

УДК 621.372.0

**УСЛОВИЯ ФИЗИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗУЕМОСТИ ТИПОВОЙ  
СОСТАВЛЯЮЩЕЙ  $z(y)$ -МАТРИЦЫ СОГЛАСУЮЩЕГО  
ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКА ОБЩЕГО ВИДА В СОСРЕДОТОЧЕННОМ  
ЭЛЕМЕНТНОМ БАЗИСЕ**

**Г.Н. Девятков***Новосибирский государственный технический университет*

При решении задач широкополосного согласования очень часто появляется необходимость в определенной форме амплитудно-частотной характеристики. В связи с этим возникает задача синтеза широкополосных согласующих устройств, обладающих одновременно корректирующими свойствами, т.е. имеющих заданную частотную зависимость коэффициента преобразования мощности в рабочей полосе частот. Использование широкополосных реактивных согласующе-корректирующих цепей в большинстве практических случаев затруднено из-за отраженной мощности. Это приводит к проблеме синтеза широкополосных согласующе-корректирующих цепей при произвольных иммитансах источника сигнала и нагрузки в элементном базисе общего вида, содержащем наряду с реактивными активными элементы, которая в должной мере не решена. В связи с этим возникает необходимость в нахождении условий физической реализуемости типовой составляющей иммитансной матрицы четырехполосника общего вида, содержащей полюсы в левой полуплоскости комплексных частот. В работе определены необходимые и достаточные условия физической реализуемости иммитансной матрицы типовой составляющей подкласса четырехполосников общего вида в сосредоточенном элементном электрическом базисе, когда полюсы собственных функций в фостеровском представлении могут находиться в левой полуплоскости комплексных частот, исключая мнимую и вещественную оси. Это позволяет осуществить с единых позиций синтез широкополосных диссипативных согласующих, согласующе-корректирующих цепей и согласованных аттенуаторов в элементном базисе общего вида при произвольных иммитансах источника сигнала и нагрузки.

*Ключевые слова:* широкополосное согласование, коррекция, иммитансные матрицы, собственные параметры, условия физической реализуемости.

DOI: 10.17212/1727-2769-2020-3-13-20

**Введение**

При построении широкополосных радиотехнических трактов наряду с решением проблемы широкополосного согласования возникает необходимость в коррекции сильной частотной зависимости коэффициента преобразования мощности используемых полупроводниковых приборов (транзисторов, диодов) в рабочей полосе частот. Этой задаче, по существу относящейся к задачам синтеза амплитудных выравнителей и тесно связанной с общей проблемой синтеза электрических цепей, частотные характеристики которых приближенно воспроизводят заданные зависимости в определенной области частот, посвящено большое количество публикаций [1–3]. Следует отметить, что раздельное решение задач широкополосного согласования и коррекции, как правило, приводит к более сложному варианту построения устройств. В связи с этим возникает проблема синтеза широкополосных согласующих устройств, обладающих одновременно корректирующими свойствами, т.е. имеющих заданную частотную зависимость коэффициента преобразования мощности в рабочей полосе частот. Использование широкополосных реактивных согласующе-корректирующих цепей [2, 4] позволяет реали-

зовать большую широкополосность устройств по сравнению с отдельным решением задач широкополосного согласования и коррекции, но в большинстве практических случаев затруднено из-за отраженной мощности. Это, в свою очередь, приводит к проблеме синтеза широкополосных согласующе-корректирующих цепей при произвольных иммитансах источника сигнала и нагрузки в элементном базисе общего вида, содержащем наряду с реактивными активные элементы, которая в должной мере не решена. В известных публикациях в основном используется параметрический подход к синтезу диссипативных согласующе-корректирующих цепей при простейших нагрузочных иммитансах, что связано со сложностью решаемой проблемы.

Целью работы является определение необходимых и достаточных условий, физической реализуемости иммитансных матриц, позволяющих осуществить с единых позиций синтез широкополосных диссипативных согласующих и согласующе-корректирующих цепей и согласованных аттенуаторов в элементном базисе общего вида при произвольных иммитансах источника сигнала и нагрузки.

