

УДК 621.391

## О ВЫБОРЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ СИГНАЛОВ ДЛЯ РАДИОСИСТЕМ СО СЛОЖНЫМИ СИГНАЛАМИ

**В.Ю. Зубарев<sup>1</sup>, Б.В. Пономаренко<sup>1</sup>, А.Г. Вострецов<sup>2,3</sup>**

<sup>1</sup>АО «Навигатор», Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup>Новосибирский государственный технический университет,  
Новосибирск, Россия

<sup>3</sup>Институт горного дела им. Н.А. Чинакала СО РАН

В системах цифровой связи и радиолокации широко применяются сложные сигналы, построенные на основе кодовых последовательностей. При разработке таких систем наибольшее внимание уделяется анализу, синтезу и реализации кодовых последовательностей. Значительно меньше внимания уделяется форме элементарных сигналов (ЭС), из которых состоит сложный сигнал. Целью настоящей работы является сравнительный анализ параметров ряда известных ЭС с точки зрения скорости убывания спектра и точности измерения временного положения сложного сигнала. Приводятся рекомендации по выбору наилучшего ЭС на основе безусловного критерия предпочтения.

*Ключевые слова:* мобильные системы передачи данных, сложные сигналы, формат сигнала, шумы, помехи, модуляция, демодуляция, помехоустойчивость.

DOI: 10.17212/1727-2769-2023-1-39-55

### Введение

В радиотехнических системах передачи информации и в радиолокационных системах широкое распространение получили сложные сигналы, представляющие собой последовательности ЭС фиксированной формы (чипов), повторяющихся с некоторым фиксированным временным интервалом. Комплексная огибающая ЭС  $\dot{S}_0(t)$  определяет форму чипа на конечном интервале  $(-0,5\tau_{\text{ч}}, 0,5\tau_{\text{ч}})$ . Как правило, временной интервал  $\Delta$  между последовательными чипами равен или превосходит длительность чипа  $\tau_{\text{ч}}$ . Модуляция всего сигнала заключается в манипулировании амплитудами, фазами и, возможно, частотами отдельных чипов.

Формальное представление комплексной огибающей сигнала дается соотношением [1]

$$\dot{S}(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_i \dot{S}_0(t - i\Delta) \exp(j2\pi F_i t), \quad (1)$$

где  $a_i$  и  $F_i$  – соответственно комплексная амплитуда и частота (в значениях сдвига относительно фиксированной центральной частоты)  $i$ -го чипа.

Последовательность  $\{|a_i|, i = \dots -1, 0, 1, \dots\}$  определяет вещественные амплитуды чипов, т. е. их амплитудную модуляцию. Последовательности  $\{\varphi_i = \arg a_i, i = \dots -1, 0, 1, \dots\}$  и  $\{F_i, i = \dots -1, 0, 1, \dots\}$  задают законы модуляции чипов по фазе и частоте.

Если в модели (1) вещественные амплитуды  $|a_i|$  могут принимать ненулевые значения только при попадании  $i$  в диапазон  $0 < i < N-1$ , а при  $i < 0$  и  $i > N$

значения амплитуд  $|a_i| = 0$ , то сигнал представляет собой пакет конечного числа  $N$  манипулированных чипов. Подобный сигнал называют импульсным или аperiодическим [1], независимым на интервале  $\Delta$ . Длительность аperiодического сигнала определяется как  $T = (N - 1)\Delta + \tau_{\text{и}}$ . Другим важным случаем является периодический сигнал, у которого закон модуляции повторяется с периодом  $N$  чипов:  $a_i = a_{i+N}$ ,  $F_i = F_{i+N}$ ,  $i = \dots, -1, 0, 1, \dots$ .

В рамках описанной обобщенной модели различают несколько категорий сложных сигналов в зависимости от конкретного способа модуляции чипов [1]. Если манипуляции подвергаются только комплексные амплитуды чипов, а все частоты остаются одинаковыми ( $F_i = 0$ ,  $i = 0, 1, \dots, N - 1$ ), то сигнал называется *амплитудно-фазоманипулированным* (АФМ). Последовательность комплексных амплитуд чипов  $\mathbf{a} = (a_0, a_1, \dots, a_{N-1})$ , ( $i = 0, 1, \dots, N - 1$ ) называется *кодовой последовательностью* или просто *кодом*. Если манипуляция осуществляется только над фазами чипов АФМ сигнала, а амплитуды остаются неизменными ( $a_i = 1$ ,  $i = 0, 1, \dots, N - 1$ ), то сигнал является *фазоманипулированным* (ФМ). ФМ сигналы типичны для широкополосных систем с прямым расширением спектра [1].

Если регулированию подлежат только частоты чипов, а комплексные амплитуды остаются постоянными, то сигнал является *частотно-манипулированным* (ЧМ). Кодовая последовательность подобного сигнала представляет собой последовательность частот ( $F_i$ ,  $i = 0, 1, \dots, N - 1$ ). Сигналы этого типа используются в частности в системах с прыгающей частотой (frequency hopping systems) [2].

Обобщенное выражение для нормированной автокорреляционной функции (АКФ) АФМ сигнала имеет вид [1]

$$\rho(\tau) = \frac{1}{E} \int_0^T \dot{S}(t) \dot{S}^*(t - \tau) dt = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \rho(m) \dot{\rho}_0(\tau - m\Delta), \quad (2)$$

где  $\dot{\rho}_0(\tau) = \frac{1}{E_0} \int_{-0,5\tau_{\text{и}}}^{0,5\tau_{\text{и}}} \dot{S}_0(t) \dot{S}_0^*(t - \tau) dt$  – нормированная АКФ одиночного чипа;

$\rho(m) = \frac{1}{\|\mathbf{a}\|^2} \sum_{i=0}^{N-1} a_i a_{i-m}^*$  – нормированная АКФ кодовой последовательности  $\mathbf{a}$ ;

$\|\mathbf{a}\|^2 = \sum_{i=0}^{N-1} |a_i|^2$  – энергия последовательности  $\vec{a}$ ;  $E = \|\mathbf{a}\|^2 E_0$  – полная энергия для

аperiодического и энергия за период для периодического сигнала;  $E_0$  – энергия чипа;  $\|\mathbf{a}\|$  – евклидова норма кодового вектора  $\mathbf{a}$ .

При заданном элементарном сигнале АКФ АФМ сигнала полностью определяется АКФ  $\rho(m)$  кода, и синтез АФМ сигналов с хорошими корреляционными свойствами состоит в отыскании последовательностей с хорошими АКФ кода. При заданном коде форма лепестков АКФ АФМ сигнала определяется АКФ одиночного чипа, а спектр ФМ сигнала равен произведению спектров чипа и кода.

Комплексная огибающая ЧМ сигнала может быть представлена в виде (1), где все  $a_i$  равняются единице в случае периодического сигнала, тогда как для

импульсного сигнала длины  $N$   $a_i = 1$  при  $0 \leq i < N$  и  $a_i = 0$  при  $i$  вне пределов интервала  $0 \leq i < N$ .

