

УДК 621.313.323

## СНИЖЕНИЕ ПУЛЬСАЦИЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО МОМЕНТА СИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ С МОДУЛИРОВАННЫМ МАГНИТНЫМ ПОТОКОМ И ГЛАДКИМ ГАРМОНИЧЕСКИМ РОТОРОМ

А.Ф. Шевченко, Л.Г. Шевченко

*Новосибирский государственный технический университет*

Для высокоточных приводов большое значение имеет постоянство электромагнитного момента, создаваемого электрическим двигателем. Пульсации электромагнитного момента могут возникнуть вследствие различных независимых причин. В данной работе рассматриваются пульсации момента, вызванные особенностью распределения обмотки статора в воздушном зазоре и ступенчатости реальной кривой МДС. При этом ток в фазах двигателя формируется по определенному закону. В качестве объекта исследования использовался синхронный двигатель с модулированным магнитным потоком и гладким гармоническим ротором. Для определения и исследования электромагнитного момента была создана математическая модель, реализованная в среде MathCAD. В созданной модели электромагнитный момент определялся через изменение энергии магнитного поля. Аналитическое выражение для энергии поля было получено ранее с использованием метода конформного преобразования. Исследовано влияние формы тока фаз обмотки статора на электромагнитный момент, в результате которого были выявлены пульсации максимального электромагнитного момента, составляющие 7,36 % от среднего значения момента. Для уменьшения пульсаций момента было предложено в закон изменения тока фаз обмотки статора ввести модулирующий коэффициент в виде гармонического ряда. Это позволило скорректировать пульсации максимального электромагнитного момента до 0,28 % от среднего значения.

*Ключевые слова:* электромагнитный момент, форма тока, модулирующий коэффициент, энергия поля.

DOI: 10.17212/1727-2769-2018-2-106-115

### Введение

При построении высокоточных электроприводов большое значение придается постоянству создаваемого двигателем электромагнитного момента, т. е. отсутствию пульсаций момента. Пульсации момента в электрических машинах возникают по целому ряду независимых причин: из-за особенностей распределения обмотки в воздушном зазоре и ступенчатости реальной кривой МДС; из-за зубчатости поверхности воздушного зазора и залипания ротора; из-за несинусоидальности питающего напряжения; из-за магнитной, либо другой несимметрии, допущенной в конструкции электрической машины. Первые причины возникновения пульсаций момента считаются до определенной степени неизбежными. Невозможно выполнить электрическую машину без зубцов и с идеально распределенной обмоткой, не пожертвовав при этом другими рабочими качествами машины. Последняя причина – несимметрия электрической машины является в большей степени технологической, чем конструктивной. За редким исключением все электрические машины проектируются полностью симметричными.

В данной работе рассматривается один из методов уменьшения пульсаций момента, вызванных особенностью распределения обмотки в воздушном зазоре и ступенчатости реальной кривой МДС, в основе которого лежит формирование тока в фазах двигателя, изменяющегося по определенному закону. В качестве

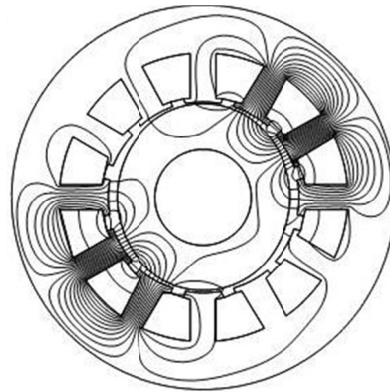


объекта, на примере которого производилось исследование, используется синхронный двигатель с модулированным магнитным потоком и гладким гармоническим ротором. Обмотка статора двигателя выполнена из отдельных катушек, размещенных на зубцах статора, ротор – явнополусный, с числом полюсов, как правило, равным двум. По обмоткам статора наряду с переменными составляющими протекает и постоянная составляющая тока.