### 1. Метод решения

В данной работе ограничим класс решаемых задач сосредоточенным элементным базисом. А также учтем результативность подхода, используемого при автоматизированном синтезе широкополосных реактивных согласующих четырехполюсников, связывающих произвольные иммитансы источника сигнала и нагрузки и позволяющего найти его собственные функции, имеющие минимальную сложность, при которых коэффициент преобразования мощности удовлетворяет поставленным требованиям с одновременным выполнением ограничений, обеспечивающих физическую реализуемость [5]. Тогда так же, как и в случае чисто реактивного четырехполюсника, имеет смысл использовать при синтезе выражения для собственных параметров идеального четырехполюсника в элементном базисе общего вида, согласующего произвольные иммитансы источника сигнала и нагрузки, представляющие собой бесконечные быстросходящиеся ряды в виде первой и второй формы Фостера, что позволяет синтезировать устройства, имеющие сравнительно небольшое число элементов с рабочими характеристиками, близкими к предельным [6]. Это приводит к необходимости нахождения условий физической реализуемости типовой составляющей иммитансной матрицы в элементном базисе общего вида.

Следует отметить, что в сосредоточенном элементном базисе реализация по Фостеру применима к трем типам двухэлементных цепей, содержащих  $LC$ ,  $LR$ ,  $CR$  элементы, т. е. когда полюсы функций сопротивления (проводимости) расположены только на мнимой или отрицательной части вещественной оси комплексных частот [7]. В общем же случае для реализации цепей, содержащих три элемента  $LCR$ , метод Фостера применим лишь при определенных условиях. Это связано с тем, что разложение сопротивления (проводимости), являющегося положительной вещественной функцией на сумму простых составляющих не гарантирует, что эти составляющие также являются положительными вещественными функциями. В то же время, как следует из систем уравнений для собственных параметров [6], полюсы собственных функций синтезируемого согласующего четырехполюсника в элементном базисе общего вида могут находиться в любом месте левой полуплоскости комплексной частоты. В связи с этим возникает необходимость в нахождении условий, при которых разложение по Фостеру применимо и для общего случая.

Учитывая, что полюсы пассивной цепи, лежащие в левой полуплоскости комплексной частоты кроме отрицательной части вещественной оси, являются комплексно-сопряженными парами, в работе [7] показано, что для физической реализуемости сопротивления  $z(s)$ -соответствующего такой паре

$$z(s) = \frac{k_v}{s - s_v} + \frac{k_v^*}{s - s_v^*}, \quad (1)$$

где  $k_v = \alpha_v + j\beta_v$  – вычет относительно полюса при  $s_v = -\sigma_v + j\omega_v$ , на составляющие вычета  $k_v$  должны быть наложены следующие ограничения:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_v \geq 0 \\ |\beta_v| \leq \frac{\alpha_v \sigma_v}{\omega_v} \end{array} \right\}, \quad (2)$$

при этом  $\sigma_v$  и  $\omega_v$  являются положительными величинами по определению.

Используя эти результаты, вначале определим условия физической реализуемости, которым должна удовлетворять совокупность функций  $z_{11}^v(s)$ ,  $z_{21}^v(s)$ ,  $z_{22}^v(s)$  ( $y_{11}^v(s)$ ,  $y_{21}^v(s)$ ,  $y_{22}^v(s)$ ) типовой оставляющей

$$\mathbf{z}_v(\mathbf{y}_v) = \mathbf{z}'_v(\mathbf{y}'_v) + \mathbf{z}''_v(\mathbf{y}''_v), \quad (3)$$

где

$$\mathbf{z}'_v(\mathbf{y}'_v) = \begin{bmatrix} k_{11}^v / (s - s_v) & (-)k_{12}^v / (s - s_v) \\ (-)k_{21}^v / (s - s_v) & k_{22}^v / (s - s_v) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{z}''_v(\mathbf{y}''_v) = \begin{bmatrix} (k_{11}^v)^* / (s - s_v^*) & (-)(k_{12}^v)^* / (s - s_v^*) \\ (-)(k_{21}^v)^* / (s - s_v^*) & (k_{22}^v)^* / (s - s_v^*) \end{bmatrix},$$