Из универсального выражения для АКФ вида

$$\begin{aligned} \rho(\tau) &= \frac{1}{NE_0} \int_0^T \dot{S}(t) \dot{S}^*(t - \tau) dt = \\ &= \frac{\sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{N-1} a_i a_k \exp(j2\pi F_k \tau) \int_0^T \dot{S}_0(t - i\Delta) \dot{S}_0^*(t - k\Delta - \tau) \exp(j2\pi(F_i - F_k)t) dt}{NE_0}, \end{aligned}$$

где все чипы с ненулевыми амплитудами обладают одинаковыми энергиями  $E_0$ , можно показать [1], что при равномерном частотном алфавите  $F_j \in \{0, \pm F, \pm 2F, \dots\}$ , где частотный шаг  $F$  не меньше, чем полоса, занимаемая чипом, и неперекрывающихся спектрах двух элементарных символов, обладающих частотами  $F_j$  и  $F_k$ , нормированная АКФ ЧМ сигнала равна

$$\rho(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{N-1} a_i a_{i-k} \exp(j2\pi F_i \tau) \delta(F_i - F_{i-k}) \dot{\rho}_0(\tau - k\Delta), \quad (3)$$

где  $\delta(x - y) = \begin{cases} 1, & x = y, \\ 0, & x \neq y. \end{cases}$

Выражение (3) показывает, что и в случае ЧМ сигналов АКФ существенно зависит от формы АКФ элементарного сигнала.

Разработке и исследованию кодовых последовательностей, обеспечивающих наилучшие по различным критериям свойства сложных сигналов, посвящено огромное число работ, например [1–4]. В то же время, как следует из выражений (1)–(3), существенное влияние на характеристики указанных систем со сложными сигналами оказывают форма и характеристики элементарных сигналов.

При выборе элементарных сигналов возникает ряд проблем.

1. В условиях ограничения частотного диапазона многоканальной системы с несколькими рабочими частотами желательно, чтобы в заданной полосе частот содержалась максимальная доля полной энергии спектра ЭС. Однако, как было показано в [5], сигналы, занимающие наименьшую полосу частот, не всегда являются наилучшими для практического применения. Формы сигналов следует выбирать, исходя из требуемого ослабления внеполосных излучений. В соответствии с международным определением, шириной полосы, занимаемой излучением, называется полоса частот, содержащая 99 % излучаемой мощности, а под внеполосными излучениями понимается мощность, излучаемая за пределами занимаемой полосы [5]. При таком определении мощность внеполосного излучения всегда постоянна и составляет 1 % всей мощности, излучаемой передатчиком.

В первом приближении можно считать, что взаимные помехи создают лишь внеполосные излучения соседних каналов. Но поскольку процентное содержание мощности во внеполосном излучении постоянно, то уменьшить взаимные помехи посредством воздействия на спектр сигнала можно, лишь распределяя соответствующим образом внеполосное излучение в полосах частот, занимаемых соседними каналами. Практически желательно, чтобы спектр внеполосного излучения убывал с наибольшей скоростью.

2. В соответствии с нормативными документами, например [6], спектр излучения сложного сигнала должен располагаться ниже установленных уровней побочного и внеполосного излучения. Для обеспечения этого требования часто требуется уменьшение максимального уровня боковых лепестков спектра сигнала.

3. Наибольшее использование получили ЭС в виде импульсов прямоугольной формы. Это связано с тем, что, во-первых, такие импульсы обладают наибольшей энергией среди сигналов конечной длительности; во-вторых, они просто формируются; в-третьих, в передаче сложного сигнала не требуется обеспечение линейного режима усиления мощности; в-четвертых, обеспечивается наилучшее соотношение между мгновенной и средней мощностью передатчика. Однако эти сигналы обладают высоким уровнем внеполосных излучений, а их использование в системах с ограничением полосы частот вызывает межсимвольную интерференцию.

Естественным путем снижения уровня внеполосных излучений является уменьшение амплитуды огибающей ЭС в моменты перескока фазы несущего колебания. Такие методы называют амплитудными. Методы, при которых обеспечивается постоянство амплитуды излучаемых колебаний, а уровень внеполосных излучений снижается за счет выбора определенной фазовой структуры, называют фазовыми. Ограничение спектра сигналов с помощью избирательных цепей высоких порядков приводит как к амплитудным, так и к фазовым изменениям. Подобные методы называют амплитудно-фазовыми [7].

Для реализации амплитудных методов требуется использовать последовательности сигналов специальной формы.

4. Выбор ЭС специальной формы влияет не только на уровень внеполосных излучений, но и на помехоустойчивость приема сложных сигналов. В частности показано, что при оценке перспективности использования независимых [7] элементарных сигналов, отличающихся по форме от прямоугольных, важны условия сравнения сигналов. При неизменной средней мощности помехоустойчивость оптимальных методов приема не зависит от формы ЭС, при фиксации пиковой мощности возникает снижение помехоустойчивости, вызванное уменьшением энергии излучаемых сигналов [7]. Это вызвано тем, что вероятностные характеристики приема дискретных сообщений зависят от энергетического отношения сигнал/шум (или сигнал/помеха при помехах, отличных от аддитивного белого гауссовского шума – АБГШ). Уменьшение энергии сложного сигнала ухудшает эти характеристики.

5. В радиолокации при синхронизации приема дискретных сообщений, при использовании сигналов сотовой связи для локализации абонентов и в ряде других приложений [2, 3, 8] важным свойством системы является точность измерения временного положения сложного сигнала. Понятно, что точность измерения временного положения при действии различных помех будет не выше, чем при АБГШ. Поэтому целесообразно сравнить различные ЭС по потенциальной точности измерения временного положения.

При использовании согласованной фильтрации или корреляционной обработки временное положение сжатого сложного сигнала определяется по максимуму АКФ. При действии АБГШ потенциальную точность измерения временного положения можно оценить, используя формулу Вудворда [9]. Для симметричных импульсов в регулярном случае при отсутствии частотной модуляции ЭС дисперсию несмещенной оценки временного положения представим в виде

$$\sigma^2 = \frac{1}{4\pi^2 q^2 \beta^2} = \frac{N_0}{8\pi^2 \|a\|^2} k_{\Phi}, \quad (4)$$

где  $q^2 = 2E / N_0$  – отношение сигнал-шум на выходе согласованного фильтра;  
 $\beta^2 = E_{\Pi} / E$  – квадрат эффективной ширины спектра сложного сигнала (в  $\Gamma\text{ц}^2$ );  
 $E_{\Pi} = \|a\|^2 E_{0\Pi}$  – энергия производной сложного сигнала;  $E_{0\Pi}$  – энергия производной ЭС;  
 $k_{\Phi} = 1 / E_{0\Pi}$  – коэффициент, зависящий от формы ЭС.

