

УДК 535.215.1

## **ФОРМИРОВАНИЕ ВОЛН ПЛОТНОСТИ ЗАРЯДА И ТОКА В РЕЗУЛЬТАТЕ ИМПУЛЬСНОЙ ФОТОЭМИССИИ ИЗ ДВОЙНОЙ КВАНТОВОЙ ЯМЫ**

**Ю.Г. Пейсахович, А.А. Штыгашев**

*Новосибирский государственный технический университет*

Построена теория и проведено численное моделирование нестационарной импульсной фотоэмиссии из двойной квантовой ямы в узком диапазоне электронных энергий порядка расстояния между уровнями дуплета квазистационарных состояний. Показано, что вне двойной ямы образуются затухающие волны фотоэлектронных плотностей заряда и тока, характеристики которых определяются интенсивностью светового импульса накачки, плюсами амплитуд рассеяния и матрицы плотности электронов, а также размытием стационарных состояний из-за неупругих процессов. Просуммированные по состояниям выделенной полосы энергий произведения зависящих от времени элементов матрицы плотности и координатно-зависящих элементов матриц плотностей вероятности или тока дают измеряемые волновые плотности распределения электронов или тока фотоэмиссии. Частота этих волн равна разностной частоте дублета, длина волн – обратной разности волновых чисел свободного движения электронов с резонансными энергиями, а скорость их распространения – отношению этих величин. Система может перейти в режим повторения излучения электронных волн или в режим автоколебаний, если обеспечить положительную обратную связь и периодическую резонансную подкачку заселенности дублета.

*Ключевые слова:* нестационарная фотоэмиссия, двухбарьерная гетероструктура, двойная квантовая яма, матрица плотности.

DOI: 10.17212/1727-2769-2019-4-26-43

### **Введение**

Создание лазерных источников света, генерирующих ультракороткие импульсы пикосекундной, фемтосекундной и даже аттосекундной длительности в последние десятилетия привело к интенсивному развитию спектроскопии и технологий в соответствующих областях частот [1–9]. Чаще всего целью применения этой высокочастотной техники является получение спектроскопической информации о быстро протекающих процессах, таких как движение электронов в атомах и молекулах, в металлических и полупроводниковых твердых телах, о процессах фотовозбуждения и релаксации различных колебаний в этих системах, о кинетике химических реакций и т. д. Кроме спектроскопического зондирования вещества интерес представляет задача о генерации высокочастотных колебаний и волн электронной плотности заряда и тока путем преобразования в них ультракоротких импульсов лазерного возбуждения системы. Для этого подходят тонкопленочные наноразмерные гетероструктуры типа двойной квантовой ямы с туннельно-прозрачными для электронов стенками, у которых в энергетическом спектре поперечного движения электронов имеются дублеты сравнительно близких резонансных уровней. Связанные колебания смешанных дублетных состояний могут проявляться как квантовые биения пространственно-временных распределений плотности вероятности и плотности тока электронов, энергии которых принадлежат узкой полосе, включающей дуплет. Такие биения обычно сопровождают квантовый переходный процесс [11–20] после одиночного импульсного воз-

буждения и длятся в течение времени жизни квазистационарных состояний, которое при достаточно малой прозрачности барьеров может быть много больше временного периода этих биений.

В запрещенной зоне ниже вакуумного уровня уровни дуплета дискретны, а соответствующие им волновые функции стационарных состояний локализованы в двойной яме. Авторы экспериментальных работ [10, 11] с помощью фемтосекундных лазерных световых импульсов осуществляли фотовозбуждение таких состояний в полупроводниковой несимметричной двойной квантовой яме и впервые наблюдали проявление квантовых биений суперпозиции этих состояний в виде некоторого числа релаксирующих терагерцевых осцилляций задержек в дифференциальной трансмиссии и в четырехволновом смешивании световых волн. Эти осцилляции объясняются резонансными затухающими колебаниями электронно-дырочного дипольного момента поперек ямы, который возникает из-за указанных биений и различия инерционных свойств электронов и дырок, что вызывает модуляцию интенсивности дипольного электромагнитного излучения на разностной частоте дуплета. Теоретическое описание и оценки характеристик этого эффекта основаны на применении метода зависящей от времени матрицы плотности [7, 11, 12].

В настоящей статье мы рассмотрим случай, когда уровни дуплета двойной квантовой ямы расположены в непрерывном спектре зон проводимости выше или ниже вакуумного уровня и волновые функции дуплета описывают делокализованные квазистационарные состояния поперечной задачи рассеяния. Энергии дублетов и времена жизни квазистационарных состояний определяются полюсами амплитуд стационарного рассеяния электронов на гетероструктуре, а также сдвигом и размытием из-за неупругого рассеяния электронов. Если заселение состояний дуплета осуществляется изнутри системы фотовозбуждением быстрым световым импульсом, то затем происходит сравнительно медленный процесс релаксации фотоэмиссии путем туннельного распада нестационарного состояния, образованного суперпозицией и резонансной интерференцией квантовых состояний из включающей дублет узкой полосы электронного спектра. Такой процесс может сопровождаться временными и пространственными осцилляциями электронных плотностей вероятности и тока в виде квазипериодического перетекания электронной плотности через средний барьер между двумя ямами внутри гетероструктуры и в виде волн электронной плотности заряда и тока, уходящих от гетероструктуры и затухающих во времени и в пространстве вне двойной ямы. Эти волны существуют на расстояниях меньших длины квантовой когерентности электронов, они могут быть детектированы и выведены из системы посредством электрических и магнитных полей соответствующей структуры. Если обеспечить положительную обратную связь и периодическую резонансную подкачку заселенности дуплета в гетероструктуре, то систему можно перевести в режим повторения излучения электронных волн или даже в режим автоколебаний. В статье [21] мы показали, что подобные волны могут образоваться в результате рассеяния падающего извне электронного волнового пакета, спектральная ширина которых порядка энергетического расстояния между уровнями дуплета, для этого была использована квантово-механическая модель процесса на языке чистых одночастичных состояний.

При наличии на поверхности полупроводников и металлов квантово-размерных пленок и сверхрешеток в энергетических и угловых распределениях стационарной фотоэмиссии наблюдаются пики, свидетельствующие об образовании резонансных квазистационарных состояний с энергией выше вакуумного уровня [22, 23]. Здесь мы интересуемся нестационарной импульсной фотоэмиссией из

двойной квантовой ямы электронов с энергиями порядка энергии некоторого надвакуумного дублета квазистационарных состояний. Толщина двойной квантовой ямы много меньше длины квантовой когерентности фотовозбужденных электронов, т. е. длины их свободного пробега внутри ямы. Эти электроны являются неравновесно горячими со сравнительно большим временем жизни относительно процессов неупругого рассеяния и малым размытием энергетических уровней. В этом случае целесообразно применить метод матрицы плотности, часто и успешно используемый при описании быстро протекающих квантовых кинетических процессов [2, 7, 24], как например, в вышеуказанных работах по биениям излучения из импульсно фотовозбужденной двойной квантовой ямы [11, 12]. На основе этого метода ранее нами была разработана теория особенностей частотно-энергетических распределений фотоэлектронов [25], а позднее в работе [26] было показано, что при эмиссии из плоского фотокатода, покрытого тонкой многослойной пленкой в виде трехбарьерной гетероструктуры могут возникать временные осцилляции фототока на разностной частоте дублета резонансных состояний.