$\mathbf{z}(\mathbf{y})$  – матрицы четырехполюсника общего вида, содержащей полюсы в точках  $s_v$  и  $s_v^*$  ( $s_v = -\sigma_v + j\omega_v$ ) левой полуплоскости комплексных частот. Матрицы  $\mathbf{z}'_v(\mathbf{y}'_v)$ ,  $\mathbf{z}''_v(\mathbf{y}''_v)$ , также как и в более простых случаях, могут быть реализованы в виде четырехполюсников общего вида (рис. 1), соответствующая  $\mathbf{z}_{ов}(\mathbf{y}_{ов})$ -матрица которых имеет вид

$$\mathbf{z}_{ов}(\mathbf{y}_{ов}) = \begin{bmatrix} K_{11}^\ell f & K_{12}^\ell f \\ K_{21}^\ell f & K_{22}^\ell f \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где под  $f$  следует понимать функции  $S$ ,  $1/S$ ,  $2S/(S^2 - S_v^2)$ .

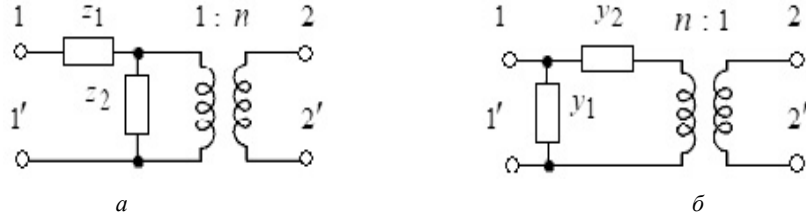


Рис. 1 – Четырехполюсники общего вида

Fig. 1 – General view quadrupoles

Элементы четырехполюсников могут быть определены по следующим формулам:

$$\begin{aligned} z_1(y_1) &= (K_{11}^{\ell} - K)f, \\ z_2(y_2) &= Kf, \\ n &= K_{22}^{\ell} / K_{12}^{\ell}, \\ K &= (K_{12}^{\ell})^2 / K_{22}^{\ell}. \end{aligned} \quad (5)$$

Тогда, используя формулы (5), запишем следующие уравнения:

$$n = \frac{\alpha_{22}^v + j\beta_{22}^v}{\alpha_{21}^v + j\beta_{21}^v}; \quad (6)$$

$$\alpha_{11}^v + j\beta_{11}^v - \frac{\alpha_{21}^v + j\beta_{21}^v}{n} = \alpha_1 + j\beta_1; \quad (7)$$

$$\frac{\alpha_{21}^v + j\beta_{21}^v}{n} = \alpha_2 + j\beta_2. \quad (8)$$

Считая коэффициент трансформации  $n$  идеального трансформатора действительным, можно из (6)–(8) получить соотношения:

$$n = \alpha_{22}^v / \alpha_{21}^v, \quad n = \beta_{22}^v / \beta_{21}^v; \quad (9)$$

$$\alpha_{11}^v - \alpha_{21}^v / n = \alpha_1, \quad \beta_{11}^v - \beta_{21}^v / n = \beta_1; \quad (10)$$

$$\alpha_{21}^v / n = \alpha_2, \quad \beta_{21}^v / n = \beta_2, \quad (11)$$

из которых следует, что  $n$  будет иметь такой же знак, что и действительная часть вычета  $k_{21}^v$ .

Уравнения (10) и (11) с учетом (9) и (2) могут быть записаны в виде соотношений:

$$\alpha_{11}^v \geq 0, \quad \alpha_{22}^v \geq 0, \quad \alpha_{11}^v \alpha_{22}^v - (\alpha_{21}^v)^2 \geq 0; \quad (12)$$

$$|\beta_{21}^v| \leq |\alpha_{21}^v| \frac{\sigma_v}{\omega_v}, \quad \beta_{22}^v = \beta_{21}^v \frac{\alpha_{22}^v}{\alpha_{21}^v}; \quad (13)$$

$$\left| \beta_{11}^v - \frac{(\beta_{21}^v)^2}{\beta_{22}^v} \right| \leq \left( \alpha_{11}^v - \frac{(\alpha_{21}^v)^2}{\alpha_{22}^v} \right) \frac{\sigma_v}{\omega_v}, \quad (14)$$

являющихся искомыми необходимыми условиями физической реализуемости.