Рассматриваемый двигатель имеет шестифазное исполнение с дробной зубцовой обмоткой с  $q = 1/2$  на статоре. Переменная величина воздушного зазора между статором и ротором обеспечивает гармоническое изменение проводимости воздушного зазора. Магнитная система и распределение магнитного поля в шестифазном двигателе с вентильным подмагничиванием приведены на рис. 1. Принцип действия такого двигателя подробно изложен в работах [1, 2].

Рис. 1 – Магнитная система и распределение магнитного поля в шестифазном двигателе с вентильным подмагничиванием

Fig. 1 – Magnetic system and field distribution in a six-phase synchronous motor with switched magnetization



### 1. Математическая модель для расчета электромагнитного момента

Исходя из допущения, что магнитная система рассматриваемого двигателя линейна (а для линейной системы энергия магнитного поля равна  $Q$ -энергии), электромагнитный момент можно записать через изменение энергии магнитного поля следующим образом [3, 4]:

$$M = \left. \frac{\partial W}{\partial \theta} \right|_{\text{при } I_k = \text{const}}, \quad (1)$$

где  $\partial W$  – изменение энергии магнитного поля в воздушном зазоре;  $\partial \theta$  – изменение угла поворота ротора;  $I_k$  – фиксированные токи в катушках обмотки статора.

В основе аналитического расчета энергии магнитного поля, входящей в формулу (1), лежит метод конформного отображения, при котором сложная исходная область воздушного зазора рассматриваемого двигателя преобразуется в кольцевую область [5]. В кольцевой области определяется потенциал поля из решения уравнения Лапласа методом разделения переменных. А так как энергия есть инвариант относительно конформного преобразования, то для ее определения использовались формулы индукции и напряженности магнитного поля в кольцевой области. В результате для кольцевой области была получена формула энергии

$$W = \pi \mu_0 l \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{n g_n g_{-n}}{(1 - \rho_0^{2n})^2} (1 - \rho_0^{4n}), \quad (2)$$



где  $\rho_0$  – радиус кольца ротора;  $l$  – длина двигателя;  $g_n, g_{-n}$  – коэффициенты Фурье.

Коэффициент Фурье  $g_n$  зависит от угла  $\theta$ :

$$g(n, \theta) = \frac{i}{\pi n^2} \left[ \sum_{k=1}^{N_{half}-1} \frac{f_k - f_{k-1}}{d(k, \theta)} \sin\left(\frac{nd(k, \theta)}{2}\right) w(z_k e^{2i\theta})^n + \right. \\ \left. + \frac{f_{N_{half}-1} - f_0}{d(0, \theta)} \sin\left(\frac{nd(0, \theta)}{2}\right) w(z_0 e^{2i\theta})^n \right], \quad (3)$$

где  $d(k, \theta) = |wp(z_k e^{2i\theta})| 2b_n$  – ширина паза статора в кольцевой области воздуш-

ного зазора;  $wp$  – функция конформного преобразования;  $z_k = e^{2i\left(tz \cdot k + \frac{b_n}{2}\right)}$ ,  $t_z$ ,  $b_n$  – координаты центров пазов, зубцовое деление и ширина паза статора в исходной области воздушного зазора;  $f_k, f_{k-1}$  – потенциалы соседних зубцов статора;  $N_{half}$  – число зубцов статора на половину машины;  $\theta$  – угол поворота катушек статора относительно ротора.

Расчет электромагнитного момента двигателя с использованием формул (1)–(3) возможен только численными методами, которые легко реализуются в системе Mathcad. Поэтому для проведения необходимых расчетов была создана математическая модель для расчета магнитного поля, энергии магнитного поля в воздушном зазоре и электромагнитного момента.

В работах [6, 7] рассматривается угловая характеристика двигателя для фиксированного распределения потенциала на поверхности статора, рассчитанная по созданной модели (рис. 2).

