ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ

апрель-июнь

№ 2(43)

УДК 539.4

2019

ВЛИЯНИЕ ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРЫ КОМПОЗИТА НА ГРАНИЦЫ ДОПУСТИМЫХ ЗНАЧЕНИЙ ТЕМПЕРАТУРНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Б.С. Резников, О.В. Шеремет

Новосибирский государственный технический университет

На основе модели для материалов с внутренней структурой разработан подход и программный комплекс расчета границ допустимых температурных воздействий в зависимости от количества элементов композиции, их расположения в пространстве, удельного объемного содержания и физико-механических свойств фазовых материалов. Указаны рациональные параметры структуры композита и механические характеристики элементов композиции, при которых достигаются наибольшие значения температурного воздействия до начала разрушения.

Ключевые слова: микронеоднородные среды, стационарное температурное воздействие, эффективные теплофизические характеристики, структурные условия прочности, предельное состояние композита.

DOI: 10.17212/1727-2769-2019-2-72-79

Введение

Многие конструкции из композиционных материалов работают в широком диапазоне температур, поэтому возникает необходимость определять предельнодопустимые значения температурного воздействия для структурно-неоднородных сред. В отличие от работ [1, 2], где рассмотрено влияние заданного (фиксированного) значения температуры на предельное состояние слоистых композитов при комбинированном силовом нагружении, в данной статье определены допустимые значения температурного воздействия, соответствующие началу разрушения структурно-неоднородных сред с продольно-поперечным расположением фаз.

1. Основные физические соотношения и алгоритм исследования начального разрушения многофазных сред при температурном воздействии

Для расчета границ допустимых значений температурного воздействия структурно-неоднородных композитов, состоящих из «M + N» продольно-поперечных фаз (рис. 1), воспользуемся законом Дюамеля—Неймана из [3, 4].



Рис. 1. – Представительный элемент композита с продольно-поперечным расположением «*M* + *N*» фаз

Fig. 1. – Representative element of composite with longitudinal-transverse arrangement of $\ll M + N \gg$ phases

© 2018 Б.С. Резников, О.В. Шеремет

В случае, когда характерный субструктурный элемент композита находится в однородном температурном поле при отсутствии силового воздействия и материалы фаз являются ортотропными (в системе $n_1On_2n_3$ рис. 1), тогда, учитывая соотношения из [3, 4], получим следующие выражения для напряжений:

в s-й продольной фазе

в *l*-й поперечной фазе

$$\sigma_{j}^{(l)} = \Theta \Psi_{jt}^{(l)}, \ \sigma_{1}^{(l)} = \sigma_{4}^{(l)} = \sigma_{5}^{(l)} = \sigma_{6}^{(l)} = 0,$$

$$(j = 2, 3; \ l = M + 1, M + 2, \dots, M + N).$$
(2)

При этом для величин $\Psi_{jt}^{(s)}$ (j = 1, 3), $\tilde{B}_{2t}^{(1)}$, $\Psi_{jt}^{(l)}$ (j = 2, 3) имеем следующие выражения:

$$\begin{split} \Psi_{jt}^{(s)} &= \mathbf{B}_{j2}^{(s)} \tilde{\mathbf{B}}_{2t}^{(1)} + \mathbf{B}_{j3}^{(s)} \tilde{\mathbf{B}}_{3t}^{(1)} + \mathbf{B}_{jt}^{(s)} \quad \left(j = 1, 3; \ s = 1, 2, \dots, M\right); \\ \tilde{\mathbf{B}}_{it}^{(K)} &= \tilde{\beta}_{2i}^{(K)} \alpha_{22}^{t} + \tilde{\beta}_{i3}^{(K)} \alpha_{33}^{t} + \tilde{\beta}_{it}^{(K)} \quad \left(i = 2, 3; \ K = 1, 2\right); \\ \mathbf{B}_{j2}^{(s)} &= \beta_{1j}^{(s)} b_{12} + \beta_{j3}^{(s)} b_{23} + \beta_{j2}^{(s)}, \ \mathbf{B}_{j3}^{(s)} &= \beta_{1j}^{(s)} b_{13} + \beta_{j3}^{(s)} b_{33}, \\ \mathbf{B}_{jt}^{(s)} &= \beta_{1j}^{(s)} \alpha_{11}^{t} + \beta_{j3}^{(s)} \alpha_{33}^{t} + \beta_{jt}^{(s)} \quad \left(j = 1, 3; \ s = 1, 2, \dots, M\right). \\ \Psi_{jt}^{(l)} &= \mathbf{B}_{j2}^{(l)} \tilde{\mathbf{B}}_{2t}^{(2)} + \mathbf{B}_{j3}^{(l)} \tilde{\mathbf{B}}_{3t}^{(2)} + \mathbf{B}_{jt}^{(l)}, \\ \mathbf{B}_{ij}^{(l)} &= \beta_{2i}^{(l)} b_{2j} + \beta_{i3}^{(l)} b_{j3}, \\ \mathbf{B}_{jt}^{(l)} &= \beta_{j3}^{(l)} \alpha_{33}^{t} + \beta_{jt}^{(l)} \quad \left(i = 2, 3; \ j = 2, 3; \ l = M + 1, M + 2, \dots, M + N\right). \end{split}$$

Эффективные коэффициенты податливости b_{jk} (j,k=1,2,3) линейного теплового расширения α_{ii}^t (i=1,2,3) и величины

$$\tilde{\beta}_{ij}^{(K)} (i, j = 1, 2, 3; K = 1, 2), \tilde{\beta}_{it}^{(K)} (i, j = 2, 3; K = 1, 2),$$

$$\beta_{ij}^{(m)}, \beta_{jt}^{(m)} (i, j = 1, 2, 3; m = 1, 2, ..., M, M + 1, M + 2, ..., M + N)$$

получены в [4], $\Theta = T - T_0$ – приращение температуры; T_0 – температура в исходном состоянии. Для напряжений приняты матричные обозначения [3–5] и ниже используются в основном обозначения из [4].

Для определения границ допустимых значений температурных воздействий, при которых начинается разрушение многофазного композита, будем использовать структурный подход [6] и условие прочности [7] для материала каждой фазы. В рассматриваемом случае, учитывая (1), (2) и [7], имеем: для продольных фаз (s = 1, 2, ..., M)

$$\sum_{j=l}^{3} \left(\sigma_{j}^{(s)}\right)^{2} - \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j=l\\(i\neq j)}}^{3} \sigma_{j}^{(s)} \sigma_{i}^{(s)} + \left(\sigma_{(-)}^{(s)} - \sigma_{(+)}^{(s)}\right) \sum_{j=l}^{3} \sigma_{j}^{(s)} = \sigma_{(-)}^{(s)} \sigma_{(+)}^{(s)};$$
(3)

для поперечных фаз (l = M + 1, M + 2, ..., M + N)

$$\sum_{j=2}^{3} \left(\sigma_{j}^{(l)}\right)^{2} - \sigma_{2}^{(l)}\sigma_{3}^{(l)} + \left(\sigma_{(-)}^{(l)} - \sigma_{(+)}^{(l)}\right) \sum_{j=2}^{3} \sigma_{j}^{(l)} = \sigma_{(-)}^{(l)}\sigma_{(+)}^{(l)}, \tag{4}$$

где $\sigma_{(+)}^{(m)}$ и $\sigma_{(-)}^{(m)}$ – пределы прочности при растяжении и сжатии материала *m*-й фазы m = 1, 2, ..., M, M + 1, M + 2, ..., M + N.

Используя (1)–(4), получим предельные значения температурного воздействия для структурно-неоднородного материала

$$\Theta_{H}^{(\pm)} = \pm \min_{\substack{s=1,2,\dots,M,\\l=M+1,\dots,M+N}} \left\{ \left| \Theta_{H(\pm)}^{(s)} \right|, \left| \Theta_{H(\pm)}^{(l)} \right| \right\}$$
(5)

(при этом отдельно находить, когда везде «+» и соответственно «-»), где

$$\Theta_{H(\pm)}^{(m)} = \frac{-b_t^{(m)} \pm \sqrt{\left(b_t^{(m)}\right)^2 + 4\sigma_{(-)}^{(m)}\sigma_{(+)}^{(m)}a_t^{(m)}}}{2a_t^{(m)}} \tag{6}$$