При реализации матрицы (3) в форме четырехполосников общего вида (рис. 1) их составляющие  $z_1(s)$  и  $z_2(s)$  будут иметь вид (рис. 2, а), а  $y_1(s)$  и  $y_2(s)$  – (рис. 2, б), элементы которых могут быть найдены по формулам:

$$C_i^z(L_i^y) = 1/(2\alpha_i), \quad G_i^z(R_i^y) = (\sigma_v + \frac{\beta_i}{\alpha_i}\omega_v)/2\alpha_i; \quad (15)$$

$$L_i^z(C_i^y) = A, \quad R_i^z(G_i^y) = A(\sigma_v - \frac{\beta_i}{\alpha_i}\omega_v), \quad (16)$$

где  $i = 1, 2$ ;

$$A = \frac{2\alpha_i}{\omega_v^2 \left( 1 + \frac{\beta_i^2}{\alpha_i^2} \right)};$$

$$\alpha_1 = \alpha_{11}^v - \frac{(\alpha_{21}^v)^2}{\alpha_{22}^v}, \quad \beta_1 = \beta_{11}^v - \frac{(\beta_{21}^v)^2}{\beta_{22}^v};$$

$$\alpha_2 = \frac{(\alpha_{21}^v)^2}{\alpha_{22}^v}, \quad \beta_2 = \frac{(\beta_{21}^v)^2}{\beta_{22}^v}.$$

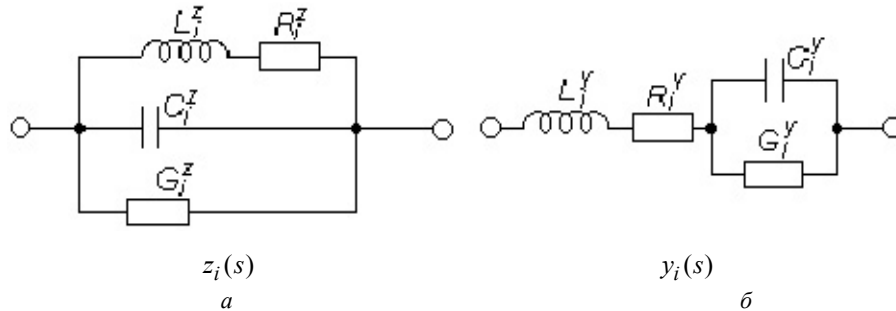


Рис. 2 – Структуры цепей  $z_i(s)$  и  $y_i(s)$

Fig. 2 – Structures of circuits  $z_i(s)$  and  $y_i(s)$

Таким образом, структура  $\mathbf{z}(\mathbf{y})$ -матриц четырехполосников, являющихся подклассом четырехполосников общего вида, когда полюсы функций  $z_{11}(s)$ ,  $z_{22}(s)$ ,  $z_{21}(s)$  ( $y_{11}(s)$ ,  $y_{22}(s)$ ,  $y_{21}(s)$ ) могут находиться в левой полуплоскости комплексных частот, исключая мнимую и вещественную оси, запишутся в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} z_{11}(s)(y_{11}(s)) &= \sum_{v=1}^m \left( \frac{k_{11}^v}{s-s_v} + \frac{(k_{11}^v)^*}{s-s_v^*} \right) + z_{110}(s)(y_{110}(s)) \\ z_{21}(s)(y_{21}(s)) &= (-) \sum_{v=1}^m \left( \frac{k_{21}^v}{s-s_v} + \frac{(k_{21}^v)^*}{s-s_v^*} \right) \\ z_{22}(s)(y_{22}(s)) &= \sum_{v=1}^m \left( \frac{k_{22}^v}{s-s_v} + \frac{(k_{22}^v)^*}{s-s_v^*} \right) + z_{220}(s)(y_{220}(s)) \end{aligned} \right\}, \quad (17)$$

где  $k_{11}^v, (k_{11}^v)^*, k_{21}^v, (k_{21}^v)^*, k_{22}^v, (k_{22}^v)^*$  – вычеты функций  $z_{11}(s), z_{22}(s), z_{21}(s)$  ( $y_{11}(s), y_{22}(s), y_{21}(s)$ ) относительно полюсов  $s = -\sigma_v + j\omega_v, s = -\sigma_v - j\omega_v$ ;  $z_{110}(s), z_{220}(s)$  ( $y_{110}(s), y_{220}(s)$ ) – функции, полюса которых не вошли в число полюсов функций  $z_{21}(s), (y_{21}(s))$ .