В аппарате матрицы плотности оперируют смешанными состояниями с учетом влияния внешнего высокочастотного электромагнитного поля накачки и взаимодействия электронов с окружающими частицами. Элементы матрицы плотности зависят от времени в соответствии с квантовым кинетическим уравнением, описывающим влияние переменного электромагнитного поля импульса накачки, а также различные неупругие процессы, частично ответственные за релаксацию. Обрывая цепочку уравнений для матрицы плотности во втором порядке по световому электрическому полю, можно получить зависящие от времени приближенные выражения для пространственно-временных распределений плотностей вероятности и тока электронов при слабых неупругих некогерентных процессах, которые соответствуют приближенным формулам теории возмущения для тока стационарной фотоэмиссии [27]. Просуммированные по состояниям выделенной полосы энергий произведения элементов матрицы плотности и координатно-зависящих элементов матриц плотностей вероятности или тока дают измеряемые переменные плотности распределения электронов или тока фотоэмиссии. В качестве естественного базиса невозмущенных состояний нулевого приближения по взаимодействиям электрона с электромагнитным полем и с другими частицами в методе матрицы плотности для рассматриваемой открытой системы мы берем полную систему волновых функций стационарной задачи рассеяния на гетероструктуре, нормированных на дельта-функцию энергии. Эти волновые функции содержат предэкспоненциальные коэффициенты, которые пропорциональны амплитудам рассеяния и имеют указанные выше полюсные особенности, ответственные за резонансные биения плотности вероятности и плотности тока. В тонкой квантово-размерной гетероструктуре эти коэффициенты также входят в матричные элементы дипольного момента, определяющие интенсивность оптического возбуждения электронов, что может увеличить кратность полюсов и интенсивность изучаемых эффектов. Кроме того, матрица плотности имеет специфические резонансные полюсные множители, которые могут проявиться в структуре пространственной и временной зависимости осциллирующих вкладов плотности распределения зарядов и тока.

### 1. Выбор модели. Эмиссионные плотности заряда и тока

Для выявления основных закономерностей рассмотрим простейшую модельную систему. Пусть гетероструктура в виде двойной квантовой ямы образована на плоской поверхности диэлектрического субстрата, непроницаемого для электронов в изучаемом диапазоне энергий и описываемого бесконечной вертикальной

*Fig. 1.* A double-barrier heterostructure near the impenetrable potential wall as a photoemitter

$$n(t, \mathbf{r}) = 2 \text{Sp}(\hat{\rho}(t)\hat{n}(\mathbf{r})) = 2 \sum_{p', p} \rho_{p', p}(t) n_{p, p'}(\mathbf{r}); \quad (1)$$

$$\mathbf{j}(t, \mathbf{r}) = 2 \operatorname{Sp}(\hat{\rho}(t) \hat{\mathbf{j}}(\mathbf{r})) = 2 \sum_{p', p} \rho_{p', p}(t) \mathbf{j}_{p, p'}(\mathbf{r}), \quad (2)$$

где  $\rho_{p', p}(t)$  – элементы матрицы плотности, которые подчиняются квантовому кинетическому уравнению и несут информацию о фотовозбуждении электронов из глубоко лежащих стационарных состояний, а также о процессах неупругого рассеяния внутри фотокатода,

$$n_{p, p'}(\mathbf{r}) = e \psi_{p'}^*(\mathbf{r}) \psi_p(\mathbf{r}); \quad (3)$$

$$\mathbf{j}_{p, p'}(\mathbf{r}) = i \frac{e\hbar}{2m} \left[ (\nabla \psi_{p'}^*(\mathbf{r})) \psi_p(\mathbf{r}) - \psi_{p'}^*(\mathbf{r}) (\nabla \psi_p(\mathbf{r})) \right] \quad (4)$$

– не зависящие от времени «матричные элементы» плотностей заряда и тока [16] в точке  $\mathbf{r}$ . Волновые функции электронов  $\psi_p(\mathbf{r})$  есть удовлетворяющие необходимым граничным условиям базисные решения стационарного уравнения Шрёдингера, учитывающего пространственный профиль потенциальной энергии электрона. Суммы (1) и (2) берутся по состояниям  $p$  и  $p'$  непрерывного спектра задачи рассеяния, принадлежащим достаточно узкой регистрируемой полосе энергии фотоэлектронов выше вакуумного уровня. Эта полоса охватывает один дуплет полюсов амплитуд рассеяния на двойной квантовой яме, которые ответственны за образование долгоживущих квазистационарных состояний и дают резонансные вклады в суммы (1) и (2). Здесь мы рассматриваем случай, когда частота света близка к частоте межзонных переходов в проводящих слоях гетероструктуры, в которых и происходит фотовозбуждение электронов с их последующим выходом в вакуум. Интересующие нас осцилляции сопровождают быстрый квантовый релаксационный процесс после выключения возбуждающего короткого светового импульса. Слои считаем настолько тонкими, что пронизывая их, фотовозбужденные горячие электроны испытывают только очень редкие неупругие столкновения, поэтому время затухания фототока в рассматриваемом диапазоне энергии оказывается порядка времени жизни квазистационарных состояний, которое при этом меньше или порядка времен релаксации электронов за счет процессов неупругого рассеяния. Влияние таких неупругих процессов в рассматриваемом приближении обычно учитывается посредством феноменологических параметров размытия энергетических уровней  $\gamma_p$ , которые могут быть оценены в микроскопической теории.

Если в некоторый момент времени  $t = 0$  произошло резкое выключение возбуждающего светового импульса, то решение квантового кинетического уравнения для матрицы плотности  $\rho_{p', p}(t) \approx \rho_{p', p}^{(2)}(t)$ , во втором порядке теории возмущений по электромагнитному полю в приближении времени релаксации описывающее процесс затухания фототока при  $t > 0$ , имеет вид [26]

$$\rho_{p', p}^{(2)}(t) = e^{i(\varepsilon_p - \varepsilon_{p'})t/\hbar - \gamma_{p'p}t/\hbar} \rho_{p', p}^{(2)}(0), \quad (5)$$

здесь  $\rho_{p', p}^{(2)}(0)$  – значение матрицы плотности в момент выключения света, которое можно считать стационарным и оценить по формуле

$$\rho_{p', p}^{(2)}(0) = \frac{\hbar^2}{(\varepsilon_p - \varepsilon_{p'}) + i\gamma_{p'p}} \sum_{p_1} D_{p_1} f(\omega, p, p', p_1), \quad (6)$$

$$f(\omega, p, p', p_1) = \left\{ \frac{1}{\hbar\omega - (\varepsilon_p - \varepsilon_{p_1}) - i\gamma_p} - \frac{1}{\hbar\omega - (\varepsilon_{p'} - \varepsilon_{p_1}) + i\gamma_{p'}} \right\}, \quad (7)$$

где  $\varepsilon_p$  и  $\varepsilon_{p'}$  – энергии электрона в возбужденных состояниях  $p$  и  $p'$ , они размыты сильнее, чем энергия  $\varepsilon_{p_1}$  электрона в невозбужденном состоянии  $p_1$ , так как оно расположено ближе к уровню Ферми:  $\gamma_{p'} \approx \gamma_p \gg \gamma_{p_1}$ , а  $\gamma_{p'p} = \gamma_{p'} + \gamma_p$ ;

$$D_{p_1} = \frac{n_{p_1}}{\hbar^2} (\mathbf{d}_{p', p_1} \mathbf{E}_{-\omega}) (\mathbf{d}_{p_1, p} \mathbf{E}_{\omega}), \quad (8)$$

где  $\mathbf{E}_{\omega}$  – фурье-компоненты светового электрического поля;  $n_{p_1} \approx 1$  – числа заполнения невозбужденных состояний,

$$\mathbf{d}_{p_1, p} \sim \int \psi_p^*(\mathbf{r}) \mathbf{e} r \psi_{p_1}(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} \quad (9)$$

– матричный элемент электрического дипольного момента электрона для перехода между состояниями  $p$  и  $p_1$ , а  $\mathbf{d}_{p', p_1}$  – аналогичный матричный элемент для перехода между состояниями  $p'$  и  $p_1$ .