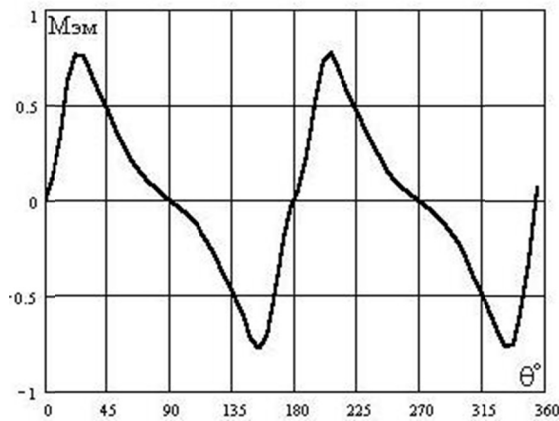


Рис. 2 – Угловая характеристика двигателя

Fig. 2 – Angle-torque characteristics of the motor

## 2. Расчет пульсаций максимального электромагнитного момента

В данной работе математическая модель для расчета электромагнитного момента была несколько усовершенствована. Усовершенствованная модель позволяет рассчитывать момент для любого произвольного распределения потенциалов



по зубцам статора, т. е. для любых законов изменения токов. Это дает возможность не только проанализировать характер изменения электромагнитного момента в зависимости от нагрузки (угловая характеристика) при фиксированных токах, но и провести исследование изменения электромагнитного момента в процессе работы двигателя, т. е. учесть и характер изменения токов в фазах, и распределение МДС вдоль воздушного зазора.

Момент в модели определяется и как функция угла поворота  $\theta$ , и как функция от распределения потенциала по зубцам статора:

$$M_{\text{эм}} = f(\theta, F(t)),$$

где  $\theta = \frac{\omega}{2}t + \theta_0$  – угол поворота в произвольный момент времени;  $\frac{\omega}{2}$  – угловая скорость двигателя;  $F(t)$  – распределение потенциала по зубцам статора в произвольный момент времени.

Распределение потенциала определяется законом изменения тока в фазах, для шестифазного двигателя закон изменения тока можно представить как вектор

$$I_k = (-1)^k I_m \left( 1 + \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{3} k \right) \right),$$

где  $k$  – номер катушки (фазы).

Пульсации электромагнитного момента правомерно определять относительно постоянной составляющей момента, которую можно определить как среднее значение всех моментов  $M_i$ , рассчитанных в  $i$ -е моменты времени:

$$M_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M_i,$$

где  $n$  – количество точек на временной оси в течение одного периода изменения тока.

На рис. 3 представлена кривая изменения максимального электромагнитного момента в течение одного периода изменения тока для шестифазного двигателя с вентильным подмагничиванием (при этом было принято, что по обмоткам статора протекает только постоянная составляющая и первая гармоника тока).

В отличие от классических электрических машин с распределенными обмотками, у которых результирующая МДС в воздушном зазоре практически остается неизменной, в данных двигателях с дробными зубцовыми обмотками изменение распределения МДС приводит к изменению как амплитуды максимального электромагнитного момента, так и угла нагрузки при максимальном моменте.

Электромагнитный момент за один период шесть раз претерпевает изменения, принимая максимальное и минимальное значения. Порядок переменной составляющей момента соответствует числу фаз. Это вполне объяснимо, так как и форма МДС, создаваемой обмоткой в шестифазном двигателе, шесть раз изменяется в течение одного периода изменения тока. Максимальное значение электромагнитного момента соответствует максимальному значению тока в одной из фаз (случай  $t_1$  на рис. 4), а минимальное значение – в момент времени, когда переменная составляющая тока в одной из фаз переходит через нуль (случай  $t_2$  на рис. 4). Величина пульсаций электромагнитного момента в шестифазных двигателях достигает 7,36 % от среднего значения.



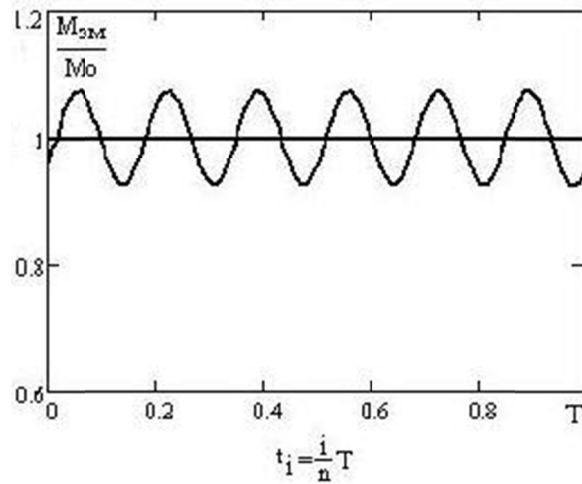


Рис. 3 – Изменение максимального момента шестифазного двигателя в течение одного периода изменения тока