Необходимые и достаточные условия физической реализуемости, которым должны удовлетворять элементы матрицы (17), определяются соотношениями (12)–(14), где  $\alpha_{21}^v, \beta_{11}^v, \beta_{21}^v, \beta_{22}^v$  могут принимать как положительные, так и отрицательные значения.

Каноническая схема четырехполюсника, соответствующая элементам  $\mathbf{z}(\mathbf{y})$ -матрицы (17), может быть получена последовательным (параллельным) соединением более простых четырехполюсников, описываемых матрицами (4).

В заключение следует отметить, что в общем случае, когда собственные функции  $z_{11}(s), z_{22}(s), z_{21}(s)$  ( $y_{11}(s), y_{22}(s), y_{21}(s)$ ) содержат несколько типовых составляющих, ограничения на физическую реализуемость (12)–(14) каждой из них могут быть сняты и заменены на более слабые, определяющие физическую реализуемость в целом всего синтезируемого четырехполюсника [8]:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} z_{11}(s) (\operatorname{Re} y_{11}(s)) &\geq 0; \\ \operatorname{Re} z_{22}(s) (\operatorname{Re} y_{22}(s)) &\geq 0; \end{aligned} \quad (18)$$

$$\operatorname{Re} z_{11}(s) \operatorname{Re} z_{22}(s) (\operatorname{Re} y_{11}(s) \operatorname{Re} y_{22}(s)) \geq (\operatorname{Re} z_{21}(s))^2 ((\operatorname{Re} y_{21}(s))^2).$$

Естественно, что реализация согласующего четырехполюсника должна быть в этом случае произведена общими методами [7].

### Заключение

Определены необходимые и достаточные условия физической реализуемости матриц типовой составляющей подкласса четырехполюсников общего вида в сосредоточенном элементном базисе, когда полюсы собственных функций четырехполюсников могут находиться в левой полуплоскости комплексных частот, исключая мнимую и вещественную оси.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ланне А.А. Оптимальный синтез линейных цепей. – М.: Связь, 1969. – 272 с.
2. Шварц Н.З. Линейные транзисторные усилители СВЧ. – М.: Советское радио, 1980. – 368 с.
3. Ортуси Ж. Теория электронных цепей: пер с фр. Т. 2 / под ред. Л.Р. Явича. – М.: Мир, 1971. – 548 с.
4. Богачев В.М. Обобщенная предельная задача Фано–Юлы // Радиотехника. – 1985. – № 6. – С. 47–51.
5. Девятков Г.Н. Автоматизированный синтез широкополосных согласующих устройств, связывающих произвольные иммитансы источника сигнала и нагрузки // Научный вестник НГТУ. – 2004. – № 1 (16). – С. 155–165.
6. Девятков Г.Н. Структура собственных параметров идеального согласующего-корректирующего четырехполюсника общего вида // Известия Международной академии наук высшей школы. – 2006. – № 1 (35). – С. 83–92.
7. Гиллемин Е.А. Синтез пассивных цепей. – М.: Связь, 1970. – 720 с.
8. Реза Ф., Сили С. Современный анализ электрических цепей: пер. с англ. – М.; Л.: Энергия, 1964. – 480 с.

**CONDITIONS FOR THE PHYSICAL REALIZABILITY OF A TYPICAL  
COMPONENT  $z(y)$ -MATRIX OF A MATCHING QUADRUPOLE  
OF A GENERAL FORM IN A CONCENTRATED ELEMENTAL BASIS**

**Devyatkov G.N.**

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

When solving problems of broadband matching, very often there is a need for a certain form of the amplitude-frequency characteristic. In connection with this, the problem comes up of synthesizing broadband matching devices that simultaneously have correcting properties, i.e. having a given frequency dependence of the power conversion coefficient in the operating frequency band. The use of broadband reactive matching - correcting circuits in most practical cases is difficult because of the reflected power. This leads to the problem of the synthesis of broadband matching-correcting circuits with arbitrary immittances of the signal source and load in an elemental basis of a general form, containing along with reactive and active elements, which has not been adequately solved. Therefore, it becomes necessary to find the conditions for the physical realizability of a typical component of the immittance matrix of a two-port network of general form containing poles in the left half-plane of complex frequencies. In this paper the necessary and sufficient conditions are defined for the physical realizability of the immittance matrix of a typical component of a subclass of two-terminal networks of general form in a lumped elemental electric basis, when the poles of the Eigen functions in the Foster representation can be in the left half-plane of complex frequencies, excluding the imaginary and real axes. This allows to synthesis of broadband dissipative matching, matching-correcting circuits and matched attenuators in an elemental basis of a general form with arbitrary immittances of the signal source and load from a single point of view.