Базисные решения  $\psi_p(\mathbf{r})$  и  $\psi_{p'}(\mathbf{r})$  одномерной стационарной задачи рассеяния для уравнения Шрёдингера при энергии  $E$  выше вакуумного уровня даются выражениями

$$\psi(E, x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x}, & d > x > 0, \\ A_2 e^{ik_2(x-d)} + B_2 e^{-ik_2(x-d)}, & 2d > x > d, \\ A_3 e^{ik_3(x-2d)} + B_3 e^{-ik_3(x-2d)}, & x > 2d, \end{cases} \quad (10)$$

где  $k_i = \hbar^{-1} \sqrt{2m(E - U_i)}$  – волновое число;  $m$  – масса электрона;  $U_i$  – потенциальная энергия электрона в  $i$ -й области,  $i = 1, 2, 3$ ;  $k_1 = k_2$ ,  $A_i$  и  $B_i$  – парциальные амплитуды плоских монохроматических волн, распространяющихся соответственно вправо-влево.

Метод трансфер-матрицы [14, 15, 28] позволяет связать парциальные амплитуды трех областей линейными соотношениями

$$\begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} = L_2^{-1} M_{\Omega} M L_1 \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix}; \quad (11)$$

$$\begin{pmatrix} A_3 \\ B_3 \end{pmatrix} = \tilde{M} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix}; \quad (12)$$

$$\tilde{M} = L_3^{-1} M_{\Omega} M M_{\Omega} M L_1 = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}, \quad m_{11} = m_{22}^*, \quad m_{12} = m_{21}^*, \quad (13)$$

где  $M_{\Omega}$  – матрица перехода через  $\delta$ -барьер, а  $M$  – через промежуток между ними;  $L_i$  – матрицы диагонализации, они имеют вид

$$M_{\Omega} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \Omega & 1 \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} \cos k_1 d & k^{-1} \sin k_1 d \\ -k_1 \sin k_1 d & \cos k_1 d \end{pmatrix}, \quad L_i = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ ik_i & -ik_i \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Базисная задача фотоэмиссии из двойной ямы в направлении детектора направо обратна задаче стационарного отражения приходящей справа волны, ей соответствуют граничные условия  $A_3 = \hbar^{-1} \sqrt{m/2\pi k_3}$  (обеспечивает нормировку на дельта-функцию энергии) и  $B_1 = -A_1$  (обеспечивает равенство нулю волновой функции на вертикальной стенке  $\psi(E, 0) = 0$ ). Все парциальные амплитуды можно выразить через амплитуду детектируемой волны  $A_3$ . В частности, из (12) получаем  $A_1 = A_3/(m_{11} - m_{12})$ ,

$$B_3 = \frac{1}{r} A_3 = e^{-i\alpha} A_3, \quad r = \frac{A_3}{B_3} = \frac{m_{11} - m_{12}}{m_{21} - m_{22}} = -\frac{m_{11} - m_{12}}{m_{11}^* - m_{12}^*}, \quad (15)$$

где  $r \equiv e^{i\alpha}$  – амплитуда отражения,  $|r| = 1$ , затем из (11) через  $A_3$  выражаем  $A_2$  и  $B_2$ . Все парциальные амплитуды (кроме  $A_3$ ) могут иметь полюсные особенности, которые определяются нулями разностей матричных элементов  $m_{11} - m_{12} = m_{22}^* - m_{21}^* = 0$ , т. е. могут иметь резонансный характер вблизи квазистационарных уровней. Комплексные корни уравнения  $m_{11} - m_{12} = 0$  и квазистационарные уровни группируются в дублеты  $E_j = E_j' + iE_j''$  ( $i = 1, 2$ ). Реальные части пар близких корней  $E_1' = \text{Re } E_1$  и  $E_2' = \text{Re } E_2$  дают энергии квазистационарных уровней  $E_{R1}$  и  $E_{R2}$ . Мнимые части корней  $E_j'' = \text{Im } E_j$  определяют спектральную ширину и времена жизни этих квазистационарных состояний  $\tau_1 = \hbar / E_1''$  и  $\tau_2 = \hbar / E_2''$ . Зависимость  $|m_{11} - m_{12}|^{-1}$  от реальной энергии  $E$  в окрестности дублета имеет два близких пика, ширины которых порядка  $E_1''$  и  $E_2''$ , эти пики немного сдвинуты относительно реальных частей полюсов.

В силу резонансного характера знаменателей (7), отражающих закон сохранения энергии, в состояния полосы  $\Delta E$  светом заданной частоты  $\omega$  будут эффективно возбуждаться электроны, начальные состояния которых  $p_1$  принадлежат некоторой тоже узкой полосе энергий  $E_{\min} - \hbar\omega \leq \varepsilon_{p_1} \leq E_{\max} - \hbar\omega$  ниже вакуумного уровня в частично заполненной зоне проводимости или в валентной зоне фотокатода. Суммирование по состояниям в (1), (2) и (6) заменим численным интегрированием по энергиям, вводя соответствующие множители, равные энергетическим плотностям состояний  $g_p = dN / d\varepsilon_p$ . В настоящей работе мы не интересуемся пороговыми и седловыми особенностями плотностей состояний; а для точек общего положения в узких полосах ширины  $\Delta E \approx E_{\max} - E_{\min}$  внутри разрешенных энергетических зон кристалла можно считать константами величины  $g_p, g_{p'}, g_{p_1}$  (порядка  $N / \Delta E$ , где  $N$  – число электронных состояний в полосе  $\Delta E$ ), параметры затухания  $\gamma_p, \gamma_{p'}, \gamma_{p_1}$ , а также напряженность светового электрического поля  $E_{\omega}$  и матричные элементы дипольного момента  $\mathbf{d}_{p',p} \approx \mathbf{d}_{p,p'}$  (т. е. параметры  $D_{p_1} \approx D$ ).

Поскольку расстояние между квазистационарными уровнями дублета  $E_{R1}$  и  $E_{R2}$ , а также ширина регистрируемой полосы  $\Delta E$  малы по сравнению с шириной участвующих в оптическом переходе разрешенных энергетических зон фотокатода, то в силу быстрой сходимости интегралов (6) можно с приемлемой точностью распространить интегрирование по  $z = \varepsilon_{p_1}$  на всю действительную ось  $-\infty < z < +\infty$ . В (6) подынтегральная функция

$$f(z) = \frac{1}{z - z_1} - \frac{1}{z - z_2} = \frac{z_1 - z_2}{(z - z_1)(z - z_2)} \quad (16)$$

имеет полюс  $z_1 = \varepsilon_p - \hbar\omega + i\gamma_p$  в верхней полуплоскости и полюс  $z_2 = \varepsilon_{p'} - \hbar\omega - i\gamma_{p'}$  в нижней полуплоскости комплексной переменной  $z$ . Замыкающая соответствующие интегральные контуры в верхней либо в нижней полуплоскости полуокружностями большого радиуса  $R$ , вклад которых стремится к нулю при  $R \rightarrow \infty$ , найдем вычеты в соответствующих полюсах. В итоге получим, что сумма (6) аппроксимируется интегралом

$$\sum_{p_1} D_{p_1} f(\omega, p, p', p_1) \approx D g \int_{-\infty}^{+\infty} f(z) dz = 2\pi i g D,$$

где  $g$  – плотность состояний в нижней зоне, что позволяет записать вместо (6) для стационарного режима насыщения

$$\rho_{p',p}^{(2)}(0) = \frac{2\pi i \hbar^2 g D}{(\xi_p - \xi_{p'}) + i\gamma_{p'p}}. \quad (17)$$

Эта величина не зависит от частоты света  $\omega$ , т. е. от  $\omega$  почти не зависят и  $\rho_{p',p}^{(2)}(t)$  в (5), а также плотности заряда  $n(\mathbf{r}, t)$  и тока  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$  фотоэлектронов (1) и (2) в рассматриваемых и регистрируемых детектором узких полосах энергии.