Fig. 3 – The variation of a six-phase motor maximum torque during one period of the current oscillation

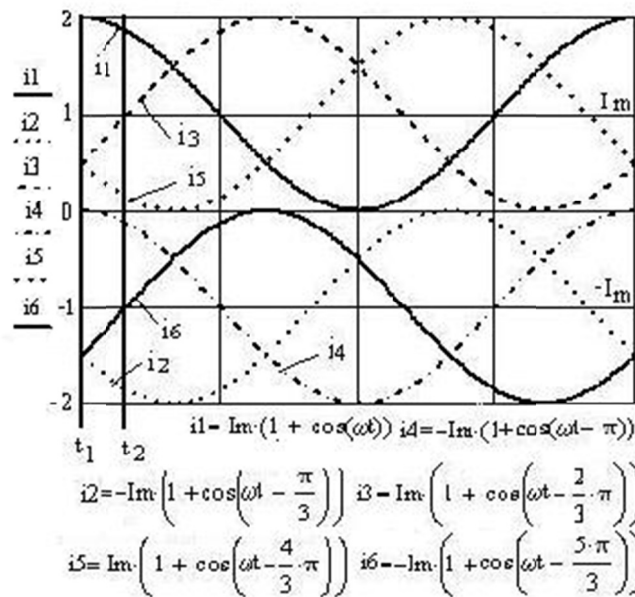


Рис. 4 – Распределение тока в фазах шестифазного двигателя

Fig. 4 – Current distribution in six-phase motor phases

На рис. 5 показана зависимость электромагнитного момента шестифазного двигателя ( $z_1 = 12$ ,  $q = 1/2$ ) от угла нагрузки. Зависимости рассчитаны для двух крайних случаев  $t_1$  и  $t_2$  (рис. 4) – кривая 1, ток в одной из фаз максимален, и кривая 2, переменная составляющая тока в одной из фаз переходит через нуль. Максимум электромагнитного момента наступает при угле нагрузки менее  $45^\circ$ .



Причем угол нагрузки при максимальном моменте с изменением тока в фазах меняет свое значение. Это приведет к тому, что при работе двигателя с датчиком положения ротора настройка его на максимальный момент становится невозможной. Настройка датчика положения в реверсивном двигателе на угол  $45^\circ$  приводит к тому, что пульсация электромагнитного момента достигнет еще большей величины.

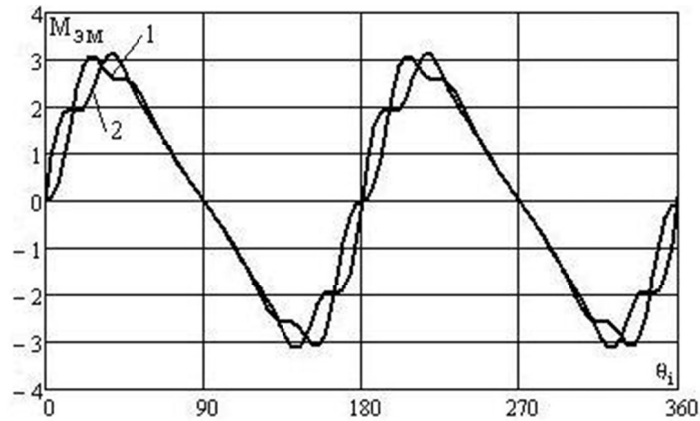


Рис. 5 – Угловые характеристики шестифазного двигателя в разные моменты времени

Fig. 5 – Angle-torque characteristics of the six-phase motor at different moments of time

### 3. Выбор формы тока для снижения пульсаций момента

Уничтожить или в значительной степени снизить пульсации максимального момента можно соответствующим выбором формы тока обмотки статора. Ниже определяется форма тока обмотки статора, обеспечивающая постоянство электромагнитного момента при фиксированном угле нагрузки двигателя. Этот случай соответствует работе двигателя с датчиком положения ротора и специальным источником питания, обеспечивающим формирование любой заданной формы тока.

