

УДК532.5.011:532.5.013

**ФИЗИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЛОПАТОЧНЫХ ВЕНЦОВ ТУРБОМАШИН****В.А. Юдин***Новосибирский государственный
архитектурно-строительный университет*

Задача о гидродинамическом взаимодействии лопаточных венцов рассматривается в плоской постановке на основе гипотезы цилиндрических сечений для осевых турбомашин. Учитывается как потенциальное взаимодействие, обусловленное взаимным перемещением решеток в потенциальном потоке, так и вихревое, вызванное сходом закромочных следов за профилями впереди стоящей по потоку решетки, которые считаются заданными. Потенциальное возмущение является аналитической функцией всюду во внешности решеток. Расчет ее основан на представлении относительной скорости жидкости на профилях решеток в виде ряда по степеням малого параметра, характеризующего осевой зазор между решетками. Задача сводится к цепочке интегральных уравнений на исходных контурах профилей одиночных решеток для определения коэффициентов разложения этого ряда. Процедура их нахождения сводится к последовательному построению ряда потоков около одиночной решетки с заданными значениями неравномерности набегающего на нее потока. Погрешность расчета может быть оценена до решения задачи и определяется величиной осевого зазора между решетками. Суммарные гидродинамические характеристики, в силу квазистационарности постановки задачи, вычисляются с помощью интеграла Бернулли. На основе составленной программы расчета выявлены физические особенности поведения возбуждающих сил на лопатках от отношения чисел лопаток решеток, осевого зазора между ними и их взаимного расположения.

Ключевые слова: турбомашинa, лопаточный венец, взаимодействие роторов и статоров, решетка профилей, вихревые следы, нестационарные силы.

DOI: 10.17212/1727-2769-2018-2-7-18

Введение

Статья посвящена одной из самых интересных и сложных прикладных задач физики жидкости – изучению гидродинамического взаимодействия лопаточных венцов турбомашин. Решение ее на основе прямого расчета трехмерных уравнений Эйлера или Навье–Стокса на сегодняшний день чрезвычайно проблематично [1, 2]. Поэтому для создания эффективных алгоритмов, позволяющих проводить серийные расчеты возбуждающих сил на лопатках решеток, используется модель обтекания двух взаимно движущихся решеток профилей потоком идеальной несжимаемой жидкости, равномерным на бесконечности перед решетками. В основе этой модели лежат предположение о достаточно малости скорости жидкости и гипотеза цилиндрических сечений, согласно которой поверхности тока течения являются цилиндрическими поверхностями, на каждой из которых течение рассматривается независимо.

В рамках такой модели уровень силового взаимодействия между решетками определяется в основном двумя факторами – потенциальным возмущением потока решетками вследствие их взаимного перемещения и вихревым возмущением следами, сходящими с профилей решеток из-за схода пограничных слоев. Причем в области реальных осевых зазоров между решетками оба указанных фактора

необходимо учитывать одновременно. Дальнейшее упрощение модели в данной работе связано с рассмотрением случая, когда вихревые следы за профилями впереди стоящей решетки считаются заданными [3]. Для определения потенциального возмущения потока обобщается метод [4], разработанный для чисто потенциального взаимодействия решеток. Основной целью работы является исследование физических особенностей возбуждающих сил на лопатках решеток на основе расчетов, полученных с использованием созданной программы расчета [6–9].

1. Постановка задачи. Рекуррентные соотношения

В плоскости комплексного переменного $z = x + iy$ рассмотрим двухрядную решетку профилей в потоке идеальной несжимаемой жидкости с заданной скоростью V_{∞} на бесконечности перед решеткой. Пусть решетка 2 движется относительно решетки 1 с постоянной скоростью u вдоль оси y (рис. 1). Профили в решетках будем считать либо гладкими, либо имеющими острую выходную кромку. Комплексную скорость жидкости в точке z области течения представим в виде суммы двух слагаемых

$$V(z, t) = v(z, t) + J(z), \quad (1)$$

где v – аналитическая по z функция всюду во внешности двухрядной решетки в каждый момент времени t , а J – непрерывная функция, определяющая комплексную скорость жидкости за решеткой 1 при условии отсутствия решетки 2. Функция $v(z, t)$ определяет потенциальное возмущение потока решетками 1 и 2 и обусловлена перемещением каждой из них в неравномерном потенциальном потоке вблизи соседней решетки. Функция $J(z)$ определяет поле скорости за первой решеткой, порожденное вихревыми следами, вызванными сходом пограничных слоев с ее профилей, которое мы будем считать известным. Нестационарными вихревыми следами, сходящими с профилей решеток вследствие изменения циркуляции на них, будем пренебрегать (квазистационарная постановка задачи).