Для выбора ЭС по указанным критериям требуется знание их количественных характеристик:

- скорость  $V$  убывания спектра ЭС;
- максимальный уровень бокового лепестка ( $\text{УБЛ}_{\max}$ ) спектра ЭС;
- $E_0$ ,  $E_{0\Pi}$ ;
- нормированный коэффициент формы  $k_{\Phi\Pi} = 1 / (E_{0\Pi} \tau_{\Pi})$ .

Настоящая статья посвящена вычислению этих характеристик ЭС.

### 1. Анализируемые сигналы

Для анализа выбраны сигналы, форма которых описывается функциями классических окон спектрального анализа [10, 11]. Временные функции ЭС и спектры этих сигналов приведены в табл. 1.

Для сигналов из табл. 1 в табл. 2 приведены значения указанных параметров, как известные из литературы [5, 10, 11], так и рассчитанные авторами.

Для прямоугольного ЭС, который является разрывным сигналом, формула (4) не имеет смысла. Как показано, например, в [12–14], дисперсия измерения временного положения этого сигнала не зависит от энергии ЭС  $E = \tau_{\Pi}$ , а определяется

соотношением  $\sigma^2 = \frac{\alpha}{q_0^2}$ , где  $q_0^2 = A^2 / N_0$ ;  $A$  – амплитуда ЭС; коэффициент  $\alpha$

разными авторами оценивается в пределах 0,5...6,5 [12–14].

Следует отметить, что практически не бывает идеально прямоугольных импульсов при их излучении. Прием ЭС осуществляется приемником с ограниченной полосой, вследствие чего на его выходе наблюдаются импульсы с фронтами ненулевой длительности, аппроксимируемые в частности некоторыми из сигналов табл. 1. Поэтому далее нет смысла сравнивать прямоугольные ЭС с другими сигналами по точности измерения временного положения.

Таблица 1 / Table 1

Элементарные сигналы и их спектры  
Elementary signals and their spectra

№ п/п	Элементарный сигнал (окно) $S_0(x)$ , $x = t / \tau_{\Pi}$ , $ x  \leq 0,5$	Спектр сигнала $S_0(y)$ , $y = \omega \tau / (2\pi)$
1	Прямоугольное окно (окно Дирихле) $S_0(x) = 1$	$S_0(y) = \tau_{\Pi} \sin c(\pi y)$
2	Треугольное окно (Файера или Бартлетта) $S_0(x) = 1 - 2 x $	$S_0(y) = 0,5 \tau_{\Pi} \sin^2 c^2(0,5 \pi y)$

Продолжение табл. 1 / Continuation of table 1

№ п/п	Элементарный сигнал (окно) $S_0(x)$ , $x = t / \tau_n$ , $ x  \leq 0,5$	Спектр сигнала $S_0(y)$ , $y = \omega \tau / (2\pi)$
3	Трапецеидальное окно $S_0(x) = \begin{cases} \frac{1+2x}{1-\tau_1/\tau_n}, & -0,5 < x < -0,5\tau_1/\tau_n \\ 1, & -0,5\tau_1/\tau_n < x < 0,5\tau_1/\tau_n \\ \frac{1-2x}{1-\tau_1/\tau_n}, & 0,5\tau_1/\tau_n < x < 0,5 \end{cases}$	$S_0(y) = \frac{0,5(\tau_n - \tau_1)}{\left[0,5\pi\left(y - \frac{\omega\tau_1}{2\pi}\right)\right]^2} \times$ $\times \sin\left[0,5\pi\left(y + \frac{\omega\tau_1}{2\pi}\right)\right] \times$ $\times \sin\left[0,5\pi\left(y - \frac{\omega\tau_1}{2\pi}\right)\right]$
4	Косинусоидальное окно (Хеннинга) $S_0(x) = \cos(\pi x)$	$S_0(y) = \frac{\tau_n}{2} \left\{ \begin{aligned} &\text{sinc}[\pi(y + 0,5)] + \\ &+ \text{sinc}[\pi(y - 0,5)] \end{aligned} \right\}$
5	Косинус-квадратичное окно (Ханна) $S_0(x) = \cos^2(\pi x)$	$S_0(y) = \frac{\tau_n}{4} \left\{ \begin{aligned} &2\text{sinc}(\pi y) + \\ &+ \text{sinc}[\pi(y + 1)] + \\ &+ \text{sinc}[\pi(y - 1)] \end{aligned} \right\}$
6	Косинус-кубическое окно (Хеннинга) $S_0(x) = \cos^3(\pi x)$	$S_0(y) = \frac{3\tau_n}{8} \left\{ \begin{aligned} &\text{sinc}[\pi(y + 0,5)] + \\ &+ \text{sinc}[\pi(y - 0,5)] + \\ &+ 0,33\text{sinc}[\pi(y + 1,5)] + \\ &+ 0,33\text{sinc}[\pi(y - 1,5)] \end{aligned} \right\}$
7	Квадрат-косинус-квадратичное окно (Хеннинга) $S_0(x) = \cos^4(\pi x)$	$S_0(y) = \frac{\tau_n}{8} \left\{ \begin{aligned} &3\text{sinc}(\pi y) + \\ &+ 2[\text{sinc}(\pi(y + 1)) + \text{sinc}(\pi(y - 1))] + \\ &+ [\text{sinc}(\pi(y + 2)) + \text{sinc}(\pi(y - 2))] / 2 \end{aligned} \right\}$
8	Окно Хэмминга $S_0(x) = \alpha + (1 - \alpha)\cos(2\pi x)$ , $\alpha = 25 / 46$	$S_0(y) = \tau_n \left\{ \begin{aligned} &\alpha \cdot \text{sinc}(\pi y) + \\ &+ \frac{(1 - \alpha)\text{sinc}(\pi(y + 1))}{2} + \\ &+ \frac{(1 - \alpha)\text{sinc}(\pi(y - 1))}{2} \end{aligned} \right\}$
9	Окна Блэкмана, Блэкмана – Харриса, Наталла, Блэкмана – Наталла $S_0(x) = b_0 + 2 \sum_{m=1}^M b_m \cos(2\pi m x);$ $b_0 + 2 \sum_{m=1}^M b_m = 1$	$S_0(y) = b_0 \tau_n \text{sinc}(\pi y) +$ $+ \tau_n \sum_{m=1}^M b_m \left[ \begin{aligned} &\text{sinc}(\pi(y + m)) + \\ &+ \text{sinc}(\pi(y - m)) \end{aligned} \right]$