В общем случае электромагнитный момент является функцией как углового положения ротора, так и мгновенного значения токов фаз:

$$\tilde{M}(t) = M[\theta(t), i_k(t)] = M\left[\frac{\omega}{2}t + \theta_0, i_k(t)\right].$$

Он содержит постоянную составляющую  $M_0$  и изменяющуюся во времени  $M_-$  в зависимости от тока в фазах,

$$\tilde{M}(t) = M_0 + M_-.$$

Постоянная составляющая электромагнитного момента на периоде изменения тока фаз

$$M_0 = \frac{1}{T} \int_0^T \tilde{M}(t) dt.$$



Для компенсации переменной составляющей момента необходимо найти соответствующий закон изменения тока. Учитывая, что электромагнитный момент пропорционален квадрату тока, легче всего воздействовать на электромагнитный момент одновременным изменением тока во всех фазах, т. е. проводя его модуляцию,

$$i_k = [I_0 + I_{mk} \cos(\omega t - \varphi_k - \theta)] \cdot K(t).$$

Очевидно, что если поддерживать постоянным момент, равным постоянной составляющей момента  $M_0$ , то коэффициент  $K(t)$  может быть найден из условия

$$K(t) = \sqrt{\frac{M_0}{M(t)}}.$$

В этом случае электромагнитный момент становится тождественно равным постоянной составляющей момента

$$M \left[ \frac{\omega}{2} t + \theta_0, K(t) \cdot i_k(t) \right] \equiv M_0.$$

Если в выражении (4) вместо  $M_0$  подставить некоторое другое значение момента (например, максимальное), то электромагнитный момент будет поддерживаться на новом уровне.

Созданная математическая модель позволяет реализовать предложенный метод определения тока.

При расчете коэффициент  $K(t)$  был представлен в виде следующего ряда:

$$K(t) = a_0 + a_1 \cos(m\omega_1 t + \varphi_1) + a_2 \cos(2m\omega_1 t + \varphi_2) + \\ + \dots + a_k \cos(mk\omega_1 t + \varphi_k),$$

здесь  $m$  – число фаз обмотки статора.

Значения коэффициентов  $a_k$  для шестифазной машины сведены в таблицу.

**Значения коэффициентов  $a_k$  для шестифазной машины /**

**The  $a_k$  coefficients values for the six-phase motor**

$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$
0,037	$1,287 \cdot 10^{-3}$	$2,396 \cdot 10^{-4}$	$5,889 \cdot 10^{-5}$	$1,107 \cdot 10^{-4}$	$6,685 \cdot 10^{-5}$	$5,439 \cdot 10^{-5}$

С достаточной точностью поддержания постоянной величины момента можно ограничиться первым коэффициентом  $a_1$ . Результаты расчета электромагнитного

момента при угле нагрузки  $\frac{\pi}{4}$  и скорректированном токе приведены на рис. 6.

Кривая 1 соответствует моменту до корректировки, а кривая 2 – моменту после корректировки. Отклонение скорректированного момента (кривая 2) от среднего момента  $M_0$  не превышает 0,28 %.