В рамках указанных предположений аналитическая функция $v(z, t)$ удовлетворяет следующим граничным условиям:

- 1) непротеканию жидкости на профилях решеток

$$\begin{aligned} \operatorname{Im}_i [v(z, t)e^{i\alpha_1(s)}] &= 0, \quad z \in L_{1k}, \\ \operatorname{Im}_i [v(z, t)e^{i\alpha_2(s)}] &= -u \cos \alpha_2(s) - \operatorname{Im}_i [J(z)e^{i\alpha_2(s)}], \quad z \in L_{2k}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $L_{\mu k}$ – контур k -го профиля μ -й решетки; μ – номер решетки; k – номер профиля в решетке; $\alpha_{\mu}(s)$ – угол, образуемой касательной к профилю $L_{\mu k}$ в точке $z = z(s)$ и положительным направлением оси x . Под s будем понимать дуго-

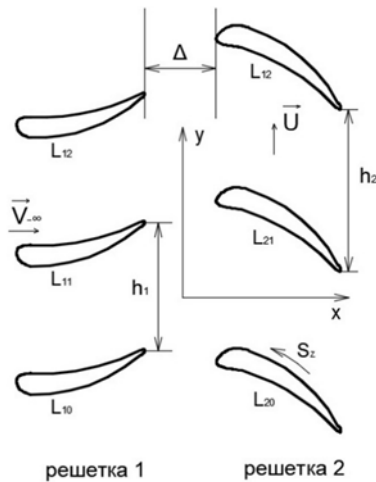


Рис. 1 – Две взаимно движущиеся решетки профилей

Fig. 1 – Two mutually moving profile gratings

вую координату профиля, отсчитываемую от выходной кромки в положительном направлении обхода;

2) постоянства скорости на минус-бесконечности, $\lim_{x \rightarrow -\infty} v(z, t) = V_{-\infty}$;

3) периодичности потока в направлении оси y , $v(z, t) = v(z + iL, t)$, где $L = N_1 h_1 = N_2 h_2$, h_1, h_2 – соответственно шаги; N_1, N_2 – число профилей решеток 1 и 2 в общем периоде L .

Для выбора единственного решения поставленной на функцию v задачи 1–3 потребуем выполнения условия равенства нулю относительной скорости жидкости в фиксированных точках выходных кромок гладких профилей или условия Жуковского–Чаплыгина о конечности скорости в острых выходных кромок.

Аналитическая функция v в точке z области течения в момент времени t в соответствии с условиями 2 и 3 может быть представлена обобщенной формулой Коши для периодических функций

$$v(z, t) = \frac{1}{i2L} \int_{L_1} \sum_{m=0}^{N_1-1} v_{1m}(\zeta_1, t) \left[\operatorname{cth} \pi \left(\frac{z - \zeta_1 + \frac{\Delta}{2}}{L} - i \frac{m}{N_1} \right) + 1 \right] d\zeta_1 + \\ + \frac{1}{i2L} \int_{L_2} \sum_{m=0}^{N_2-1} v_{2m}(\zeta_2, t) \left[\operatorname{cth} \pi \left(\frac{z - \zeta_2 - iut - \frac{\Delta}{2}}{L} - i \frac{m}{N_2} \right) + 1 \right] d\zeta_2 + V_{-\infty}. \quad (3)$$

Здесь через L_1, L_2 обозначены соответственно сдвинутые вдоль оси x на $\Delta/2$ и $-\Delta/2$ (Δ – расстояние между решетками) исходные профили ($k=0$) первой и второй решеток в момент времени $t=0$, а $v_{\mu m}(\zeta_\mu, t)$ – значение скорости v на m -м профиле μ -й решетки.

Обозначим далее через $V_{\mu k}(s, t)$ относительную скорость жидкости в точке с дуговой координатой s_k -го профиля μ -й решетки в момент времени t . Используя условие (2) непротекания жидкости на профилях решеток, получим

$$V_{1k}(s, t) = v_{1k}(\zeta_1(s), t) e^{i\alpha_1(s)}, \\ V_{2k}(s, t) = v_{2k}(\zeta_2(s), t) e^{i\alpha_2(s)} + J(z_2(s), t) e^{i\alpha_2(s)}. \quad (4)$$

Следуя [2], представим ее рядом

$$V_{\mu k}(s, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{r=0}^n \left[u_{\mu nr}(s) \cos r(\omega t + k\theta_\mu) + v_{\mu nr}(s) \sin r(\omega t + k\theta_\mu) \right] e^{-2\pi n\Delta/L}, \\ \theta_\mu = \frac{(-1)^\mu 2\pi}{N_\mu}. \quad (5)$$

Разложим еще функцию $J_m(s, t)$, определенную в каждый момент времени в точках исходного профиля второй решетки, в ряд Фурье по переменной t :

$$J_m(s, t) = \sum_{r=0}^{\infty} \left[a_r(s) \cos r(\omega t + m\theta_\mu) + b_r(s) \sin r(\omega t + m\theta_\mu) \right] \quad (6)$$

Устремим в равенстве (3) точку z из области течения к k -му профилю μ -й решетки. Используя предельные формулы Племили–Сохоцкого, равенство (5), а также разложения

$$\operatorname{cth} \pi z + 1 = \begin{cases} 2 \sum_{n=0}^{\infty} e^{-2\pi n z}, & \operatorname{Re} z > 0, \\ -2 \sum_{n=0}^{\infty} e^{2\pi n z}, & \operatorname{Re} z < 0 \end{cases}$$