(m = 1, 2, ..., M, M + 1, M + 2, ..., M + N),

$$a_{t}^{(s)} = \sum_{j=1,3} \left(\Psi_{jt}^{(s)} \right)^{2} + \left(\tilde{B}_{2t}^{(1)} \right)^{2} - \Psi_{1t}^{(s)} \tilde{B}_{2t}^{(1)} - \Psi_{1t}^{(s)} \Psi_{3t}^{(s)} - \Psi_{3t}^{(s)} \tilde{B}_{2t}^{(1)},$$

$$b_{t}^{(s)} = \left(\sigma_{(-)}^{(s)} - \sigma_{(+)}^{(s)} \right) \left(\sum_{j=1,3} \Psi_{jt}^{(s)} + \tilde{B}_{2t}^{(1)} \right) (s = 1, 2, ..., M);$$

$$a_{t}^{(l)} = \sum_{j=2,3} \left(\Psi_{jt}^{(l)} \right)^{2} - \Psi_{2t}^{(l)} \Psi_{3t}^{(l)},$$

$$b_{t}^{(l)} = \left(\sigma_{(-)}^{(l)} - \sigma_{(+)}^{(l)} \right) \sum_{j=2,3} \Psi_{jt}^{(l)} (l = M + 1, M + 2, ..., M + N).$$
(8)

Таким образом, при $\Theta \in \left(\Theta_{H}^{(-)}; \Theta_{H}^{(+)}\right)$ композитный материал остается упругим.

Соотношения (5)–(8) позволяют исследовать границы допустимых значений температурного воздействия $\Theta_{H}^{(-)}$, $\Theta_{H}^{(+)}$ в зависимости от структуры композита, механических и теплофизических свойств материалов фаз. Следует отметить, что предложенный подход дает возможность определять и тип начального разрушения (т. е. вследствие разрушения какой фазы начинается разрушение композита) для каждого вида структурно-неоднородного материала.

2. Численное исследование влияния различных параметров композита на предельные значения температурного воздействия

В целях конкретизации рассмотрим различные трехфазные композиты следующей структуры:

A)
$$M = 1$$
, $N = 2$ ($s = 1$; $l = 2, 3$);
B) $M = 2$, $N = 1$ ($s = 1, 2$; $l = 3$); (9)

A) – одна продольная фаза и две поперечные; B) – две продольные фазы и одна поперечная, при этом удельное объемное содержание фаз равно:

1)
$$\tilde{\omega}_1 = 0,3; \ \tilde{\omega}_2 = 0,5; \ \tilde{\omega}_3 = 0,2;$$

2) $\tilde{\omega}_1 = 0,4; \ \tilde{\omega}_2 = 0,1; \ \tilde{\omega}_3 = 0,5.$
(10)

На рис. 2–5 приведены численные результаты для двух наборов физикомеханических параметров трехфазных материалов:

$$\overline{E}^{(1)} = 2, \ \overline{E}^{(2)} = 1, \ \overline{E}^{(3)} = 0,05;$$

$$\overline{\sigma}^{(1)}_{(+)} = 0,3; \ \overline{\sigma}^{(2)}_{(+)} = 1; \ \overline{\sigma}^{(3)}_{(+)} = 0,025;$$

$$\overline{\sigma}^{(1)}_{(-)} = 1,5; \ \overline{\sigma}^{(2)}_{(-)} = 0,5; \ \overline{\sigma}^{(3)}_{(-)} = 0,05;$$

$$\overline{\alpha}^{(1)}_{t} = \overline{\alpha}^{(2)}_{t} = 1; \ \overline{\alpha}^{(3)}_{t} = 17;$$

$$\nu^{(1)} = 0,15; \ \nu^{(2)} = 0,25; \ \nu^{(3)} = 0,385;$$
(11)