*Keywords:* broadband matching, correction, immittance matrices, Eigen parameters, conditions of physical feasibility.

DOI: 10.17212/1727-2769-2020-3-13-20

## REFERENCES

1. Lanne A.A. *Optimal'nyi sintez lineinykh tsepei* [Optimal synthesis of linear circuits]. Moscow, Svyaz' Publ., 1969. 272 p.
2. Shvarts N.Z. *Lineinye tranzistornye usiliteli SVCh* [Linear transistor microwave amplifiers]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1980. 368 p.
3. Ortusi J. *Teoriya elektronnykh tsepei*. T. 2 [Theory of electronic circuits. Vol. 2]. Ed. by L.R. Yavich. Moscow, Mir Publ., 1971. 548 p. (In Russian).

4. Bogachev V.M. Obobshchennaya predel'naya zadacha Fano-Yuly [Generalized Fano-Yula limit problem]. *Radiotekhnika = Radioengineering*, 1985, no. 6, pp. 47–51.
5. Devyatkov G.N. Avtomatizirovannyi sintez shirokopolosnykh soglasuyushchikh ustroystv, svyazyvayushchikh proizvol'nye immitansy istochnika signala i nagruzki [Automated sunthesis jf broad-band matching devices connecting arbitrary immitance of signals source and load]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2004, no. 1 (16), pp. 155–165.
6. Devyatkov G.N. Struktura sobstvennykh parametrov ideal'nogo soglasuyushchekorrektyruiyushchego chetyrekhpolysnika obshchego vida [The structure of the Eigen parameters of an ideal matching-correcting four-terminal network of general form]. *Izvestiya mezhdunarodnoj akademii nauk vysshej shkoly = Proceedings of the International higher education academy of sciences*, 2006, no. 1 (35), pp. 83–92.
7. Guillemin E.A. *Synthesis of passive networks*. New York, Wiley, 1957 (Russ. ed.: Gillemmin E.A. *Sintez passivnykh tsepei*. Moscow, Svyaz' Publ., 1970. 720 p.).
8. Reza F., Seely S. *Modern network analysis*. New York, McGraw-Hill, 1959 (Russ. ed.: Reza F., Sili S. *Sovremenniy analiz elektricheskikh tsepei*. Moscow, Leningrad, Energiya Publ., 1964. 480 p.).

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Девятков Геннадий Никифорович** – родился в 1945 году, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры конструирования и технологии радиоэлектронных средств Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: автоматизированный синтез активных и пассивных устройств СВЧ. Опубликовано 190 научных работ, в том числе 2 монографии. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. E-mail: devyatkovgn@mail.ru).

**Devyatkov Gennadii Nikiforovich** (b. 1945) – Doctor of Science (Eng.), Associate Professor, Professor at the Department of Design and Technology of Electronic Devices in the Novosibirsk State Technical University. Research interests: automated synthesis and design of active and passive microwave devices. He is the author of over 150 scientific papers and 2 monographs. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: devyatkovgn@mail.ru).

Статья поступила 19 июля 2020 г.  
Received July 19, 2020

#### To Reference:

Devyatkov G.N. Usloviya fizicheskoi realizuemosti tipovoi sostavlyayushchei  $\mathbf{z}(\mathbf{y})$ -matritsy soglasu-yushchego chetyrekhpolysnika obshchego vida v sosredotochennom elementnom baze [Conditions for the physical realizability of a typical component  $\mathbf{z}(\mathbf{y})$ -matrix of a matching quadripole of a general form in a concentrated elemental basis]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii = Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2020, no. 3 (48), pp. 13–20. DOI: 10.17212/1727-2769-2020-3-13-20.