и опуская промежуточные выкладки, получим окончательно

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{r=0}^n K_{\mu r} [U_{\mu nr}(\sigma)] e^{-jr\omega t} e^{-2\pi\Delta/L} = \\ & = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{r=0}^n \Pi_{\mu r}(\sigma) e^{-ir\omega t} e^{-2\pi\Delta/L}. \end{aligned}$$

Введенная здесь для удобства записи мнимая единица j не взаимодействует с мнимой единицей i . Интегральный оператор $K_{\mu r}$ при этом имеет вид

$$\begin{aligned} K_{\mu} [U_{\mu nr}(\sigma)] & \equiv \frac{1}{2} U_{\mu nr}(\sigma) + \\ & + \frac{e^{i\alpha_{\mu}(\sigma)}}{2Li} \int_{L_{\mu}} U_{\mu nr}(s) \sum_{m=0}^{N_{\mu}-1} e^{-j\mu r \theta_{\mu}} \left[\operatorname{cth} \pi \left(\frac{z_{\mu}(\sigma) - \zeta(s)}{\Delta} + i \frac{m}{N_{\mu}} \right) + 1 \right] ds, \end{aligned} \quad (7)$$

где $U_{\mu nr} = u_{\mu nr} + jv_{\mu nr}$, а правые части $\Pi_{\mu nr}(\sigma)$ определяются равенствами

$$\begin{aligned} \Pi_{100}(\sigma) & = V_{-\infty} e^{i\alpha_1(\sigma)}, \\ \Pi_{200}(\sigma) & = \frac{e^{i\alpha_2(\sigma)}}{h_1 i} \int_{L_1} u_{100}(s) ds + \\ & + (V_{-\infty} + iu) e^{i\alpha_2(\sigma)} + K_{20} [A_0(\sigma)], \\ \Pi_{\mu nr}(\sigma) & = (-1)^{\mu} \delta_r \varepsilon_{\gamma r} e^{i\alpha_{\mu}(\sigma)} \left[(1-ij) \sum_{k=\varepsilon_1}^{n-E\left(\frac{\gamma}{2}\right)} P_{\gamma k}^{n-k} (k-n+r) \varphi_{\mu}(\sigma, n-k) + \right. \\ & \left. + (1+ij) \sum_{k=\varepsilon_2}^{n-E\left(\frac{\gamma}{2}\right)} P_{\gamma k}^{n-k} (k-n-r) \varphi_{\mu}(\sigma, n-k) \right] + (2-\gamma) \delta_{nr} K_{nr} [A_r(\sigma)], \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\varphi_{\mu}(\sigma, k) = e^{\left[(-1)^{\gamma} 2\pi k (\xi_{\mu}(s) + \varepsilon_{\mu}(\sigma)) \right]},$$

$$P_{\mu n}^k(r) = \begin{cases} \frac{1}{2h_{\mu}j} \int_{L_{\mu}} \left(\bar{U}_{\mu nr}(\sigma) + (2-\gamma)\delta_{nr}\bar{A}_{-r}(\sigma) \right) \varphi_{\mu}(\sigma, k) d\sigma & r < 0, \\ \frac{1}{h_{\mu}j} \int_{L_{\mu}} \left(U_{\mu n 0}(\sigma) + (2-\gamma)\delta_{n0}A_0(\sigma) \right) \varphi_{\mu}(\sigma, k) d\sigma & r = 0, \\ \frac{1}{2h_{\mu}j} \int_{L_{\mu}} \left(U_{\mu nr}(\sigma) + (2-\gamma)\delta_{nr}A_r(\sigma) \right) \varphi_{\mu}(\sigma, k) d\sigma & r > 0. \end{cases}$$

$$A_r(\sigma) = [a_r(\sigma) + jb_r(\sigma)] e^{(i\alpha_2(\sigma) + 2\pi r\Delta/L)}.$$

$$\varepsilon_1 = E\left(\frac{n-r+1}{2}\right), \quad \varepsilon_2 = E\left(\frac{n+r+1}{2}\right), \quad \varepsilon_{\mu r} = \begin{cases} 1, & r = \eta_1 N_{\mu}, \\ 0, & r \neq \eta_1 N_{\mu}, \end{cases}$$

$$\gamma = \begin{cases} 2, & \mu = 1, \\ 1, & \mu = 2, \end{cases} \quad \delta_k = \begin{cases} 0, 5, & k = 0, \\ 1, & k \neq 0, \end{cases} \quad \delta_{nr} = \begin{cases} 0, & n \neq r, \\ 1, & n = r, \end{cases}$$

$E(x)$ – целая часть числа x , чертой сверху обозначены комплексно-сопряженные по j величины. В тех случаях, когда $\varepsilon_{\mu} > n - E\left(\frac{\gamma}{2}\right)$, соответствующие суммы предполагаются равными нулю. Соотношения (7)–(8) позволяют определить коэффициенты разложения (5) относительной скорости жидкости на профилях решеток при известной функции следов $J(z)$. Процедура нахождения величин $U_{\mu nr}(\sigma)$ сводится при этом к последовательному построению ряда потоков около одиночной решетки с заданными значениями $\Pi_{\mu nr}(\sigma)$. Погрешность расчета, связанная с отбрасыванием рядов по « n », определяется величиной $e^{-2\pi n\Delta/L}$ и может быть оценена при заданном осевом зазоре Δ до решения задачи.