Продолжение табл. 1 / Continuation of table 1

№ п/п	Элементарный сигнал (окно) $S_0(x)$ , $x = t / \tau_n$ , $ x  \leq 0,5$	Спектр сигнала $S_0(y)$ , $y = \omega \tau / (2\pi)$
10	Окна Кайзера – Бесселя $S_0(x) = \frac{I_0 \left[ \pi \alpha \sqrt{1 - (2x)^2} \right]}{I_0(\pi \alpha)} \approx$ $\approx b_0 + 2 \sum_{m=1}^M b_m \cos(2\pi m x)$	$S_0(y) = b_0 \tau_n \text{sinc}(\pi y) +$ $+ \tau_n \sum_{m=1}^M b_m \left[ \text{sinc}(\pi(y+m)) + \right.$ $\left. + \text{sinc}(\pi(y-m)) \right]$
11	Гибридное окно Бартлетта – Ханна $S_0(x) = a_0 + a_1  x  + a_2 \cos(2\pi x)$	$S_0(y) =$ $\left\{ \begin{array}{l} a_0 \text{sinc}(\pi y) + \\ + a_1 \frac{1 - \cos(\pi y) - \pi y \sin(\pi y)}{2\pi^2 y^2} + \\ + a_2 \frac{\text{sinc}[\pi(y+1)]}{2} + \\ + a_2 \frac{\text{sinc}[\pi(y-1)]}{2} \end{array} \right\}$ $= \tau_n \left\{ \begin{array}{l} a_0 \text{sinc}(\pi y) + \\ + a_1 \frac{1 - \cos(\pi y) - \pi y \sin(\pi y)}{2\pi^2 y^2} + \\ + a_2 \frac{\text{sinc}[\pi(y+1)]}{2} + \\ + a_2 \frac{\text{sinc}[\pi(y-1)]}{2} \end{array} \right\}$
12	Окно Рисса (Бохнера, Парзена) $S_0(x) = 1 - (2x)^2$	$S_0(y) = \frac{2\tau_n}{(\pi y)^3} \left[ \frac{\sin(\pi y)}{y} - \right.$ $\left. - (\pi y) \cos(\pi y) \right]$
13	Окно Римана $S_0(x) = \text{sinc}(2\pi x)$	$S_0(y) = \frac{\tau_n}{2\pi} [\text{Si}(\pi(y+1)) - \text{Si}(\pi(y-1))],$ $\text{где } \text{Si}(z) = \int_0^z (\sin(t) / t) dt$
14	Окно Валле – Пуссена (Парзена) $S_0(x) = \begin{cases} 1 - 6(2x)^2(1 - 2 x ), & 0 \leq  x  \leq 0,25 \\ 2(1 - 2 x )^3, & 0,25 \leq  x  \leq 0,5 \end{cases}$	$S_0(y) = 0,375 \tau_n \text{sinc}^4(\pi y / 4)$
15	Окно Бомана $S_0(x) = (1 - 2 x ) \cos(2\pi x) + \frac{1}{\pi} \sin(2\pi  x )$	$S_0(y) = \frac{\tau_n}{4} \left[ \text{sinc}(0,5\pi(y+1)) + \right.$ $\left. + \text{sinc}(0,5\pi(y-1)) \right]$
16	Окно Пуассона $S_0(x) = \exp(-2\alpha  x )$	$S_0(y) = \frac{\tau_n \left[ \begin{array}{l} 1 - e^{-\alpha} \cos(\pi \alpha y) + \\ + \frac{\pi y}{2\alpha} e^{-\alpha} \sin(\pi \alpha y) \end{array} \right]}{\alpha \left[ 1 + \left( \frac{\pi y}{2\alpha} \right)^2 \right]}$
17	Окно Хеннинга-Пуассона $S_0(x) = 0,5 [1 + \cos(2\pi x)] \exp(-2\alpha  x )$	$S_0(y) =$ $\frac{\alpha \left[ \begin{array}{l} v_1 \cos(\pi y) + \\ + v_2 \sin(\pi y) \end{array} \right] \left[ \begin{array}{l} \alpha^2 (1 + e^{-\alpha}) + \\ + \pi^2 (1 - e^{-\alpha}) \end{array} \right]}{2P(y)P(1-y)P(1+y) \left[ \begin{array}{l} 2\alpha^2 - \\ - \pi^2 (1 + e^{-\alpha}) \end{array} \right]}$

Окончание табл. 1 / End of table 1

№ п/п	Элементарный сигнал (окно) $S_0(x)$ , $x = t / \tau_{\text{и}}$ , $ x  \leq 0,5$	Спектр сигнала $S_0(y)$ , $y = \omega \tau / (2\pi)$
		<p>где</p> $P(y) = \alpha^2 + (\pi y)^2;$ $v_1 = 2P^2(y) + \pi^2 [4\alpha^2 - P(y)] +$ $+ \pi^2 e^{-\alpha} [\pi^2 (3y^2 - 1) - \alpha^2];$ $v_2 = e^{-\alpha} (\pi^3 y) [\pi^2 (1 - y^2) + 3\alpha^2]$
18	<p>Окно Хеннинга–Пуассона</p> $S_0(x) = 0,5 [1 + \cos(2\pi x)] \exp(-2\alpha  x )$	$S_0(y) =$ $\frac{\alpha \begin{bmatrix} v_1 \cos(\pi y) + \\ + v_2 \sin(\pi y) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha^2 (1 + e^{-\alpha}) + \\ + \pi^2 (1 - e^{-\alpha}) \end{bmatrix}}{2P(y)P(1-y)P(1+y) \begin{bmatrix} 2\alpha^2 - \\ - \pi^2 (1 + e^{-\alpha}) \end{bmatrix}}$ <p>где</p> $P(y) = \alpha^2 + (\pi y)^2;$ $v_1 = 2P^2(y) + \pi^2 [4\alpha^2 - P(y)] +$ $+ \pi^2 e^{-\alpha} [\pi^2 (3y^2 - 1) - \alpha^2];$ $v_2 = e^{-\alpha} (\pi^3 y) [\pi^2 (1 - y^2) + 3\alpha^2]$
19	<p>Окно Тьюки</p> $S_0(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq  x  \leq (0,5 - \alpha); \\ \cos^2 \left( \frac{\pi}{2\alpha} (\alpha + 0,5 -  x ) \right), & \\ \text{при } (0,5 - \alpha) \leq  x  \leq 0,5 \end{cases}$	$S_0(y) = \frac{\pi(1-\alpha)\tau_{\text{и}}}{4} \text{sinc}[\pi y(1-\alpha)] \times$ $\times \left\{ \text{sinc} \left[ \pi \left( \alpha y + \frac{1}{2} \right) \right] + \right.$ $\left. + \text{sinc} \left[ \pi \left( \alpha y - \frac{1}{2} \right) \right] \right\}$

## 2. Результаты вычислений

Результаты вычислений приведены в табл. 2. Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы:

– наихудшими коэффициентами формы  $k_{\text{фн}}$  обладают сигналы Римана (0,571) и Хэмминга (0,763); для остальных сигналов значения  $k_{\text{фн}} = 0,050 - 0,313$ ;

– наибольшую скорость убывания спектра имеют сигналы  $\cos^4 x$  (–30 дБ),  $\cos^3 x$ , Валле–Пуссена, Бомана (–24 дБ).