(композит типа: стеклянные волокна, стеклянная микродробь, полиэфирное связующее) и

$$\overline{E}^{(1)} = 5 \ \overline{E}^{(2)} = 1, \ \overline{E}^{(3)} = 0,65;$$

$$\overline{\sigma}^{(1)}_{(+)} = 300; \ \overline{\sigma}^{(2)}_{(+)} = 1; \ \overline{\sigma}^{(3)}_{(+)} = 0,25;$$

$$\overline{\sigma}^{(1)}_{(-)} = 150; \ \overline{\sigma}^{(2)}_{(-)} = 3,2; \ \overline{\sigma}^{(3)}_{(-)} = 0,8;$$

$$\overline{\alpha}^{(1)}_{t} = 1,7; \ \overline{\alpha}^{(2)}_{t} = 1; \ \overline{\alpha}^{(3)}_{t} = 1,6;$$

$$\nu^{(1)} = 0,2; \ \nu^{(2)} = 0,125; \ \nu^{(3)} = 0,34;$$
(12)

(композит типа: нержавеющая сталь, гранит, бетон).

В (11), (12) введены соответственно следующие безразмерные величины: мо-

дули Юнга $\overline{E}^{(m)} = \frac{E^{(m)}}{E^{(2)}}$, пределы прочности $\overline{\sigma}_{(\pm)}^{(m)} = \frac{\sigma_{(\pm)}^{(m)}}{\sigma_{(+)}^{(2)}}$ и коэффициенты ли-

нейного теплового расширения $\overline{\alpha}_{t}^{(m)} = \frac{\alpha_{t}^{(m)}}{\alpha_{t}^{(2)}}$ (*m* = 1, 2, 3). Численные значения параметров в (11), (12) взяты из [8, 9].

Исследование границ предельных значений температурного воздействия $\overline{\Theta}_{H}^{(\pm)} = \Theta_{H}^{(\pm)} \frac{E^{(2)}}{\overline{\sigma}_{(\pm)}^{(2)}} \alpha_{t}^{(2)}$ в зависимости от относительного модуля Юнга материала

третьей фазы $\overline{E}^{(3)}$ приведены на рис. 2, 3, а от коэффициента $\overline{\alpha}_t^{(3)}$ – на рис. 4, 5. При этом рассмотрены типы структур А) и В) из (9), на графиках сплошные линии соответствуют удельному объемному содержанию фаз 1) из (10), а штриховые линии – 2) из (10). Около гладких участков кривых знаком $\varphi_{i\langle k \rangle}$ обозначены тип и номера фаз, по которым происходит начало разрушения: *i* указывает номер фазы, k – ее тип (k = s соответствуют продольной фазе, k = l – поперечной). Угловые точки графиков соответствуют началу разрушения двух фаз.



Рис. 2 – Зависимость $\overline{\Theta}_{H}^{(-)}$, $\overline{\Theta}_{H}^{(+)}$ от значения $\overline{E}^{(3)}$ для набора параметров (11): *а* – одна продольная, две поперечные фазы; δ – две продольные, одна поперечная фазы *Fig.* 3 – Dependence of $\overline{\Theta}_{H}^{(-)}$, $\overline{\Theta}_{H}^{(+)}$ on the value $\overline{E}^{(3)}$ for the set of parameters (11): *a* – 1 longitudinal, 2 transverse phases; *b* – 2 longitudinal, 1 transverse phases



Рис. 3. – Зависимость $\overline{\Theta}_{H}^{(-)}$, $\overline{\Theta}_{H}^{(+)}$ от значения $\overline{E}^{(3)}$ для набора параметров (12): *а* – одна продольная, две поперечные фазы; δ – две продольные, одна поперечная фазы *Fig.* 3. – Dependence of $\overline{\Theta}_{H}^{(-)}$, $\overline{\Theta}_{H}^{(+)}$ on the value $\overline{E}^{(3)}$ for the set of parameters (12): *a* – 1 longitudinal, 2 transverse phases; *b* – 2 longitudinal, 1 transverse phases