2. Задание следов за первой решеткой

Структура потока за одиночной решеткой изучена достаточно полно [5] и может быть описана универсальной зависимостью скорости жидкости от геометрических параметров решетки и от коэффициента профильных потерь $\zeta_{\text{пр}}$:

$$J(z) = \begin{cases} V_2 & z \in D_{1k}, \\ \frac{\zeta_{\text{пр}} h_1 \cos \alpha}{h(\xi_k)} \cos^2 \frac{\pi \zeta_k}{h(\xi_k)} & z \in D_{2k}, \end{cases} \quad (9)$$

где

$$h(\xi_k) = 1,52 \sqrt{\xi_{\text{пр}} h_1 \cos \alpha (\zeta_k + b)}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\zeta_k + i\xi_k = (z + ikh_1) e^{i\alpha},$$

$$\alpha = \arg V_2,$$

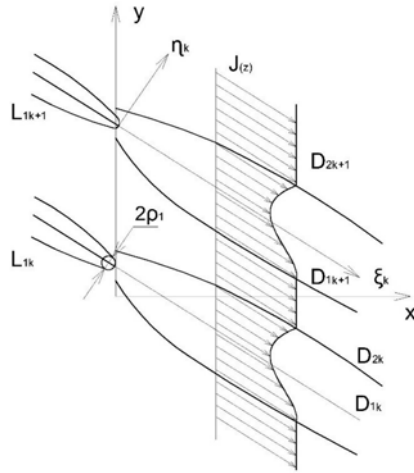


Рис. 2 – Следы за профилями одиночной решетки

Fig. 2 – Traces behind the profiles of a stand-alone grating

где V_2 – комплексная скорость жидкости на бесконечном удалении за первой решеткой (при условии отсутствия второй решетки); $h(\xi_k)$ – ширина следа; D_{1k} , D_{2k} – соответственно области течения за первой решеткой в следе и вне следа (рис. 2).

Постоянная b в равенстве (9) определяет ширину следа $h(0)$ в окрестности выходных кромок профилей и на режимах, близких к безотрывному обтеканию, может быть определена равенством $h(0) = 2,42\rho_1$, где ρ_1 – радиус кривизны выходной кромки профиля [5]. Коэффициент профильных потерь $\zeta_{пр}$ является эмпирической величиной и должен определяться из опыта. Коэффициенты a_r , b_r ряда Фурье (6) в общем случае вычисляются численно, а в предположении

о постоянстве ширины следа $h(\Delta)$ в области второй решетки аналитически имеют вид

$$a_0 = V_2(1 - \zeta_{пр}),$$

$$a_r + jb_r = \begin{cases} \frac{V_2 \zeta_{пр} (h_1 \cos \alpha)^3 \sin \frac{\pi r h(\Delta)}{h_1 \cos \alpha}}{\pi r h(\Delta) \left((h_1 \cos \alpha)^2 - (r h(\Delta))^2 \right)} e^{-j\beta}, & h_1 \cos \alpha \neq r h(\Delta), \\ \frac{V_2 \zeta_{пр}}{2} e^{-j\beta}, & h_1 \cos \alpha = r h(\Delta), \end{cases} \quad (10)$$

$$\beta = \frac{2\pi r (y \cos \alpha + x \sin \alpha)}{h_1 \cos \alpha}.$$

3. Суммарные гидродинамические характеристики

В силу предположения о квазистационарности модели обтекания решеток суммарные гидродинамические характеристики вычисляются с помощью интеграла Бернулли

$$X_\mu(t) - iY_\mu(t) = \rho \int_{L_\mu} V_{\mu 0}^2(s, t) e^{-\alpha_\mu(s)} ds. \quad (11)$$

Здесь $X_\mu(t)$, $Y_\mu(t)$ – проекции силы на оси x , y , действующие на исходный профиль μ -й решетки; ρ – плотность жидкости. В качестве обобщенного параметра, характеризующего уровень гидродинамического взаимодействия соседних решеток, введем величины относительного отклонения нестационарных реакций на профиле от их средних значений

$$\lambda_{\mu x} = \frac{\max X(t) - \min X(t)}{X^0},$$

$$\lambda_{\mu y} = \frac{\max Y(t) - \min Y(t)}{Y^0}. \quad (12)$$

Соотношения (11)–(12) позволяют, таким образом, определить необходимые гидродинамические характеристики профилей решеток по найденным коэффициентам разложения относительной скорости жидкости в ряд (5).