Интересно сравнить исследуемые параметры для трапецеидальных сигналов и сигналов Тьюки. Последние представляют собой импульсы с плоской вершиной и косинус-квадратным скруглением фронтов. Сравнительное исследование ширины полосы и затухания спектра этих сигналов проведено в [5]. Показано, что ширина



полосы сигналов Тьюки с ростом  $\xi$  растет быстрее, чем у трапецидальных импульсов. Однако и скорость убывания спектра у сигналов Тьюки больше. В то же время, как следует из табл. 2, значения  $k_{\text{фн}}$ , определяющие погрешности измерения временного положения, у обоих сигналов близки. Следовательно, с точки зрения ослабления внеполосных излучений применение сигналов Тьюки предпочтительнее, чем трапецидальных сигналов.

Таблица 2 / Table 2

Параметры элементарных сигналов  
Parameters of elementary signals

№ п/п	Элементарный сигнал	Скорость убывания спектра $V$ , дБ/октава	УБЛ <sub>max</sub> спек- тра, дБ	$E_0$	$E_{0\text{п}}$	$k_{\text{фн}}$
1	Прямоугольное окно	-6	-13,3	$\tau_{\text{и}}$		
2	Треугольное окно	-12	-26,6	$0,33\tau_{\text{и}}$	$4 / \tau_{\text{и}}$	0,25
3	Трапецидальное окно (параметр окна $\xi = \tau_1 / \tau_{\text{и}}$ )			$\frac{\tau_{\text{и}}(1 + \xi - 2\xi^2)}{3(1 - \xi)}$	$\frac{4}{\tau_{\text{и}}(1 - \xi)}$	
3.1	$\xi = 0,3$	-12		$0,53\tau_{\text{и}}$	$5,7 / \tau_{\text{и}}$	0,175
3.2	$\xi = 0,5$	-12		$0,67\tau_{\text{и}}$	$8,0 / \tau_{\text{и}}$	0,125
3.3	$\xi = 0,8$	-12		$0,87\tau_{\text{и}}$	$20,0 / \tau_{\text{и}}$	0,050
4	Косинусоидальное окно	-12	-23	$0,5\tau_{\text{и}}$	$\frac{\pi^2}{2\tau_{\text{и}}} \approx \frac{4,94}{\tau_{\text{и}}}$	0,202
5	Косинус- квадратичное окно	-18	-31,5	$0,375\tau_{\text{и}}$	$\frac{\pi^2}{2\tau_{\text{и}}} \approx \frac{4,94}{\tau_{\text{и}}}$	0,202
6	Косинус- кубическое окно	-24	-39,3	$5,0\tau_{\text{и}} / 16$	$\frac{9\pi^2}{16\tau_{\text{и}}} \approx \frac{5,55}{\tau_{\text{и}}}$	0,180
7	Квадрат-косинус- квадратичное окно	-30	-46,8	$35,0\tau_{\text{и}} / 128$	$\frac{80\pi^2}{128\tau_{\text{и}}} \approx \frac{6,17}{\tau_{\text{и}}}$	0,162
8	Окно Хэмминга	-6	-42,7	$\tau_{\text{и}} \left[ \frac{\alpha^2 + (1 - \alpha)^2}{2} \right] = 0,40\tau_{\text{и}}$	$\frac{2\pi^2(1 - \alpha)^2}{\tau_{\text{и}}} \approx 1,31 / \tau_{\text{и}}$	0,763
9	Окна Блэкмана, Блэкмана – Харри- са, Наталла, Блэк- мана – Наталла			$\tau_{\text{и}} \left[ b_0^2 + 2 \sum_{m=1}^M b_m^2 \right]$	$\frac{8\pi^2}{\tau_{\text{и}}} \times \sum_{m=1}^M m^2 b_m^2$	

Продолжение табл. 2 / Continuation of Table 2

№ п/п	Элементарный сигнал	Скорость убывания спектра $V$ , дБ/октава	УБЛ <sub>max</sub> спек- тра, дБ	$E_0$	$E_{0п}$	$k_{фн}$
9.1	Точное окно Блэкмана $b_0 = 7938/18608$ ; $2b_1 = 9240/18608$ ; $2b_2 = 1430/18608$	-6	-51	$0,30822\tau_{и}$	$5,333 / \tau_{и}$	0,188
9.2	Окно Блэкмана $b_0 = 0,42$ ; $2b_1 = -0,5$ ; $2b_2 = 0,08$	-18	-58,2	$0,30460\tau_{и}$	$5,440 / \tau_{и}$	0,184
9.3	$b_0 = 0,44959$ ; $2b_1 = 0,49364$ ; $2b_2 = 0,05677$	-6	-61	$0,32508\tau_{и}$	$5,064 / \tau_{и}$	0,198
9.4	$b_0 = 0,42323$ ; $2b_1 = 0,49755$ ; $2b_2 = 0,07922$	-6	-67	$0,30604\tau_{и}$	$5,382 / \tau_{и}$	0,186
9.5	$b_0 = 0,40243$ ; $2b_1 = 0,49804$ ; $2b_2 = 0,09831$ ; $b_3 = 0,00122$	-6	-74	$0,29080\tau_{и}$	$5,658 / \tau_{и}$	0,177
9.6	$b_0 = 0,35875$ ; $2b_1 = 0,48829$ ; $2b_2 = 0,14128$ ; $b_3 = 0,01168$	-6	-92	$0,25788\tau_{и}$	$6,280 / \tau_{и}$	0,159
9.7	Окно Наталла $b_0 = 0,355768$ ; $b_1 = 0,487396$ ; $2b_2 = 0,144232$ ; $b_3 = 0,012604$	-6	-93,8	$0,25510\tau_{и}$	$6,332 / \tau_{и}$	0,158
9.8	Окно Блэкмана – Наталла $b_0 = 0,363582$ ; $b_1 = 0,489178$ ; $2b_2 = 0,136600$ ; $b_3 = 0,010641$	-6	-98,7	$0,26123\tau_{и}$	$6,196 / \tau_{и}$	0,161