Плотности заряда  $n(x, t)$  и тока  $j(x, t)$  (1) и (2) фотоэлектронов в этих полосах даются суммами (1) и (2), в которые следует подставить (17), (5). Содержащиеся в выражениях (3), (4) и (9) волновые функции фотоэлектронов  $\psi_p(\mathbf{r})$  и  $\psi_{p'}(\mathbf{r})$  имеют вид (10) с энергиями  $E$ , равными  $\varepsilon_p$  и  $\varepsilon_{p'}$  соответственно. Парциальные амплитуды  $A_1, A_2, B_1, B_2, B_3$  пропорциональны  $1/|m_{11} - m_{12}|$  и имеют резонансные полюсные особенности вблизи энергий квазистационарных уровней  $E_{R1}$  и  $E_{R2}$ . В суммы (1) и (2) они входят не только явно через (3), (4) и (10), но для тонкой квантовой ямы они входят в обкладки дипольных матричных элементов в (8) и (9), поэтому параметр  $D$  в (17) и матрица плотности  $\rho_{p',p}(t) \approx \rho_{p',p}^{(2)}(t)$  пропорциональны произведению  $c_p c_{p'} = |m_{11}(p) - m_{12}(p)|^{-1} \cdot |m_{11}(p') - m_{12}(p')|^{-1}$ . Выделяя этот множитель, запишем матрицу плотности в удобном для числовых расчетов виде

$$\rho_{pp'}(t) = iC \frac{c_p c_{p'}}{\varepsilon_p - \varepsilon_{p'} + i\gamma_{pp'}} e^{i(\varepsilon_p - \varepsilon_{p'} + i\gamma_{pp'})t}, \quad (18)$$



где коэффициент  $C$  включает все несущественные для нас гладкие нерезонансные вклады, а множитель  $i$  выписан, чтобы отразить эрмитовость матрицы плотности  $\rho_{p',p}(t) = \rho_{p,p'}^*$ .

### 3. Координатно-временные зависимости плотности вероятности и тока

Пространственно-временные колебания фотовозбужденного электронного волнового поля определяются квазипериодическими процессами перетекания волновой функции между ямами гетероструктуры и ее просачивания в окружающее пространство. С течением времени происходит затухание и волнообразное изменение плотности заряда и тока при удалении от гетероструктуры.

В этом разделе приводятся результаты вычисления по формулам (1) и (2) плотности заряда  $n(x, t)$  и тока  $j(x, t)$  фотоэлектронов в области вне гетероструктуры  $x > 2d$ , в которой  $\psi_p(x) = A_{3p}e^{i\phi_p} + B_{3p}e^{-i\phi_p}$ ;  $\phi_p = k_{3p}(x - 2d)$ ,  $\phi_{p'} = k_{3p'}(x - 2d)$ ;

$$\begin{aligned} j_{p,p'}(x) &= i \frac{e\hbar}{2m} \left( \psi_p(x) (\psi_{p'}^*(x))' - (\psi_p(x))' \psi_{p'}^*(x) \right) = \\ &= i \frac{e\hbar}{m} A_{3p} A_{3p'}^* \left[ (k_{3p'} + k_{3p}) e^{-i\frac{1}{2}(\alpha_{p'} - \alpha_p)} \sin\left(\phi_p - \phi_{p'} + \frac{1}{2}(\alpha_{p'} - \alpha_p)\right) - \right. \\ &\quad \left. - (k_{3p'} - k_{3p}) e^{i\frac{1}{2}(\alpha_{p'} - \alpha_p)} \sin\left(\phi_p + \phi_{p'} + \frac{1}{2}(\alpha_{p'} + \alpha_p)\right) \right]; \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} n_{p,p'}(x) &= e \psi_{p'}^*(x) \psi_p(x) = \\ &= 2e A_{3p} A_{3p'}^* \left[ e^{-i\frac{1}{2}(\alpha_{p'} - \alpha_p)} \cos\left(\phi_p - \phi_{p'} + \frac{1}{2}(\alpha_{p'} - \alpha_p)\right) + \right. \\ &\quad \left. + e^{i\frac{1}{2}(\alpha_{p'} - \alpha_p)} \cos\left(\phi_p + \phi_{p'} + \frac{1}{2}(\alpha_{p'} + \alpha_p)\right) \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

Главные осциллирующие вклады в двойные интегральные суммы (1) и (2) мы можем оценить по методу перевала и теории вычетов [29]. Прежде всего, как обычно при распаде суперпозиции квантово-механических квазистационарных состояний, основной резонансный вклад на энергиях квазистационарных уровней  $E_{R1}$  и  $E_{R2}$  дают явные полюсные множители в (3) и (4) от парциальных амплитуд рассеяния  $A_1 \sim A_2 \sim B_1 \sim B_2 \sim B_3$ ; кроме того, при фотовозбуждении в тонкой пленке [30] могут проявиться усиливающие эффект дополнительные аналогичные факторы  $c_p c_{p'}$ , связанные с резонансным усилением матричных элементов дипольного момента (9). Существенно также, что наше квантово-кинетическое описание демонстрирует важность вклада резонансных полюсных множителей  $(\varepsilon_p - \varepsilon_{p'} + i\gamma_{pp'})^{-1}$  матрицы плотности (18).

Результаты численного интегрирования показывают, что огибающие функций  $n(x, t)$  и  $j(x, t)$  при  $x > 2d$  ведут себя как медленно затухающие волны, распространяющиеся вправо от гетероструктуры. Для числовых расчетов были выбраны следующие параметры гетероструктуры:  $d = 125 \text{ \AA}$ ,  $U_1 = U_4 = 4 \text{ эВ}$ ,  $U_2 = U_3 = 0 \text{ эВ}$ ,  $\Omega = 10 \text{ а.е.} = 18.9 \text{ \AA}^{-1}$ . Комплексные корни уравнения  $m_1 - m_2 = 0$  дают для нижнего по энергии над вакуумным уровнем дублета значения  $E_1 = (4.647 + i6.175 \cdot 10^{-5}) \text{ эВ}$  и  $E_2 = (4.656 + i2.386 \cdot 10^{-5}) \text{ эВ}$ . Реальные части этих корней дают энергии квазистационарных состояний, а мнимые части позволяют оценить времена жизни этих квазистационарных состояний  $\tau_1 = \hbar / \text{Im } E_1 = 1.066 \cdot 10^{-11} \text{ с}$  и  $\tau_2 = \hbar / \text{Im } E_2 = 2.386 \cdot 10^{-11} \text{ с}$ . Параметр неупругого размытия уровней взят того же порядка  $\gamma = 10^{-4} \text{ эВ}$ , что обеспечивает время затухания  $\tau = \hbar / \gamma = 6.582 \cdot 10^{-12} \text{ с}$ . Коэффициент  $C$  положен равным единице. Интегрирование производилось по интервалу  $E_{\min} \leq \epsilon_p, \epsilon_{p'} \leq E_{\max}$  с  $E_{\min} = 4.64 \text{ эВ} < E_{R1}$  и  $E_{\max} = 4.66 \text{ эВ} > E_{R2}$ . Численная проверка показала, что осцилляционные вклады практически не зависят от ширины этого интервала.

На рис. 2 приведена расчетная временная зависимость релаксации плотности фототока через правую границу гетероструктуры после прекращения накачки.