4. Свойства возбуждающих сил

Описанный выше алгоритм реализован в виде эффективной программы, позволяющей проводить серийные расчеты возбуждающих сил на решетках [6]. Время расчета на персональной ЭВМ составляет при этом, в зависимости от точности расчета и параметров решеток, от 1 до 3 минут. Ниже мы остановимся на некоторых особенностях гидродинамического взаимодействия двух и трех решеток.

При взаимодействии двух взаимно движущихся венцов турбомашин помимо основных геометрических параметров каждого из венцов появляются еще два параметра: отношение чисел лопаток $Z = N_1/N_2$ каждой из решеток и осевой зазор Δ между ними. На рис. 3 в качестве примера изображены кривые зависимости величин $\lambda_{\mu p}$ на второй решетке ($\mu = 2$) от отношения чисел лопаток венцов Z (формы профилей показаны на рисунке, густоты решеток 1 и 2 равнялись, соответственно $\tau_1 = 1,5$, $\tau_2 = 1$, $\Delta/h_1 = 0,15$, $u/V_{-\infty} = 1,4$). Кроме этого примера, было проведено достаточно много расчетных вариантов и на всех графиках, что на первой решетке, что на второй, зависимость была немонотонной и наблюдались большие градиенты в окрестностях значений $Z = 0,5; 1; 2$. Причем расчеты проводились так, что при изменении Z вторая решетка оставалась неизменной, а хорда первой решетки изменялась, чтобы густота ее оставалась неизменной. При этом отношение осевого зазора к шагу первой решетки также сохранялось. Следовательно, при расчетах для различных Z безразмерные геометрические характеристики решеток, а также параметры относительного потока сохранялись. При указанных условиях изменение Z в расчетах меняет лишь частоту и сдвиг фаз $\theta_1 = -2\pi/Z$ и $\theta_2 = 2\pi/Z$ возбуждающих сил между соседними профилями 1-й и 2-й решетки соответственно. Отсюда значительные градиенты величин $\lambda_{\mu p}$ могут быть объяснены тем, что при сдвигах фаз θ_{μ} , близких к $\pi, 2\pi, 4\pi$, возмущения, соответствующие основным гармоникам сил, близки к синфазным. Нестационарные возмущения потока, соответствующие этим гармоникам силы, действуют на все профили в μ -й решетке одновременно и равным образом. Это вызывает дополнительную циркуляцию скорости жидкости и тем самым дополнительный скос основного потока μ -й решеткой. Этот скос и является причиной возникновения добавочной нестационарной силы на профилях μ -й решетки. Чем большее число основных гармоник нестационарной силы будет соответствовать нулевому сдвигу фаз, тем большими окажутся добавки нестационарных реакций на лопатках решеток. Отсюда и следует, что наибольшие градиенты возбуждающих сил будут наблюдаться в окрестности значений $Z = 1$ (все гармоники синфазны), $Z = 0,5; 2$ (синфазны через одну).

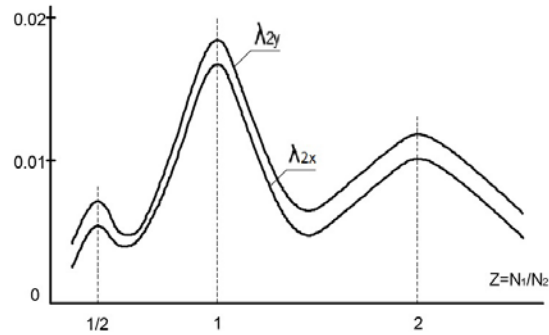


Рис. 3 – Зависимость возбуждающих сил от отношения чисел профилей

Fig. 3 – Dependence of the exciting forces on the ratio of profile numbers

Что касается зависимости уровня нестационарных сил $\lambda_{\mu p}$ от осевого зазора Δ , то казалось бы, он должен монотонно убывать с ростом Δ . Однако, как показывают данные экспериментов, это не всегда так [7, 8]. Причина этого кроется в том, что потенциальное возмущение потока за первой решеткой («потенциальный след») распространяется перпендикулярно фронту решетки, т.е. по линиям AB на рис. 4. Вихревые же следы располагаются вдоль линий тока основного течения, близких к линиям CD . Ясно, что в рассматриваемой модели наложения потенциального и вихревого течений окрестность точки O пересечения линий вида AB и CD являются окрестностью максимального возмущения потока. Если расстояние x^* точки O от фронта первой решетки таково, что потенциальное и вихревое возмущения течения оказываются величинами одного порядка, то возможна повышенная гидродинамическая реакция на лопатках второй решетки, расположенной с зазором Δ^* (рис. 4). В результате этого зависимость $\lambda_{\mu p}$ от осевого зазора Δ в этом случае будет носить немонотонный характер в окрестности значения Δ^* . Определяющими условиями здесь являются большой угол выхода потока и значительная динамическая нагрузка на первой решетке. Оба эксперимента [7, 8] соответствовали именно такой ситуации.