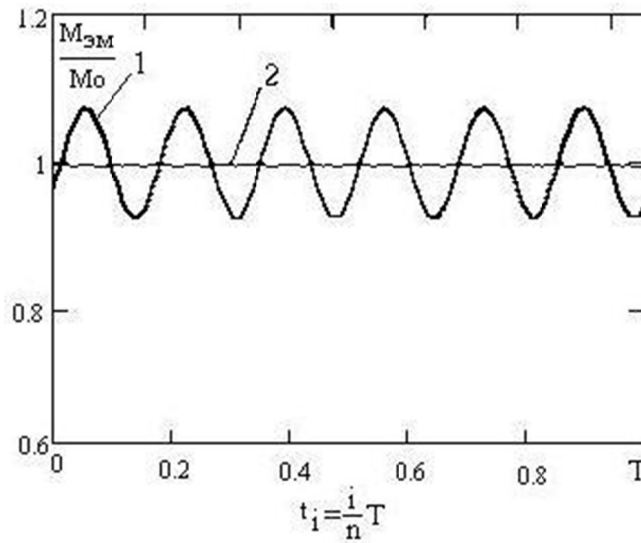


Рис. 6 – Максимальный электромагнитный момент до корректировки (кривая 1) и после корректировки (кривая 2)

Fig. 6 – A maximal electromagnetic torque before (curve 1) and after (curve 2) correction

### Закключение

Предложенный метод компенсаций пульсаций электромагнитного момента, вызванных ступенчатым законом распределения м.д.с. в воздушном зазоре, показал высокую эффективность. Так, в некомпенсированном двигателе величина пульсаций момента достигает 7,36 % от среднего значения, а введение компенсации позволило снизить пульсации момента до 0,28 % от среднего значения.

Для компенсации пульсаций электромагнитного момента предложен закон изменения тока

$$i_k = [I_0 + I_{mk} \cos(\omega t - \varphi_k - \theta)] \cdot K(t),$$

где модулирующий коэффициент  $K(t)$  представлен в виде ряда

$$K(t) = a_0 + a_1 \cos(m\omega_1 t + \varphi_1) + a_2 \cos(2m\omega_1 t + \varphi_2) + \dots + a_k \cos(mk\omega_1 t + \varphi_k).$$

Очевидно, что данный метод компенсации пульсаций электромагнитного момента можно применить и для классических электрических машин.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Шевченко А.Ф., Шевченко Л.Г. Новый электродвигатель с переменным магнитным сопротивлением воздушного зазора (SR-двигатель) для высокоскоростных электроприводов // Электротехника. – 2000. – № 11. – С. 20–23.
2. Шевченко А.Ф. Магнитодвижущие силы однозубцовых дробных обмоток с  $q < 1$  // Научный вестник НГТУ. – 1996. – № 2. – С. 99–100.
3. Иванов-Смоленский А.В. Определение электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по натяжениям // Электричество. – 1985. – № 7. – С. 12–21.



4. **Иванов-Смоленский А.В.** Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах. – М.: Высшая школа, 1989. – 312 с.
5. **Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.** Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1965. – 716 с.
6. **Shevchenko A.F., Chestyunina T.V.** Analysis of magnetomotive forces of fractional-slot windings of electrical machines // *Russian Electrical Engineering*. – 2009. – Vol. 80, N 12. – P. 641–645.
7. **Шевченко Л.Г.** Электромагнитный момент вентильного индукторного двигателя // Сборник научных трудов НГТУ. – 2000. – № 5. – С. 97–102.

## REDUCTION IN ELECTROMAGNETIC TORQUE RIPPLES IN A SYNCHRONOUS MOTOR WITH A MODULATED MAGNETIC FLUX AND A SMOOTH HARMONIC ROTOR

**Shevchenko A.F., Shevchenko L.G.**

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

There are many independent causes which can lead to electromagnetic torque ripples in an electrical motor. These ripples are inadmissible in high-precision drives where the constancy of the torque is of great importance. So the problem of ripple reduction is of great interest. In this paper we consider a synchronous motor with a modulated magnetic flux and a smooth harmonic rotor and study its torque ripple caused by some peculiar features of the stator winding distribution in the air gap of the motor. We take into account an actual curve of the magnetomotive force distribution which has a step-like form. The torque is determined from the derivative of the magnetic field energy over the rotation angle. An analytical expression for the field energy was obtained earlier using the conformal transformation method. All calculations are made in the MathCAD environment. The effect of the phase current distribution of the stator winding on the torque is studied. The maximum torque ripple amplitude is found to be 7.36 % of its mean value. To correct the torque ripple we propose adding some modulating factor in the phase current of the stator winding. The required factor is obtained in our paper in the form of a harmonic series. Using current modulation allows us to decrease the torque ripple amplitude down to 0.28 %.