Продолжение табл. 2 / Continuation of Table 2

№ п/п	Элементарный сигнал	Скорость убывания спектра $V$ , дБ/октава	УБЛ <sub>max</sub> спек- тра, дБ	$E_0$	$E_{0п}$	$k_{фн}$
9.9	Окно с плоской вершиной спектра $b_0 = 0,21552$ ; $2b_1 = 0,41638$ ; $b_2 = 0,27802$ ; $2b_3 = 0,08362$ ; $2b_4 = 0,00646$	-6	-82,6	$0,17877\tau_{\text{н}}$	$9,522 / \tau_{\text{н}}$	0,105
10	Окна Кайзера – Бесселя			$\tau_{\text{н}} \left[ b_0^2 + 2 \sum_{m=1}^M b_m^2 \right]$	$\frac{8\pi^2}{\tau_{\text{н}}} \sum_{m=1}^M m^2 b_m^2$	
10.1	$\alpha = 2,0$ $b_0 = 0,48919357$ ; $b_1 = 0,24342205$ ; $b_2 = 0,01147993$ ; $b_3 = 0,00110388$ ; $b_4 = 0,00104817$ ; $b_5 = 0,00077072$ ; $b_6 = -0,00056912$ ; $b_7 = 0,00043230$	-6	-46,8	$0,35809\tau_{\text{н}}$	$4,996 / \tau_{\text{н}}$	0,20
10.2	$\alpha = 2,5$ $b_0 = 0,43963077$ ; $b_1 = 0,24899254$ ; $b_2 = 0,03166106$ ; $b_3 = -0,00045224$ ; $b_4 = -0,00010259$ ; $b_5 = 0,00016966$ ; $b_6 = -0,00015484$ ; $b_7 = 0,00012956$	-6	-57,8	$0,31927\tau_{\text{н}}$	$5,212 / \tau_{\text{н}}$	0,192
10.3	$\alpha = 3,0$ $b_0 = 0,40254800$ ; $b_1 = 0,24905998$ ; $b_2 = 0,04899625$ ; $b_3 = 0,00061234$ ; $b_4 = 0,00006608$ ; $b_5 = 0$ ; $b_6 = -0,0000217$ ; $b_7 = 0,00002625$	-6	-70,5	$0,29091\tau_{\text{н}}$	$5,656 / \tau_{\text{н}}$	0,177

Окончание табл. 2 / End of Table 2

№ п/п	Элементарный сигнал	Скорость убывания спектра $V$ , дБ/октава	УБЛ <sub>max</sub> спек- тра, дБ	$E_0$	$E_{0п}$	$k_{фн}$
10.4	$\alpha = 3,5$ $b_0 = 0,37347736$ ; $b_1 = 0,24643151$ ; $b_2 = 0,06333748$ ; $b_3 = 0,00350536$ ; $b_4 = -0,00000449$ ; $b_5 = 0,00001198$	-6	-8,5	$0,26899\tau_{и}$	$6,062 / \tau_{и}$	0,165
11	Гибридное окно Бартлетта – Ханна $a_0 = 0,62$ ; $a_1 = 0,48$ ; $a_2 = 0,38$	-6	-35,6	$0,4623\tau_{и}$	$4,54 / \tau_{и}$	0,220
12	Окно Рисса	-12	-21,3	$0,53\tau_{и}$	$3,20 / \tau_{и}$	0,313
13	Окно Римана	-12	-26	$0,4515\tau_{и}$	$1,75 / \tau_{и}$	0,571
14	Окно Валле – Пус- сена	-24	-53	$0,449\tau_{и}$	$4,16 / \tau_{и}$	0,240
15	Окно Бомана	-24	-46,2	$0,293\tau_{и}$	$\tau_{и}$	0,101
16	Окно Пуассона			$\frac{\tau_{и}(1-e^{-\alpha})}{2\alpha}$	$\frac{2\alpha(1-e^{-2\alpha})}{\tau_{и}}$	
16.1	$\alpha = 2,0$	-6	-31,3	$0,216\tau_{и}$	$3,92 / \tau_{и}$	0,255
16.2	$\alpha = 3,0$	-6	-24,0	$0,238\tau_{и}$	$5,99 / \tau_{и}$	0,166
16.3	$\alpha = 4,0$	-6	-19,2	$0,245\tau_{и}$	$8,0 / \tau_{и}$	0,125
17	Окно Хеннинга– Пуассона					
17.1	$\alpha = 0,5$	-18	-39,8	$0,32\tau_{и}$	$3,42 / \tau_{и}$	0,094
17.2	$\alpha = 1,0$	-18	-35,4	$0,25\tau_{и}$	$3,05 / \tau_{и}$	0,082
17.3	$\alpha = 2,0$	-18	БЛ нет	$0,18\tau_{и}$	$2,98 / \tau_{и}$	0,060
18	Окно Гаусса			$\frac{\tau_{и}\sqrt{\pi}}{2\alpha} \operatorname{erf}(\alpha)$	$\frac{\alpha}{\tau_{и}} \left[ \sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\alpha) - 2\alpha \exp(-\alpha^2) \right]$	
18.1	$\alpha = 2,5$	-6	-43,5	$0,3694\tau_{и}$	$4,593 / \tau_{и}$	0,218
18.2	$\alpha = 3,0$	-6	-56,2	$0,3695\tau_{и}$	$5,543 / \tau_{и}$	0,181
18.3	$\alpha = 3,5$	-6	-71,1	$0,3696\tau_{и}$	$6,468 / \tau_{и}$	0,155
19	Окно Тьюки			$\tau_{и}(1-1,25\alpha)$	$\pi^2 / (4\alpha\tau_{и})$	
19.1	$\alpha = 0,375$	-18	-13,7	$0,531 \tau_{и}$	$6,61 / \tau_{и}$	0,152
19.2	$\alpha = 0,250$	-18	-15,2	$0,688 \tau_{и}$	$9,87 / \tau_{и}$	0,101
19.3	$\alpha = 0,125$	-18	-19,5	$0,843 \tau_{и}$	$19,74 / \tau_{и}$	0,050

### 3. Рекомендации по выбору ЭС

Если критерий предпочтения при выборе элементарных сигналов не очевиден, то можно предложить выбор сигнала по двум показателям: наибольшей скорости убывания спектра и наименьшему значению  $k_{\text{фн}}$ . Для решения этой задачи множество значений  $\{V, k_{\text{фн}}\}$  разбивается на множества худших и нехудших вариантов путем применения безусловного критерия предпочтения, и далее используется метод прямоугольников [15], который заключается в следующем.

1. Показатели  $V$  и  $k_{\text{фн}}$  откладывают по осям координатной плоскости в возрастающем порядке.

2. Точки множества  $\{V, k_{\text{фн}}\}$  располагают на этой плоскости.

3. Проводят вертикальную прямую через самую левую точку множества. Если на этой прямой оказалось несколько точек, выбирают самую нижнюю ( $A_1$ ).

4. Проводят горизонтальную прямую через самую нижнюю точку множества. Если на этой прямой оказалось несколько точек, выбирают самую левую ( $A_2$ ). Найденные таким образом точки ( $A_1, A_2$ ) являются крайними точками левой нижней границы. Точку пересечения проведенных прямых назовем  $B$ .

5. Через точки ( $A_1, A_2$ ) проводят соответственно горизонтальную и вертикальную линии до их пересечения в точке  $C$ . Все точки, лежащие вне получившегося прямоугольника, исключаются из дальнейшего отбора.