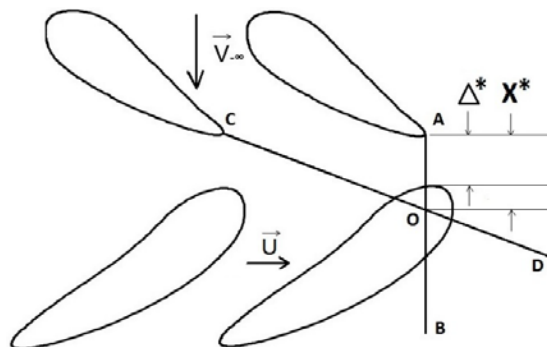


Рис. 4 – Схема потенциально-вихревого взаимодействия решеток

Fig. 4 – Scheme of a potential vortex interaction of lattices

В качестве численного эксперимента был проведен расчет двух решеток, имеющих равную густоту $\tau_1 = \tau_2 = 1,12$. Решетка 2 перемещалась с относительной скоростью $u/V_{-\infty} = 3,595$. Коэффициент профильных потерь для решетки 1 равнялся $\zeta_{пр} = 0,021$. Формы профилей показаны на рис. 5. Зависимость коэффициента λ_{2y} от осевого зазора Δ/h_1 , рассчитанная по представленной здесь программе потенциально-вихревого взаимодействия, изображена кривой 1 (рис. 5).

Для сравнения кривая 2 соответствует расчету по программе, учитывающей только потенциальное взаимодействие, а кривая 3 – по программе, учитывающей только вихревое взаимодействие. Как видно из графиков, при монотонном убывании с ростом осевого зазора уровня переменной силы, вызванной только потенциальным и только вихревым взаимодействием решеток, учет обоих этих механизмов приводит к появлению локальных экстремумов, соответствующих точкам вида *O* на рис. 4.

При взаимодействии трех решеток (рис. 6) появляется еще один параметр δ , характеризующий взаимное расположение крайних решеток. На рис. 7 представлены зависимости уровня возбуждающих сил λ_{2y} на средней решетке, рассчитанных для 20 различных значений δ , соответствующих равномерному смещению решетки 3 относительно решетки 1. Формы исходных профилей решеток изображены на рис. 6, густоты решеток $\tau_1 = 0,94$, $\tau_2 = 1,5$, $\tau_3 = 1,59$, $\Delta_{12}/h_1 = 0,21$, $\Delta_{23}/h_3 = 0,21$, $u/V_{-\infty} = -2,09$, $\zeta_{пр1} = 0,023$, $\zeta_{пр2} = 0,033$. Кривая 1 соответствует значениям $N_1 = 21$, $N_2 = 32$, $N_3 = 36$, а кривая 2 – значениям $N_1 = 18$, $N_2 = 32$, $N_3 = 36$. Как видно из графика, влияние взаимного расположения решеток 1 и 3 на величину λ_{2x} существенно зависит от чисел N_1 и N_3 .

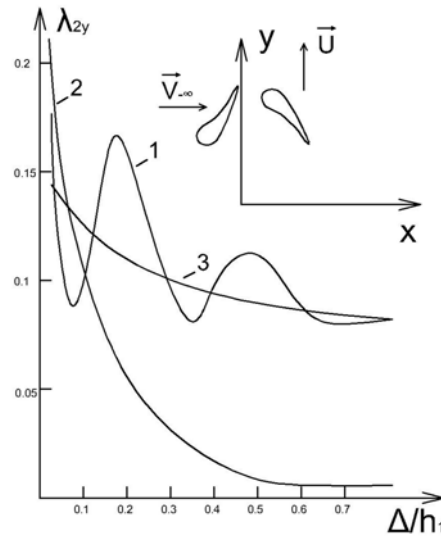


Рис. 5 – Расчет потенциально-вихревого взаимодействия решеток

Fig. 5 – Calculation of a potentially vortex interaction of gratings

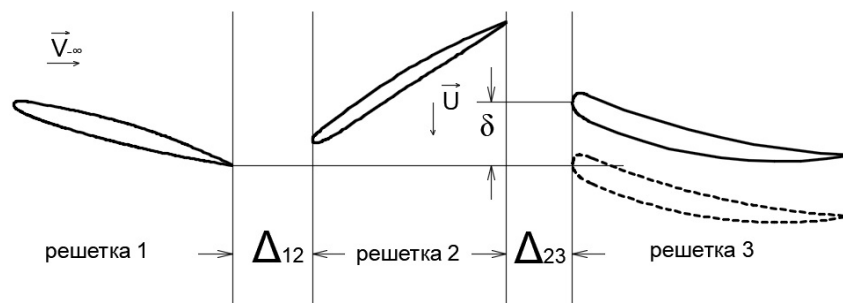


Рис. 6 – Трехрядная решетка профилей

Fig. 6 – Three-row grating of profiles

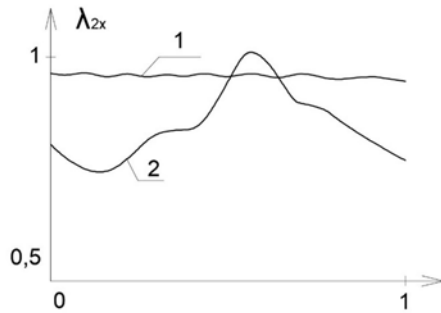


Рис. 7 – Зависимость уровня возбуждающих сил на роторе от взаимного расположения статоров