Рис. 4 – Зависимость $\overline{\Theta}_{H}^{(-)}$, $\overline{\Theta}_{H}^{(+)}$ от значения $\overline{\alpha}_{t}^{(3)}$ для набора параметров (11): *а* – одна продольная, две поперечные фазы; δ – две продольные, одна поперечная фазы *Fig.* 4 – Dependence of $\overline{\Theta}_{H}^{(-)}$, $\overline{\Theta}_{H}^{(+)}$ on the value $\overline{\alpha}_{t}^{(3)}$ for the set of parameters (11): *a* – 1 longitudinal, 2 transverse phases, *b* – 2 longitudinal, 1 transverse phases



Рис. 5 – Зависимость $\overline{\Theta}_{H}^{(-)}$, $\overline{\Theta}_{H}^{(+)}$ от значения $\overline{\alpha}_{t}^{(3)}$ для набора параметров (12): *a* – одна продольная, две поперечные фазы; \overline{o} – две продольные, одна поперечная фазы *Fig.* 5 – Dependence of $\overline{\Theta}_{H}^{(-)}$, $\overline{\Theta}_{H}^{(+)}$ on the value $\overline{\alpha}_{t}^{(3)}$ for the set of parameters (12):

a-1 longitudinal, 2 transverse phases; b-2 longitudinal, 1 transverse phases

Разработанный подход на основе математической модели для материалов с внутренней структурой позволяет определять границы температурного воздействия до начала разрушения композита. Полученные результаты позволяют определять параметры композита, при которых интервал предельных температурных воздействий является наибольшим, и дают возможность оценивать эксплуатационные свойства различных композитных материалов при термическом воздействии в зависимости от структуры композита и физико-механических свойств фазовых материалов.

ЛИТЕРАТУРА

- Резников Б.С., Шеремет О.В. Прогнозирование предельного состояния сред неоднородной структуры при термомеханическом воздействии // Актуальные вопросы строительства: IX научно-техническая конференция, 5–7 апреля 2016 г. – Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин). – С. 11.
- Reznikof B.S., Sheremet O.V. Analysis of the influence of the temperature effect at the state of the initial destruction of layered composites // 11 International Forum on Strategic Technology (IFOST 2016): proceedings, Novosibirsk, 1–3 June 2016. – Novosibirsk: NSTU, 2016. – Pt. 1. – P. 47–49.
- 3. Резников Б.С., Никитенко А.Ф., Кучеренко И.В. Прогнозирование макроскопических свойств структурно-неоднородных сред. Сообщение 1 // Известия вузов. Строительство. 2008. № 2. С. 10–17.
- Резников Б.С., Гобыш А.В. Прогнозирование структуры многофазных размеростабильных композитов при температурном воздействии // Проблемы оптимального проектирования сооружений: доклады 3-й Всероссийской конференции. – Новосибирск: Издво НГАСУ, 2014. – С. 345–352.
- 5. Шермергор Т.Д. Теория упругости микронеоднородных сред. М.: Наука, 1977. 400 с.
- 6. Немировский Ю.В., Резников Б.С. Прочность элементов конструкций из композитных материалов. Новосибирск: Наука, 1986. 166 с.
- 7. Баландин П.П. К вопросу о гипотезах прочности // Вестник инженеров и техников. 1937. № 1. С. 19–24.
- Дубровский И.М., Егоров Б.В., Рябошапка К.П. Справочник по физике. Киев: Наукова думка, 1986. – 558 с.
- 9. Скудра А.М., Булавс Ф.Я., Роценс К.А. Ползучесть и статическая усталость армированных пластиков. Рига: Зинатне, 1971. 238 с.

THE INFLUENCE OF THE INTERNAL STRUCTURE OF THE COMPOSITE AT THE BOUNDARIES OF THE LIMIT VALUES OF THE TEMPERATURES

B.S. Reznikov, O.V. Sheremet

Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

The paper considers the calculation of the boundaries of the permissible temperature effects for materials with internal structure depending on the number of elements of the composition, their location in space, the specific volume content and physical and mechanical properties of phase materials. The rational parameters of the composite structure and mechanical characteristics of the elements of the composition are indicated, at which the highest values of the temperature effect are achieved before the destruction.

Keywords: microinhomogeneous materials, stationary thermal resistance, effective thermal properties, structural condition of strength, limit state of the composite.