*Keywords:* electromagnetic torque, current profile, modulation coefficient, field energy.

DOI: 10.17212/1727-2769-2018-2-106-115

## REFERENCES

1. Shevchenko A.F., Shevchenko L.G. Novyi elektrodvigatel' s peremennym magnitnym soprotivleniem vozdušnogo zazora (SR-dvigatel') dlya vysokoskorostnykh elektropriwodov [A new electric motor with variable magnetic reluctance of the air gap (SR-motor) for high-speed electric drives]. *Elektrotehnika – Russian Electrical Engineering*, 2000, no. 11, pp. 20–23. (In Russian).
2. Shevchenko A.F. Magnitodvizhushchie sily odnozubtsovykh drobnnykh obmotok s  $q < 1$  [Magnetomotive forces of single-tooth fractional windings with  $q < 1$ ]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 1996, no. 2, pp. 99–100.
3. Ivanov-Smolenskii A.V. Opredelenie elektromagnitnykh sil v nelineinoi magnitnoi sisteme po natyazheniyam [Determination of electromagnetic forces in a nonlinear magnetic system by stress tensor]. *Elektrichestvo – Electrical Technology Russia*, 1985, no. 7, pp. 12–21.
4. Ivanov-Smolenskii A.V. *Elektromagnitnye sily i preobrazovanie energii v elektricheskikh mashinakh* [Electromagnetic forces and energy conversion in electrical machines]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1989. 312 p.
5. Lavrent'ev M.A., Shabat B.V. *Metody teorii funktsii kompleksnogo peremennogo* [Methods of the theory of functions of a complex variable]. Moscow, Nauka Publ., 1965. 716 p.
6. Shevchenko A.F., Chestyunina T.V. Analysis of magnetomotive forces of fractional-slot windings of electrical machines. *Russian Electrical Engineering*, 2009, vol. 80, no. 12, pp. 641–645.



7. Shevchenko L.G. Elektromagnitnyi moment ventil'nogo induktornogo dvigatelya [Electromagnetic torque of the switched induction motor]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2000, no. 5, pp. 97–102.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Шевченко Александр Фёдорович** – родился в 1948 г., д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой электромеханики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: электрические машины с дробными зубцовыми обмотками (с постоянными магнитами, с электромагнитной редукцией частоты вращения, индукторные). Опубликовано 100 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: a.shevchenko@corp.nstu.ru).

**Shevchenko Aleksandr Fedorovich** (b. 1948) – Doctor of Sciences (Eng.), professor, head of the department of electromechanics, Novosibirsk State Technical University (NSTU). His research interests are currently focused on electrical motors with fractional tooth windings (with permanent magnets, with electromagnetic reduction of rotational speed, and induction motors). He is the author of 100 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: a.shevchenko@corp.nstu.ru).



**Шевченко Людмила Григорьевна** – родилась в 1951 г., канд. техн. наук, доцент кафедры электромеханики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: двигатели с модулированным магнитным потоком и гладким гармоническим ротором. Опубликовано 20 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: Lusi\_ol@mail.ru).

**Shevchenko Liudmila Grigoryevna** (b. 1951) – Candidate of Sciences (Eng.), associate professor at the department of electromechanics, Novosibirsk State Technical University (NSTU). Her research interests are currently focused on electrical motors with a modulated magnetic flux and a smooth harmonic rotor. She is the author of 20 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: Lusi\_ol@mail.ru).

Статья поступила 27 марта 2018  
Received March, 27, 2018

## To Reference:

Shevchenko A.F., Shevchenko L.G. Snizhenie pul'satsii elektromagnitnogo momenta sinkhronnogo dvigatelya s modulirovannym magnitnym potokom i gladkim garmonicheskim rotorom [Reduction in electromagnetic torque ripples in a synchronous motor with a modulated magnetic flux and a smooth harmonic rotor]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2018, no. 2 (39), pp. 106–115. doi: 10.17212/1727-2769-2018-2-106-115.