6. Внутри прямоугольника ( $A_1CA_2B$ ) проводят вертикальную прямую через самую левую точку (или точки) и горизонтальную прямую через самую нижнюю точку (или точки). Тогда самая левая точка на горизонтальной прямой ( $A_3$ ) и самая нижняя точка на вертикальной прямой ( $A_4$ ) будут следующими точками нижней левой границы.

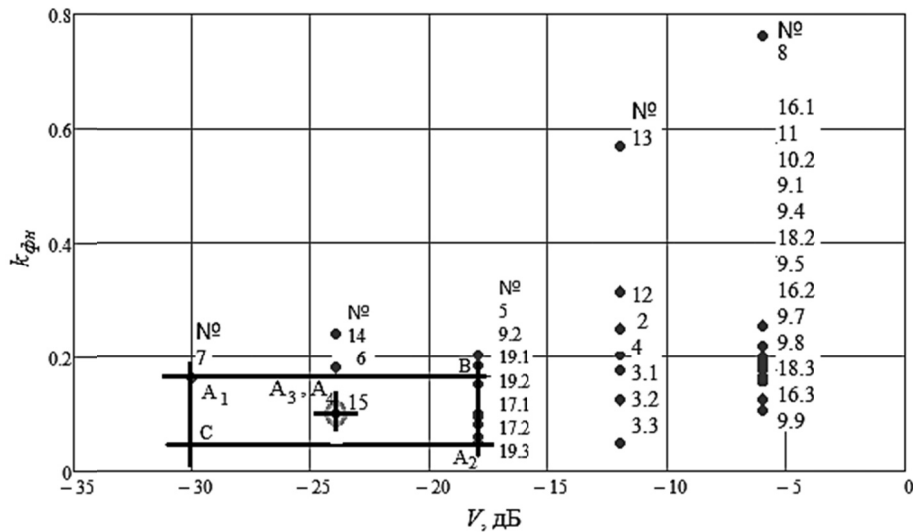


Рис. 1 – Пример поиска элементарного сигнала с минимальными  $V$  и  $k_{\text{фн}}$

Fig. 1 – Example of searching for an elementary signal with minimal  $V$  and  $k_{\text{фн}}$

7. Пункты 3–6 повторяют, пока не будет продолжений. Таким образом, находят точку множества с минимальными значениями  $V$  и  $k_{\text{фн}}$ . Если при вычислении получается несколько пар показателей с одинаковыми значениями, то считается, что сигналы идентичны по своим характеристикам и можно выбрать любой из них.

Решение этой задачи для сигналов из табл. 1 иллюстрируется рисунком. Результат решения – выбор по двум критериям сигнала № 15 (Бомана) со значениями  $V = -24$  дБ/октава и  $k_{\text{фн}} = 0,101$ .

Метод выбора ЭС может быть использован и для других приводимых в литературе сигналов, например, описанных в [11].

### Заключение

Из приведенных результатов следует вывод, что применение тех или иных элементарных сигналов зависит от критериев предпочтения. Если более важным требованием к системе является обеспечение меньших внеполосных излучений, то можно пойти на некоторое увеличение погрешности измерения временного положения, используя сигналы  $\cos^4 x$ ,  $\cos^3 x$ , Валле – Пуссена или Бомана вместо, например, сигнала Тьюки со значением  $\alpha = 0,125$ . Следует, однако, иметь в виду, что каждый из этих сигналов имеет примерно в 3 раза меньшую энергию, чем прямоугольный импульс той же длительности.

При необходимости выбор сигнала по двум показателям: наибольшей скорости убывания спектра и наименьшему значению  $k_{\text{фн}}$  может быть осуществлен на основе безусловного критерия предпочтения.

### ЛИТЕРАТУРА

1. **Ипатов В.П.** Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов: принципы и приложения. – М.: Техносфера, 2007. – 488 с.
2. Помехоустойчивость систем радиосвязи с расширением спектра сигналов модуляцией несущей псевдослучайной последовательностью / В.И. Борисов, В.М. Зинчук, А.Е. Лимарев, Н.П. Мухин, Г.С. Нахмансон; под ред. В.И. Борисова. – М.: Радио и связь, 2003. – 640 с.
3. **Sarwate D., Pursley M.** Crosscorrelation properties of pseudorandom and related sequences // *Proceeding of the IEEE*. – 1980. – Vol. 68, N 12. – P. 593–619. – DOI: 10.1109/PROC.1980.11697.
4. **Fan P., Darnell M.** Sequence design for communications applications. – New York: John Wiley & Sons, 1996. – 493 p.
5. **Гуревич М.С.** Спектры радиосигналов. – М.: Связьиздат, 1963. – 312 с.
6. **ГОСТ Р 50016–92.** Совместимость технических средств электромагнитная. Требования к ширине полосы радиочастот и внеполосным излучениям радиопередатчиков. Методы измерений и контроля. – М.: Изд-во стандартов, 1993. – 61 с.
7. **Макаров С.Б., Цикин И.А.** Передача дискретных сообщений по радиоканалам с ограниченной полосой пропускания. – М.: Радио и связь, 1988. – 304 с.
8. **Хайло Н.С., Кривецкий А.В., Вострецов А.Г.** Асимптотически робастный инвариантный алгоритм демодуляции DPSK-сигналов при воздействии внешних помех с априорно неопределенными параметрами // Доклады АН ВШ РФ. – 2022. – № 2 (55). – С. 46–59. – DOI: 10.17212/1727-2769-2022-2-46-59.
9. Справочник по радиолокации. В 4 т. Т. 1. Основы радиолокации / ред. М. Сколник; пер. с англ. под ред. Я.С. Ицхоки. – М.: Советское радио, 1976. – 456 с.

10. Harris F. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform // *Proceeding of the IEEE*. – 1978. – Vol. 66, N 1. – P. 51–83. – DOI: 10.1109/PROC.1978.10837.
11. Дворкович В.П., Дворкович А.В. Оконные функции для гармонического анализа сигналов. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Техносфера, 2016. – 208 с.
12. Фалькович С.Е. Прием радиолокационных сигналов на фоне флуктуационных помех. – М.: Советское радио, 1961. – 312 с.
13. Ширман Я.Д., Голиков В.Н. Основы теории обнаружения радиолокационных сигналов и измерения их параметров. – М.: Советское радио, 1963. – 278 с.
14. Трифонов А.П., Шинаков Ю.С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. – М.: Радио и связь, 1986. – 264 с.
15. Гуткин Л.С. Оптимизация радиоэлектронных устройств по совокупности показателей качества. – М.: Советское радио, 1975. – 368 с.

