konstruksii iz kompozitsionnykh materialov* [Simulation statics and dynamics of shell structures made of composite materials]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2014. 196 p.
8. Rabotnov Yu.N. *Mekhanika deformiruemogo tverdogo tela* [Fracture mechanics]. 2nd ed., rev. Moscow, Nauka Publ., 1988. 712 p.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Каледин Валерий Олегович** – родился в 1955 году, д-р техн. наук, профессор, академик МАН ВШ, декан факультета информационных технологий Новокузнецкого института (филиала) Кемеровского государственного университета. Область научных интересов: вычислительная механика, математическое моделирование. Опубликовано более 300 научных работ. (Адрес: 654041, Россия, Новокузнецк, ул. Циолковского, 23. E-mail: vkaled@nkfi.ru).

**Kaledin Valery Olegovich** (b. 1955) – Doctor of Sciences (Eng.), professor, academician AMS HS, dean of the faculty of information technology of the Institute (branch) of the Kemerovo State University. His research interests are currently focused on computational mathematics and mathematical modeling. He is the author of more than 300 scientific papers. (Address: 23, Ciolkovskogo St., Novokuznetsk, 654041, Russia, E-mail: vkaled@nkfi.ru).



**Ульянов Артем Дмитриевич** – родился в 1991 году, инженер, лаборатория кафедры математики и математического моделирования, НФИ КемГУ. Область научных интересов: механика, вычислительная техника. Опубликовано 5 научных работ. (Адрес: 654041, Россия, Новокузнецк, ул. Циолковского, 23. E-mail: zbrg@mail.ru).

**Ul'janov Artem Dmitrievich** (b. 1991) – an engineer, laboratory of the department of mathematics and mathematical modeling, the Novokuznetsk branch of the Kemerovo State University. His research interests are currently focused on mechanics and computer engineering. He is the author of 5 scientific papers. (Address: 23, Ciolkovskogo St., Novokuznetsk, 654041, Russia, E-mail: zbrg@mail.ru).



**Каледин Владимир Олегович** – родился в 1963 году, канд. техн. наук, начальник отделения ОАО «Центральный научно-исследовательский институт специального машиностроения». Область научных интересов: конструкционная прочность, механика композиционных материалов. Опубликовано более 100 научных работ. (Адрес: 141207, Россия, г. Хотьково Московской обл., ул. Заводская, 27. E-mail: kaledinvl@mail.ru).

**Kaledin Vladimir Olegovich** (b. 1963) – Candidate of Sciences (Eng.), department head of the Central Research Institute of Special Machinery. His research interests are currently focused on structural strength and mechanics of composite materials. He is the author of more than 100 scientific papers. (Address: 27, Zavodskaya St., Hot'kovo, 141207, Russia. E-mail: kaledinvl@mail.ru).

*Статья поступила 01 октября 2015 г.  
Received October 01, 2015*

## To Reference:

Kaledin V.O., Ul'janov A.D., Kaledin Vl.O. Matematicheskoe modelirovanie napryazhennogo sostoyaniya kol'tsevykh kompozitnykh konstruksii pri vysokotemperaturnykh vozdeistviyakh [Simulation of the stress-strain state in the composite ring body under high temperature conditions]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2018, no. 1 (38), pp. 54–63. doi: 10.17212/1727-2769-2018-1-54-63.