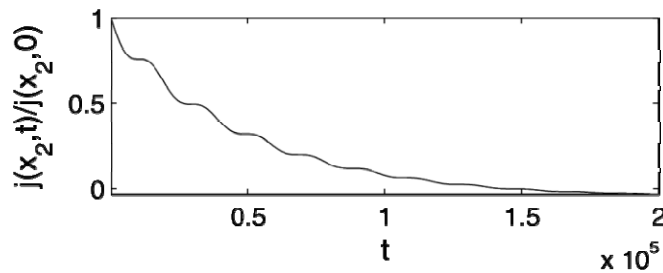


Рис. 2 – Временная зависимость плотности тока через правую границу гетероструктуры, время в атомных единицах  $1 \text{ а.е.} = 2.419 \cdot 10^{-17} \text{ с}$ . Плотность тока отнесена к максимальному значению при  $t = 0 \text{ с}$

Fig. 2 – Time dependence of current density across the right boundary of the heterostructure, time is in atomic units. The current density is related to the maximum value at  $t = 0$

Видно, что период осцилляций затухающей плотности тока  $T \approx 19\,500 \text{ а.е.} = 4.717 \cdot 10^{-13} \text{ с}$ , что согласуется с оценкой по разностной частоте дублета квазистационарных уровней  $T = 2\pi\hbar / (E_{R2} - E_{R1}) = 19513 \text{ а.е.} = 4.720 \cdot 10^{-13} \text{ с}$ .

На рис. 3 и 4 приведены расчетные координатные зависимости плотности тока и плотности заряда фотоэлектронов вне гетероструктуры для пяти последовательных моментов времени после прекращения накачки:  $t = 5000 \text{ а.е.} \approx 1.21 \cdot 10^{-13} \text{ с}$ ;  $t = 10\,000 \text{ а.е.} \approx 2.42 \cdot 10^{-13} \text{ с}$ ;  $t = 15\,000 \text{ а.е.} \approx 3.63 \cdot 10^{-13} \text{ с}$ ;  $t = 20\,000 \text{ а.е.} \approx 4.84 \cdot 10^{-13} \text{ с}$ , координата  $x$  в ангстремах. Из графиков рис. 3 определяем период пространственных осцилляций плотности тока  $\lambda^* \approx 2300 \text{ \AA}$ .

Результат хорошо согласуется с оценкой по обратной разности волновых векторов вне гетероструктуры при резонансных энергиях  $\lambda = 2\pi / (k_{3R2} - k_{3R1}) = 2256 \text{ \AA}$ , где  $k_{3R2} = k_3(E_{R2}) = \hbar^{-1} \sqrt{2m(E_{2R} - U_3)} = 0.2178673 \text{ а.е.}$ ,  $k_{3R1} = k_3(E_{R1}) = \hbar^{-1} \sqrt{2m(E_{1R} - U_3)} = 0.2193406 \text{ а.е.}$  Сравнение положений максимумов в разные моменты времени показывает, что волны  $j(x, t)$  движутся вправо с групповой скоростью  $v \approx \lambda / T \approx 0.12 \text{ \AA/а.е.} = 4.96 \cdot 10^5 \text{ м/с.}$

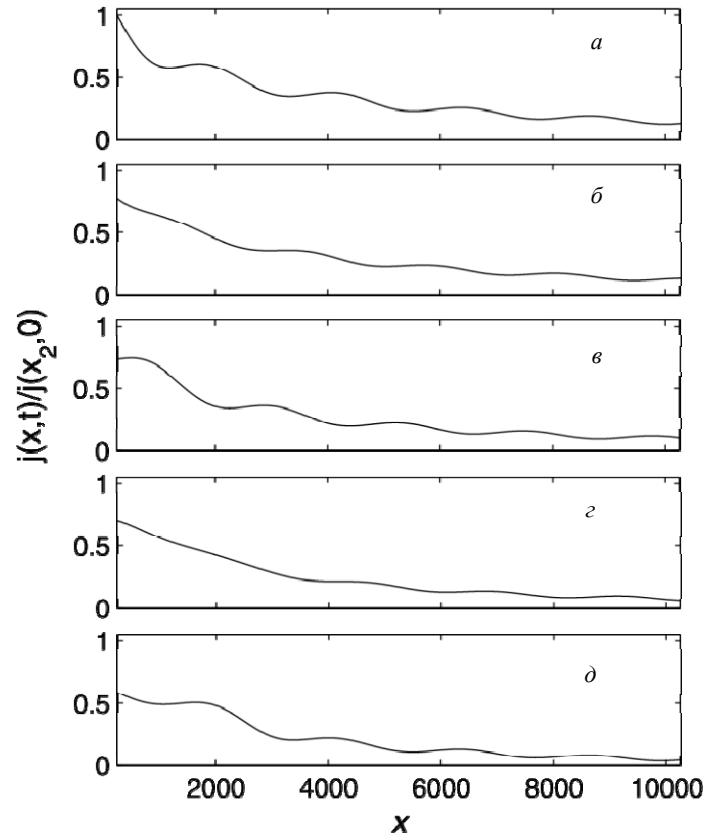


Рис. 3 – Координатная зависимость плотности тока из гетероструктуры в моменты времени:

$a - t = 0 \text{ а.е.}; б - t = 5000 \text{ а.е.}; в - t = 10\,000 \text{ а.е.}; г - t = 15\,000 \text{ а.е.}; д - t = 20\,000 \text{ а.е.};$  координата  $x$  – в ангстремах, время – в атомных единицах

$$1 \text{ а.е.} = 2.419 \cdot 10^{-17} \text{ с}$$

Fig. 3 – Coordinate dependence of the heterostructure current density at time instants:

$a - t = 0 \text{ a.u.}; б - t = 5000 \text{ a.u.}; в - t = 10\,000 \text{ a.u.}; г - t = 15\,000 \text{ a.u.}; д - t = 20\,000 \text{ a.u.};$  coordinate  $x$  is in angstroms, time is in atomic units

Графики рис. 4 значительно отличаются от графиков рис. 3. Это различие можно понять из сравнительного анализа вида выражений (19) и (20) и их вкладов в интегральные суммы (1) и (2). Первые слагаемые в квадратных скобках правых частей (19) и (20) описывают сравнительно плавные разностные по волновому

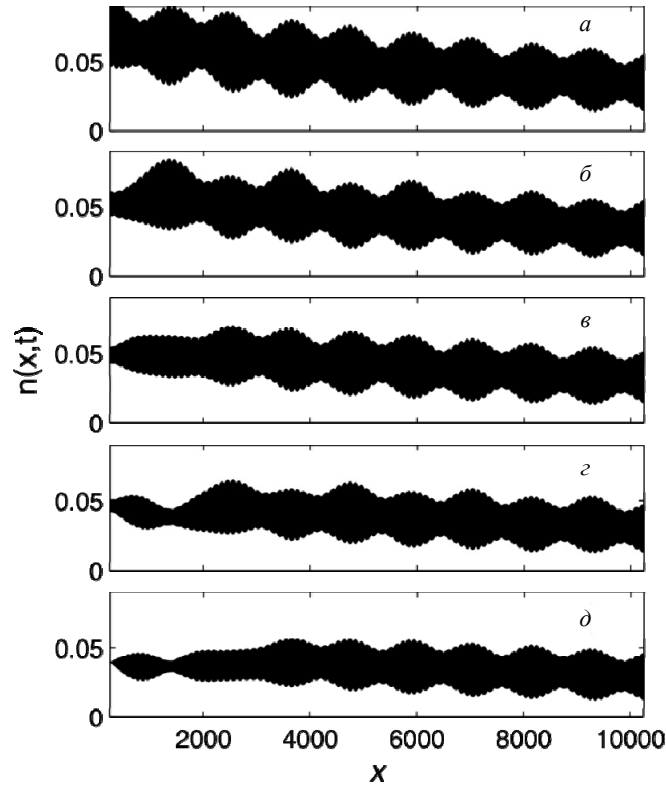


Рис. 4 – Координатная зависимость плотности электронов вне гетероструктуры в моменты времени:

$a - t = 0$  а.е.;  $б - t = 5000$  а.е.;  $в - t = 10\,000$  а.е.;  $г - t = 15\,000$  а.е.;  $д - t = 20\,000$  а.е.; координата  $x$  в ангстремах, время в атомных единицах  $1 \text{ а.е.} = 2.419 \cdot 10^{-17} \text{ с.}$ , плотность электронов в атомных единицах  $1 \text{ а.е.} = 1.89 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$

Fig. 4 – Coordinate dependence of the electron density outside the heterostructure at time instants:

$a - t = 0$  a.u.;  $b - t = 5000$  a.u.;  $c - t = 10\,000$  a.u.;  $d - t = 15\,000$  a.u.;  $e - t = 20\,000$  a.u.; the coordinate  $x$  is in angstroms, time is in atomic units, electron density is in atomic units  $1 \text{ а.е.} = 1.89 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$

числу фазовые вклады  $\varphi_p - \varphi_{p'} = (k_{3p} - k_{3p'})(x - 2d)$ , которые с учетом резонансных полюсных множителей амплитуд рассеяния обеспечивают наличие бегущих волновых экспонент  $\exp(\pm(k_{3R2} - k_{3R1})(x - 2d))$ . Вторые слагаемые в правых частях (19) и (20) описывают быстро осциллирующие суммарные по волновому числу фазовые вклады  $\varphi_p + \varphi_{p'} = (k_{3p} + k_{3p'})(x - 2d)$ , которые обеспечивают наличие волновых экспонент  $\exp(\pm(k_{3R2} + k_{3R1})(x - 2d))$ . В токе  $j(x, t)$  первые слагаемые умножаются на большие множители  $\sim k_{3R2} + k_{3R1} \approx 2k_{3R2} \approx 2k_{3R1}$ , а вторые – на сравнительно малые множители  $\sim k_{3R2} - k_{3R1} \ll k_{3R2} \approx k_{3R1}$ . В плотности электронов  $n(x, t)$  эти множители отсутствуют. В результате плотность тока  $j(x, t)$  хорошо аппроксимируется чисто разностными гармониками и изоб-

ражается гладкими графиками рис. 3, а в плотность электронов  $n(x, t)$  дают сравнимые по величине вклады как первые (гладкая разностная по  $k_{3R2} - k_{3R1}$  огибающая), так и вторые слагаемые (быстро осциллирующий суммарный по  $k_{3p} + k_{3p'} \approx 2k_{3R2} \approx 2k_{3R1}$  фон – темная полоса на рис. 4).

Кроме того, резонансные полюсные множители  $(\varepsilon_p - \varepsilon_{p'} + i\gamma_{pp'})^{-1}$  матрицы плотности (18) проявляются в том, что последние быстро осциллирующие вклады при  $\varepsilon_p \approx \varepsilon_{p'}$  в сумме дают картину биений  $\sim 2\cos((k_{3R2} + k_{3R1})x) \cdot \cos((k_{3R2} - k_{3R1})x)$ , которая выглядит на рис. 4 как почти стоячая слабо зависящая от времени волна с огибающей амплитуды в половину разностной длины волны  $\tilde{\lambda} = \pi/(k_{3R2} - k_{3R1}) \approx \approx 1150 \text{ \AA}$ , вдоль которой бежит разностная волна с  $\lambda = 2\pi/(k_{3R2} - k_{3R1}) \approx 2300 \text{ \AA}$ . При этом в каждой точке пространства в каждый момент времени с точностью до малых слагаемых  $\gamma/|E_{R2} - E_{R1}| \ll 1$  выполняется уравнение непрерывности  $\partial j(x, t)/\partial x = -\partial n(x, t)/\partial t$ .

#### 4. Заключение

Таким образом, мы показали, что для генерации электронных волн плотности заряда и тока в области терагерцевых частот и микрометровых длин волн можно использовать релаксационный процесс после импульсного фотовозбуждения электронов в двойной квантовой яме с туннельно-прозрачными для электронов стенками, у которых в энергетическом спектре поперечного движения электронов имеются дублеты сравнительно близких резонансных уровней. Туннельный распад нестационарного состояния, образованного суперпозицией и резонансной интерференцией квантовых состояний из включающей дублет узкой полосы электронного спектра сопровождается квазипериодическим перетеканием электронной плотности через средний барьер между двумя ямами внутри гетероструктуры с одновременным выходом наружу волн электронной плотности заряда и тока, уходящих от гетероструктуры и затухающих во времени и в пространстве вне двойной ямы. Родственный процесс осцилляционного распада может происходить и при рассеянии падающего на двойную квантовую яму извне электронного волнового пакета, спектральная ширина которого порядка энергетического расстояния между уровнями дуплета; для теоретического описания такого процесса достаточен чисто квантово-механический подход, использующий анализ решения нестационарного уравнения Шрёдингера на языке чистых квантовых состояний. Однако метод импульсного фотовозбуждения дуплета изнутри двойной квантовой ямы имеет ряд специфических особенностей в сценарии процесса и способе теоретического описания. Он имеет принципиально квантово-кинетический характер, описание должно производиться на языке смешанных квантово-статистических состояний, которые диктуют применение метода матрицы плотности, что приводит к несколько отличным результатам и обеспечивает ряд специфических особенностей характеристик возбуждения и распространения указанных волн электронной плотности заряда и тока. Для нахождения временной зависимости элементов матрицы плотности требуется решить квантовое кинетическое уравнение, учитывающее влияние переменного электромагнитного поля импульса накачки и процессы неупругого рассеяния электронов внутри фотокатода, частично ответственные за релаксацию фототока. Измеряемые переменные во времени и в пространстве плотности распределения электронов или тока фотоэмис-