Fig. 7 – Dependence of the magnitude of the rotor exciting forces on the mutual arrangement of stators

Связано это с тем, что переменная осевая нагрузка $Y_2(t)$, действующая на профиль решетки 2, является суммой нагрузок $Y_{12}(t)$ и $Y_{32}(t)$ от решеток 1 и 3 соответственно. Изменение взаимного расположения решеток 1 и 3 соответствует, очевидно, взаимному смещению графиков функций $Y_{12}(t)$ и $Y_{23}(t)$, суммируемых на одном периоде. При этом разные размахи функции $Y_2(t)$ получаются при смещении этих графиков лишь на величину $|T_{23} - T_{12}|$ где T_{23} , T_{12} – периоды функций $Y_{32}(t)$ и $Y_{12}(t)$. Поэтому, чем меньше значение этой величины (т. е. чем меньше отличаются шаги решеток 1 и 3, или, что тоже самое, чем больше числа N_1 и N_3), тем будет и меньше влияние взаимного расположения решеток 1 и 3. Поэтому существенное влияние взаимного расположения решеток 1 и 3 следует ожидать лишь при малых значениях N_1 и N_3 , например, $N_1/N_3 = 0,5; 1; 2$. Что и находится в соответствии с результатами расчета на рис. 7 ($N_1/N_3 = 7/12$ для кривой 1 и $N_1/N_3 = 0,5$ для кривой 2). Отметим, что до недавнего времени влияние взаимного расположения решеток специалистам-практикам просто не было известно и на него не обращали внимания. Основопологающие результаты в этом направлении принадлежат российским исследователям [9].

Заключение

На основе полуаналитического метода исследования гидродинамического взаимодействия лопаточных венцов турбомашин выявлены физические особенности в поведении возбуждающих сил на ее лопатках. Установлено существенное влияние отношения чисел лопаток в решетках на уровень их нестационарного взаимодействия. Дано объяснение появлению больших градиентов этого уровня вблизи значений отношения, равного 0,5; 1; 2. Показано, что при определенных параметрах решеток и потока уровень нестационарных сил на ее лопатках ведет себя не монотонно с увеличением осевого зазора между решетками. Объяснение этого феномена связано с характером потенциального и вихревого возмущений потока решетками. В случае взаимодействия трех решеток исследовано влияние взаимного расположения крайних решеток на уровень нестационарных сил на лопатках средней решетки. Показано, что вблизи отношений чисел лопаток крайних решеток, равных 0,5; 1; 2, это влияние может быть существенным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ernst M., Michel A., Jeschkel P. Analysis of rotor-stator-interaction and blade-to-blade measurements in a two stage axial flow compressor // Journal of Turbomachinery. – 2010. – Vol. 133. – P. 122–133.
2. Effects of stator-rotor interaction on unsteady aerodynamic load of compressor rotor blades / H. Yuan, W. Yang, T. Zhao, M. Liang // Journal of Vibroengineering. – 2015. – Vol. 17, iss. 5. – P. 2591–2608.

3. Степанов Г.Ю. Гидродинамика решеток турбомашин. – М.: Физматгиз, 1962. – С. 368–402.
4. Сарен В.Э. О гидродинамическом взаимодействии решеток профилей в потенциальном потоке // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. – 1971. – № 4. – С. 75–84.
5. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 1. – М.: Физматгиз, 1963. – С. 225–228.
6. Юдин В.А. Расчет взаимодействия решеток с учетом закромочных следов в идеальной несжимаемой жидкости // Аэроупругость турбомашин. Аннотации программ и примеры расчета. – М.: ЦИАМ, 1985. – С. 245–248.
7. Study on the interference between moving and stationary blade rows in axial flow blower / T. Adachi, K. Fukusado, N. Takanashi, Y. Nakamoto // Bulletin of JSME. – 1974. – Vol. 17, N 109. – P. 904–911.
8. Хейман Ф.Дж. Вибрации турбинных лопаток, возникающие под влиянием закромочных следов соплового аппарата // Энергетические машины и установки. – 1969. – № 4. – С. 1–20.
9. Hydrodynamic interaction of axial turbomachines cascades / V.E. Saren, N.M. Savin, S.A. Smirnov, V.G. Krupa, V.A. Yudin // Journal of Engineering Mathematics. – 2006. – Vol. 55, N 1. – P. 9–39.

PHYSICAL ASPECTS OF HYDRODINAMIC INTERACTION BETWEEN BLADE GRATINGS IN TURBOMACHINES

Yudin V.A.

*Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering,
Novosibirsk, Russia*

The problem of the hydrodynamic interaction of blade gratings is considered in a 2D formulation on the basis of the hypothesis of cylindrical cross sections for axial turbomachines. Both a potential interaction caused by the mutual movement of the gratings in a potential flow, and the vortex interaction caused by the trailing of traces (whose shape is determined independently) behind the profiles of the upstream grating are taken into account. A potential perturbation is an analytic function everywhere in the exterior of the gratings. Its calculation is based on the representation of the relative velocity of the liquid around the grating profiles in the form of a power series of a small parameter characterizing an axial gap between the gratings. The problem is reduced to a chain of integral equations on the initial contours of the profiles of stand-alone gratings to determine the coefficients of the expansion of this series. The procedure for finding them is reduced to a sequential construction of a series of flows around a stand-alone grating with the given values of the non-uniformity of the incident flow. An error in the calculation can be estimated prior to solving the problem and is determined by the value of the axial gap between the gratings. Combined hydrodynamic characteristics by virtue of the quasistationary statement of the problem are calculated using the Bernoulli integral. Based on the suggested program of calculation, physical dependence of the exciting force behavior on the blades n the ratio of the number of blades in the grating, an axial gap between them and their mutual arrangement are revealed.

Keywords: Turbomachine, blade ring, rotor-stator interaction, grating of profiles, vortex traces, non-stationary forces.

DOI: 10.17212/1727-2769-2018-2-7-18

REFERENCES

1. Ernst M., Michel A., Jeschkel P. Analysis of rotor-stator-interaction and blade-to-blade measurements in a two stage axial flow compressor. *Journal of Turbomachinery*, 2010, Vol. 133, pp. 122–133.
2. Yuan H., Yang W., Zhao T., Liang M. Effects of stator-rotor interaction on unsteady aerodynamic load of compressor rotor blades. *Journal of Vibroengineering*, 2015, vol. 17, iss. 5, pp. 2591–2608.

3. Stepanov G.Yu. *Gidrodinamika reshetok turbomashin* [Hydrodynamics of lattices of turbomachines]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1962, pp. 368–402.
4. Saren V.E. O gidrodinamicheskom vzaimodeistvii reshetok profilei v potentsial'nom potoke [Hydrodynamical interaction of cascades of profiles in potential flow]. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Mekhanika zhidkosti i gaza – Fluid Dynamics*, 1971, no. 4, pp. 75–84. (In Russian).
5. Kochin N.E., Kibel' I.A., Roze N.V. *Teoreticheskaya gidromekhanika*. Ch. 1 [Theoretical hydrodynamics. Pt. 1]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1963, pp. 225–228.
6. Yudin V.A. Raschet vzaimodeistviya reshetok s uchetom zakromochnykh sledov v ideal'noi nezshimaemoy zhidkosti [Calculation of the lattice interaction taking into account after-profile traces in an ideal incompressible fluid]. *Aeroprugost' turbomashin. Annotatsii programm i primery rascheta* [Aeroelasticity of turbomachines. Annotations of programs and examples of calculation]. Moscow, TsIAM Publ., 1985, pp. 245–248.
7. Adachi T., Fukusado K., Takanashi N., Nakamoto Y. Study on the interference between moving and stationary blade rows in axial flow blower. *Bulletin of JSME*, 1974, vol. 17, no. 109, pp. 904–911.
8. Heymann F.J. Turbine blade vibration due to nozzle wakes. *Energeticheskie mashiny i ustanovki – Journal of Engineering for Power. Transactions of the ASME. Series A*, 1969, no. 4, pp. 1–20. (In Russian).
9. Saren V., Savin N., Smirnov S., Krupa V., Yudin V. Hydrodynamic interaction of axial turbomachines cascades. *Journal of Engineering Mathematics*, 2006, vol. 55, no. 1, pp. 9–39.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ



Юдин Владимир Алексеевич – родился в 1952 году, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры теоретической механики Новосибирского государственного архитектурно-строительного университета. Область научных интересов: гидродинамика решеток турбомашин. Опубликовано более 50 научных работ. (Адрес: 630008, Россия, Новосибирск, ул. Ленинградская 113. E-mail: areal-novosibirsk@ngs.ru).

Yudin Vladimir Alekseevich (b. 1952) – Doctor of Sciences (Phys. & Math), professor at the department of theoretical mechanics in Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering. His research interests are currently focused on hydrodynamics of blade gratings in turbomachines. He is the author of more than 50 scientific papers. (Address: 113, Leningradskaya St., Novosibirsk, 630008, Russia. E-mail: areal-novosibirsk@ngs.ru) areal-novosibirsk@ngs.ru.

Статья поступила 02 апреля 2018 г.
Received April 02, 2018

To Reference:

Yudin V.A. Fizicheskie osobennosti gidrodinamicheskogo vzaimodeistviya lopatochnykh ventsov turbomashin [Physical aspects of hydrodynamic interaction between blade gratings in turbomachines]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2018, no. 2 (39), pp. 7–18. doi: 10.17212/1727-2769-2018-2-7-18.