DOI: 10.17212/1727-2769-2019-2-72-79

REFERENCES

- 1. Reznikov B.S., Sheremet O.V. [Prediction of limit state environments of heterogeneous structure during thermomechanical influence]. *Aktual'nye voprosy stroitel'stva: IX nauchnotekhnicheskaya konferentsiya* [IX scientific and technical conference "Topical issues of construction"], Novosibirsk, NGASU (Sibstrin), 2016, p. 11. (In Russian).
- 2. Reznikof B.S., Sheremet O.V. Analysis of the influence of the temperature effect at the state of the initial destruction of layered composites. *11 International Forum on Strategic Technology (IFOST 2016)*, Novosibirsk, NSTU, 2016, pt. 1, pp. 47–49.
- Reznikov B.S., Nikitenko A.F., Kucherenko I.V. Prognozirovanie makroskopicheskikh svoistv strukturno-neodnorodnykh sred. Soobshchenie 1 [Determination technique of macroscopic properties of structurally nonhomogeneous environments]. *Izvestiya vysshikh*

uchebnykh zavedenii. Stroitel'stvo – News of higher educational institutions. Construction, 2008, no. 2, pp. 10–17.

- Reznikov B.S., Gobysh A.V. [Prediction of the structure of multiphase size-stable composites under temperature influence]. *Problemy optimal'nogo proektirovaniya sooruzhenii: doklady* 3-i Vserossiiskoi konferentsii [Reports 3th All-Russian Conference "Problems of optimal design of facilities"]. Novosibirsk, NGASU Publ., 2014, pp. 345–352. (In Russian).
- 5. Shermergor T.D. *Teoriya uprugosti mikroneodnorodnykh sred* [Theory of elasticity of microinhomogeneities environments]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 400 p.
- 6. Nemirovskii Yu.V., Reznikov B.S. *Prochnost' elementov konstruktsii iz kompozitnykh materialov* [Composite construction element resistance]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1986. 166 p.
- 7. Balandin P.P. K voprosu o gipotezakh prochnosti [On the question of strength hypotheses]. *Vestnik inzhenerov i tekhnikov Bulletin of engineers and technicians*], 1937, no. 1, pp. 19–24.
- Dubrovskii I.M., Egorov B.V., Ryaboshapka K.P. Spravochnik po fizike [Physics handbook]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1986. 558 p.
- Skudra A.M., Bulavs F.Ya., Rotsens K.A. *Polzuchest' i staticheskaya ustalost' armirovannykh plastikov* [Creep and static fatigue of reinforced plastics]. Riga, Zinatne Publ., 1971. 238 p.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



Резников Борис Самуилович – родился в 1944 году, д-р техн. наук, доцент профессор кафедры инженерной математики НГТУ. Область научных интересов: механика композиционных материалов и конструкций. Опубликовано 203 научных работы. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: reznikovbs@yandex.ru).

Reznikov Boris Samuilovich (b. 1944) – Doctor of Sciences (Eng.), associate Professor, Professor of Department of engineering mathematics Novosibirsk state technical University. His research interests are currently focused on the mechanics of composite materials and structures. He is author of 203 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: reznikovbs@yandex.ru).

Шеремет Оксана Владиславовна – родилась в 1972 году, канд. физ.мат. наук, доцент кафедры инженерной математики НГТУ. Область научных интересов: прочность композиционных материалов. Опубликовано 16 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: sheremet@corp.nstu.ru).

Sheremet Oksana Vladislavovna (b. 1972) – Candidate of Sciences (Phys.&Math), Associate Professor of Department of engineering mathematics Novosibirsk state technical University. His research interests are currently focused on the strength of composite materials. He is author of 16 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: sheremet@corp.nstu.ru)

> Статья поступила 12 сентября, 2018 Received September 12, 2018

To Reference:

Reznikov B.S., Sheremet O.V. Vliyanie vnutrennei struktury kompozita na granitsy dopustimykh znachenii temperaturnogo vozdeistviya [The influence of the internal structure of the composite at the boundaries of the limit values of the temperatures]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2019, no. 2 (43), pp. 72–79. DOI: 10.17212/1727-2769-2019-2-72-79.