сии даются интегральными суммами по базисным состояниям стационарной задачи рассеяния от произведений элементов матрицы плотности и координатно-зависящих элементов эффективных матриц квантовых плотностей вероятности или тока. За образование дуплетов квазистационарных состояний, а значит, за резонансные биения плотностей вероятности тока ответственны полюсные особенности амплитуд рассеяния, которые входят в предэкспоненциальные коэффициенты волновых функций стационарного рассеяния. В случае оптического возбуждения электронов в тонкой квантово-размерной гетероструктуре эти коэффициенты также входят в матричные элементы дипольного момента, определяющие интенсивность возбуждения, что может увеличить кратность полюсов и интенсивность изучаемых эффектов. В структуре пространственно-временной зависимости осциллирующих плотностей распределения зарядов и тока могут также проявиться явные резонансные полюсные множители матрицы плотности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Rostami A., Hassan H., Baghban H.** Terahertz technology. – Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2011.
2. **Axt V.M., Kuhn T.** Femtosecond spectroscopy in semiconductors: a key to coherences, correlations and quantum kinetics // Reports on Progress in Physics. – 2004. – Vol. 67. – P. 433–512.
3. Attosecond physics at the nanoscale / M.F. Ciappina, J.A. Pérez-Hernández, A.S. Landsman, W.A. Okell, S. Zherebtsov, B. Förg, J. Schötz, L. Seiffert, T. Fennel, T. Shaaran, T. Zimmermann, A. Chacón, R. Guichard, A. Zaïr, J.W.G. Tisch, J.P. Marangos, T. Witting, A. Braun, S.A. Maier, L. Roso, M. Krüger, P. Hommelhoff, M.F. Kling, F. Krausz, M. Lewenstein // Reports on Progress in Physics. – 2017. – Vol. 80, N 5. – P. 054401.
4. **Pazourek R., Nagele S., Burgdorfer J.** Attosecond chronoscopy of photoemission // Reviews of Modern Physics. – 2015. – Vol. 87. – P. 765–802.
5. **Чекалин С.В.** Фемтосекундная спектроскопия перспективных материалов // Успехи физических наук. – 2014. – Т. 184, № 6. – С. 672–680.
6. **Жуков В.П., Чулков Е.В.** Фемтосекундная динамика электронов в металлах // Успехи физических наук. – 2009. – Т. 179, № 2. – С. 113–146.
7. **Rossi F., Kuhn T.** Theory of ultrafast phenomena in photoexcited semiconductors // Reviews of Modern Physics. – 2002. – Vol. 74. – P. 895–950.
8. **Huffner S.** Photoelectron spectroscopy: principles and applications. – New York: Springer-Verlag, 2010.
9. Solid-state photoemission and related methods: theory and experiment / W. Schattke, M.A. Van Hove (eds.). – Weinheim: Wiley-VCH, 2003.
10. Coherent oscillations of a wave packet in a semiconductor double-quantum-well structure / K. Leo, J. Shah, E.O. Gobel, T.C. Damen, S. Schmitt-Rink, W. Schafer, K. Kohler // Physical Review Letters. – 1991. – Vol. 66. – P. 201–204.
11. Coherent submillimeter-wave emission from charge oscillations in a double-well potential / H.G. Roskos, M.C. Nuss, J. Shah, K. Leo, D.A.B. Miller, A.M. Fox, S. Schmitt-Rink, K. Kohler // Physical Review Letters. – 1992. – Vol. 68. – P. 2216–2219.
12. **Campo A. del, Garcia-Calderon G., Muga J.G.** Quantum transients // Physics Reports. – 2009. – Vol. 476. – P. 1–50. – DOI: 10.1016/j.physrep.2009.03.002.
13. **Romo R., Villavicencio J., Garcia-Calderon G.** Transient tunneling effects of resonance doublets in triple barrier systems // Physical Review. – 2002. – Vol. B66. – P. 033108.
14. **Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A.** Formation of a quasistationary state by scattering of wave packets on a finite lattice // Physical Review. – 2008. – Vol. B77, N 7. – P. 075326.
15. **Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A.** Formation of a quasistationary state by Gaussian wave packet scattering on a lattice of N identical delta-potentials // Physical Review. – 2008. – Vol. B77, N 7. – P. 075327.

16. **Garcia-Calderon G., Romo R., Villavicencio J.** Internal dynamics of multibarrier systems for pulsed quantum decay // *Physical Review*. – 2009. – Vol. A79, N 5. – P. 052121.
17. **Garcia-Calderon G., Romo R., Villavicencio J.** Survival probability of multibarrier resonance systems: exact analytical approach // *Physical Review*. – 2007. – Vol. B76. – P. 035340.
18. Unified analytical description of the time evolution of decay for initial states formed by wave-packet scattering and by initial decaying states in quantum systems. / S. Cordero, G. Garcia-Calderon, R. Romo, J. Villavicencio // *Physical Review*. – 2011. – Vol. A84. – P. 042118.
19. **Garcia-Calderon G., Rubio A.** Transient effects and delay time in the dynamics of resonant tunneling // *Physical Review*. – 1997. – Vol. A55. – P. 3361–3370.
20. **Garcia-Calderon G., Maldonado I., Villavicencio J.** Time-domain resonances and the ultimate fate of a decaying quantum state // *Physical Review*. – 2013. – Vol. A88. – P. 052114.
21. **Пейсахович Ю.Г., Штыгашев А.А.** Образование волн плотностей заряда и тока при рассеянии гауссова волнового пакета на трехбарьерной гетероструктуре // Доклады АН ВШ РФ. – 2017. – № 4 (37). – С. 31–42. – DOI: 10.17212/1727-2769-2017-4-31-42.
22. Photoemission from a superlattice and a single quantum well / R. Houdre, C. Hermann, G. Lampel, P.M. Frijlink, A.C. Gossard // *Physical Review Letters*. – 1985. – Vol. 55. – P. 734–737.
23. **Chiang T.C.** Photoemission studies of quantum well states in thin films // *Surface Science Reports*. – 2000. – Vol. 39. – P. 181–235.
24. **Ильинский Ю.А., Келдыш Л.В.** Взаимодействие электромагнитного излучения с веществом. – М.: Изд-во МГУ, 1989. – 302 с.
25. **Набутовский В.М., Пейсахович Ю.Г.** Особенности в энергетическом распределении фотоэлектронов // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1976. – Т. 70, вып. 3. – С. 1081–1091.
26. **Пейсахович Ю.Г., Штыгашев А.А.** Осцилляции тока при фотоэмиссии через трехбарьерную гетероструктуру // Доклады АН ВШ РФ. – 2011. – № 1 (16). – С. 26–40.
27. Inelastic effects in photoemission: microscopic formulation and qualitative discussion / C. Caroli, D. Lederer-Rozenblatt, B. Roulet, D. Saint-James // *Physical Review B*. – 1973. – Vol. 8. – P. 4552–4569.
28. **Пейсахович Ю.Г., Штыгашев А.А.** Одномерная квантовая механика. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007. – 476 с.
29. **Базь А.И., Зельдович Я.Б., Переломов А.М.** Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. – Изд. 2-е, испр. и доп. – М.: Наука, 1971. – 544 с.
30. **Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A.** Destruction of vertical transitions and increase in the matrix elements of the electron-photon interaction in small crystals // *Physica Status Solidi: B*. – 2016. – Vol. 253. – P. 1837–18481.

# FORMATION OF CHARGE-DENSITY AND CURRENT-DENSITY WAVES AS A RESULT OF PULSE PHOTOEMISSION FROM A DOUBLE QUANTUM WELL

**Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A.**

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

We developed a theory and carried out numerical simulation of the unsteady pulse photoemission from a double quantum well in a narrow region of electron energies of the order of the distance between the levels of the doublet of quasi-stationary states. It is shown that damped waves of photoelectron charge and current densities are formed outside the double well, the characteristics of waves are determined by the intensity of the pump light pulse, by the poles of the scattering amplitudes and the electron density matrix, and also by the blurring of stationary states due to inelastic processes. Summed

over the states of the selected energy band, the products of the time-dependent elements of the density matrix and the coordinate-dependent elements of the probability or current density matrices give measurable wave characteristics of the photoelectron or photoemission current density distributions. The frequencies of these waves are equal to the difference frequency of the doublet, the wavelengths are equal to the inverse difference of the wave numbers of the free motion of electrons with resonant energies, and their propagation velocity is equal to the ratio of these quantities. The system can go into the mode of repetition of the emission of electron waves or into the mode of self-oscillations, if positive feedback and periodic resonance pumping of the doublet population are ensured.

**Keywords:** Non-stationary photoemission, double-barrier heterostructure, double quantum well, density matrix.

DOI: 10.17212/1727-2769-2019-4-26-43

#### REFERENCES

1. Rostami A., Hassan H., Baghban H. *Terahertz technology*. Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 2011.
2. Axt V.M., Kuhn T. Femtosecond spectroscopy in semiconductors: a key to coherences, correlations and quantum kinetics. *Reports on Progress in Physics*, 2004, vol. 67, pp. 433–512.
3. Ciappina M.F., Pérez-Hernández J.A., Landsman A.S., Okell W.A., Zharebtsov S., B. Förg, Schötz J., Seiffert L., Fennel T., Shaaran T., Zimmermann T., Chacón A., Guichard R., Zaïr A., Tisch J.W.G., Marangos J.P., Witting T., Braun A., Maier S.A., Roso L., Krüger M., Hommelhoff P., Kling M.F., Krausz F., Lewenstein M.. Attosecond physics at the nanoscale. *Reports on Progress in Physics*, 2017, vol. 80, no. 5, p. 054401.
4. Pazourek R., Nagele S., Burgdorfer J. Attosecond chronoscopy of photoemission. *Reviews of Modern Physics*, 2015, vol. 87, pp. 765–802.
5. Chekalin S.V. Femtosecond spectroscopy of promising materials. *Physics-Uspekhi*, 2014, vol. 57, pp. 622–629. Translated from *Uspekhi fizicheskikh nauk*, 2014, vol. 184, no. 6, pp. 672–680.
6. Zhukov V.P., Chulkov E.V. The femtosecond dynamics of electrons in metals. *Physics-Uspekhi*, 2009, vol. 52, pp. 105–136. Translated from *Uspekhi fizicheskikh nauk*, 2009, vol. 179, no. 2, pp. 113–146.
7. Rossi F., Kuhn T. Theory of ultrafast phenomena in photoexcited semiconductors. *Reviews of Modern Physics*, 2002, vol. 74, pp. 895–950.
8. Hufner S. *Photoelectron spectroscopy: principles and applications*. New York, Springer-Verlag, 2010.
9. Schattke W., Van Hove M.A., eds. *Solid-state photoemission and related methods: theory and experiment*. Weinheim, Wiley-VCH, 2003.
10. Leo K., Shah J., Gobel E.O., Damen T.C., Schmitt-Rink S., Schafer W., Kohler K. Coherent oscillations of a wave packet in a semiconductor double-quantum-well structure. *Physical Review Letters*, 1991, vol. 66, pp. 201–204.
11. Roskos H.G., Nuss M.C., Shah J., Leo K., Miller D.A.B., Fox A.M., Schmitt-Rink S., Kohler K. Coherent submillimeter-wave emission from charge oscillations in a double-well potential. *Physical Review Letters*, 1992, vol. 68, pp. 2216–2219.
12. Campo A. del, Garcia-Calderon G., Muga J.G. Quantum transients. *Physics Reports*, 2009, vol. 476, pp. 1–50. DOI: 10.1016/j.physrep.2009.03.002.
13. Romo R., Villavicencio J., Garcia-Calderon G. Transient tunneling effects of resonance doublets in triple barrier systems. *Physical Review*, 2002, vol. B66, p. 033108.
14. Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A. Formation of a quasistationary state by scattering of wave packets on a finite lattice. *Physical Review*, 2008, vol. B77, no. 7, p. 075326.
15. Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A. Formation of a quasistationary state by Gaussian wave packet scattering on a lattice of N identical delta-potentials. *Physical Review*, 2008, vol. B77, no. 7, p. 075327.



16. Garcia-Calderon G., Romo R., Villavicencio J. Internal dynamics of multibarrier systems for pulsed quantum decay. *Physical Review*, 2009, vol. A79, no. 5, p. 052121.
17. Garcia-Calderon G., Romo R., Villavicencio J. Survival probability of multibarrier resonance systems: exact analytical approach. *Physical Review*, 2007, vol. B76, p. 035340.
18. Cordero S., Garcia-Calderon G., Romo R., Villavicencio J. Unified analytical description of the time evolution of decay for initial states formed by wave-packet scattering and by initial decaying states in quantum systems. *Physical Review*, 2011, vol. A84, p. 042118.
19. Garcia-Calderon G., Rubio A. Transient effects and delay time in the dynamics of resonant tunneling. *Physical Review*, 1997, vol. A55, pp. 3361–3370.
20. Garcia-Calderon G., Maldonado I., Villavicencio J. Time-domain resonances and the ultimate fate of a decaying quantum state. *Physical Review*, 2013, vol. A88, p. 052114.
21. Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A. Obrazovanie voln plotnostei zaryada i toka pri rasseyanii gaussova volnovogo paketa na trekhbar'ernoii geterostrukture [Formation of charge and current density waves by Gaussian wave packet scattering on a triple-barrier heterostructure]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 4 (37), pp. 31–42. DOI: 10.17212/1727-2769-2017-4-31-42.
22. Houdre R., Hermann C., Lampel G., Frijlink P.M., Gossard A.C. Photoemission from a superlattice and a single quantum well. *Physical review letters*, 1985, vol. 55, pp. 734–737.
23. Chiang T.C. Photoemission studies of quantum well states in thin films. *Surface Science Reports*, 2000, vol. 39, pp. 181–235.
24. Il'inskii Yu.A., Keldysh L.V. *Vzaimodeistvie elektromagnitnogo izlucheniya s veshchestvom* [The interaction of electromagnetic radiation with matter]. Moscow, Moscow State University Publ., 1989. 302 p.
25. Nabutovskii V.M., Peisakhovich Yu.G. Singularities in the energy distribution of photoelectrons. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1976, vol. 43, no. 3, pp. 564–569. Translated from *Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki*, 1976, vol. 70, no. 3, pp. 1081–1091.
26. Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A. Ostsillyatsii toka pri fotoemissii cherez trekhbar'ernuyu geterostrukтуру [The oscillations of the photoemission current through the triple-barrier heterostructure]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2011, no. 1 (16), pp. 26–40.
27. Caroli C., Lederer-Rozenblatt D., Roulet B., Saint-James D. Inelastic effects in photoemission: microscopic formulation and qualitative discussion. *Physical Review B*, 1973, vol. 8, pp. 4552–4569.
28. Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A. *Odnomernaya kvantovaya mekhanika* [One-dimensional quantum mechanics]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2007. 476 p.
29. Baz' A.I., Zel'dovich Ya.B., Perelomov A.M. *Rasseyanie, reaktsii i raspady v nerelevativistskoi kvantovoi mekhanike* [Scattering, reactions, and decays in nonrelativistic quantum mechanics]. 2<sup>nd</sup> ed. Moscow, Nauka Publ., 1971. 544 p.
30. Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A. Destruction of vertical transitions and increase in the matrix elements of the electron-photon interaction in small crystals. *Physica Status Solidi: B*, 2016, vol. 253, pp. 1837–18481.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Пейсахович Юрий Григорьевич** – родился в 1947 году, д-р физ.-мат. наук, доцент, профессор, кафедра общей физики, НГТУ. Область научных интересов: физика конденсированного состояния. Опубликовано 79 научных работ. (Адрес: 630092, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: peisakhovich@corp.nstu.ru).

**Peisakhovich Yuri Grigorievich** (born in 1947), Doctor of Sciences (Phys. & Math.), associate professor, professor, department of general physics, NSTU. The area of his scientific interests is condensed matter physics. He has published 79 research papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: peisakhovich@corp.nstu.ru).



**Штыгашев Александр Анатольевич** – родился в 1956 году, д-р физ.-мат. наук, доцент, профессор, кафедра общей физики, НГТУ. Область научных интересов: компьютерное моделирование физических процессов, физика конденсированного состояния. Опубликовано 50 научных работ. (Адрес: 630092, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: shtygashev@corp.nstu.ru).

**Shtygashev Alexander Anatolievich** (born in 1956), Doctor of Sciences (Phys. & Math.), associate professor, professor, department of general physics, NSTU. The area of scientific interests covers computer simulation of physical processes and condensed matter physics. He has published 40 research papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: shtygashev@corp.nstu.ru).

*Статья поступила 08 ноября 2019 г.  
Received November 08, 2019*

---

To Reference:

Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A. Formirovanie voln plotnosti zaryada i toka v rezul'tate impul'snoi fotoemissii iz dvoinei kvantovoi yamy [Formation of charge-density and current-density waves as a result of pulse photoemission from a double quantum well]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2014, no. 4 (45), pp. 26–43. DOI: 10.17212/1727-2769-2019-4-26-43.