### ON THE CHOICE OF ELEMENTARY SIGNALS FOR COMPLEX SIGNAL RADIO SYSTEMS

Zubarev V.Yu.<sup>1</sup>, Ponomarenko B.V.<sup>1</sup>, Vostretsov A.G.<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>*Russia Navigator Company, Saint-Petersburg, Russia*

<sup>2</sup>*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

<sup>3</sup>*Chinakal Institute of Mining of the Siberian Branch of the RAS, Novosibirsk, Russia*

It widely uses complex signals based on code sequences in digital communication and radar systems. It pays most attention to code sequences analysis, synthesis, and implementation while developing such systems. Significantly less attention is paid to the shape of elementary signals (ES) constituting a complex signal. This work aims at a comparative analysis of the parameters of several known ES in terms of the rate of spectrum decrease and the accuracy of measuring the time position. Recommendations are given for choosing the best ES based on the criterion of unconditional preference. This paper aims in comparative parameter analysing of several known ESs from spectrum decrease rate and time position measurement accuracy points of view. Recommendations are given on choosing the best ES based on the unconditional preference criterion.

**Keywords:** mobile data transmission systems, complex signals, signal format, noise, interference, modulation, demodulation, noise immunity.

DOI: 10.17212/1727-2769-2023-1-39-55

### REFERENCES

1. Ipatov V.P. *Shirokopolosnye sistemy i kodovoe razdelenie signalov: printsipy i prilozheniya* [Broadband systems and code separation of signals. Principles and applications]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2007. 488 p.
2. Borisov V.I., ed. *Pomekhoustoichivost' sistem radiosvyazi s rasshireniem spektra signalov modulyatsiei nesushchei psevdosluchainoi posledovatel'nost'yu* [Noise immunity of radio communication systems with the expansion of the signal spectrum by carrier modulation pseudorandom sequence]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 2003. 640 p.
3. Sarwate D., Pursley M. Crosscorrelation properties of pseudorandom and related sequences. *Proceeding of the IEEE*, 1980, vol. 68, no. 12, pp. 593–619. DOI: 10.1109/PROC.1980.11697.
4. Fan P., Darnell M. *Sequence design for communications applications*. New York, John Wiley & Sons, 1996. 493 p.
5. Gurevich M.S. *Spektry radiosignalov* [Radio signal spectra]. Moscow, Svyaz'izdat Publ., 1963. 312 p.
6. State Standard R 50016–92. *Electromagnetic compatibility of technical means. Requirements for the bandwidth of radio frequencies and out-of-band radiations of radio transmitters. Measurement and control methods*. Moscow, Standards Publ., 1993. 61 p. (In Russian).

7. Makarov S.B., Tsikin I.A. *Peredacha diskretnykh soobshchenii po radiokanalam s ograni-chennoi polosoi propuskaniya* [Transmission of discrete messages over radio channels with limited bandwidth]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1988. 304 p.
8. Khailo N.S., Krivetsky A.V., Vostretsov A.G. Asimptoticheski robustnyi invariantnyi algoritm demodulyatsii DPSK-signalov pri vozdeistvii vneshnikh pomekh s apriorno neo-predelennymi parametrami [An asymptotically robust invariant algorithm for demodulation of DPSK signals under external interference with a priori uncertain parameters]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii = Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2022, no. 2 (55), pp. 46–59. DOI: 10.17212/1727-2769-2022-2-46-59.
9. Skolnik M., ed. *Spravochnik po radiolokatsii*. V 4 t. T. 1. *Osnovy radiolokatsii* [Radar hand-book. In 4 vols. Vol. 1]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1976. 456 p. (In Russian).
10. Harris F. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform. *Proceeding of the IEEE*, 1978, vol. 66, no. 1, pp. 51–83. DOI: 10.1109/PROC.1978.10837.
11. Dvorkovich V.P., Dvorkovich A.V. *Okonnye funktsii dlya garmonicheskogo analiza signalov* [Window functions for harmonic signal analysis]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2016. 208 p.
12. Fal'kovich S.E. *Priem radiolokatsionnykh signalov na fone fluktuatsionnykh pomekh* [Receiving of radar signals against the background of fluctuation interference]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1961. 312 p.
13. Shirman Ya.D., Golikov V.N. *Osnovy teorii obnaruzheniya radiolokatsionnykh signalov i izmereniya ikh parametrov* [Fundamentals of the theory of radar signal detection and measurement of their parameters]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1963. 278 p.
14. Trifonov A.P., Shinakov Yu.S. *Sovmestnoe razlichenie signalov i otsenka ikh parametrov na fone pomekh* [Joint discrimination of signals and evaluation of their parameters against the background of interference]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1986. 264 p.
15. Gutkin L.S. *Optimizatsiya radioelektronnykh ustroystv po sovokupnosti pokazatelei kachestva* [Optimization of radio-electronic devices based on a set of quality indicators]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1975. 368 p.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Зубарев Владимир Юрьевич** – родился в 1976 году, начальник сектора, АО «Навигатор». Область научных интересов: радионавигационные системы, синтез и обработка сигналов. Опубликовано 5 научных работ (Адрес: 199106, Россия, г. Санкт-Петербург, Шкиперский проток, д. 14, литера 3, корпус 19. E-mail: vzubarev@navigat.ru).

**Zubarev Vladimir Yurievich** (b. 1976) – Head of the Sector, Navigator JSC. Research interests: radio navigation systems, signal synthesis and processing. 5 scientific papers have been published (Address: letter Z, block 19, 14, Shkiperskiy protok, Saint-Petersburg, 199106, Russia. E-mail: vzubarev@navigat.ru).



**Пономаренко Борис Викторович** – родился в 1947 году, д-р техн. наук, старший научный сотрудник, главный научный сотрудник, АО «Навигатор». Область научных интересов: радионавигационные системы, обработка сигналов. Опубликовано 140 научных работ. (Адрес: 199106, Россия, г. Санкт-Петербург, Шкиперский проток, д. 14, литера 3, корпус 19. E-mail: bereza51@mail.ru).

**Ponomarenko Boris Viktorovich** (b. 1947) – Doctor of Sciences (Eng.), Chief Researcher, Navigator JSC. Research interests: radio navigation systems, signal processing. 140 scientific papers have been published. (Address: letter Z, block 19, 14, Shkiperskiy protok, Saint-Petersburg, 199106, Russia. E-mail: bereza51@mail.ru.)





**Вострецов Алексей Геннадьевич** – родился в 1955 году, д-р техн. наук, профессор, советник ректората Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: теория устойчивого обнаружения, различения и оценки сигналов в условиях априорной неопределенности. Опубликовано более 150 научных работ, в том числе 3 монографии. (Адрес: Россия, 630073, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: [vostreczov@corp.nstu.ru](mailto:vostreczov@corp.nstu.ru)).

**Vostretsov Aleksey Gennadevich** (b. 1955) – Doctor of Sciences (Eng.), professor, rector's adviser at Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on the statistical theory of signal processing in condition of a priori uncertainty. He has above 150 publications including 5 monographs. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: [vostreczov@corp.nstu.ru](mailto:vostreczov@corp.nstu.ru).)

*Статья поступила 01 февраля 2023 г.  
Received February 01, 2023*

---

To Reference:

Zubarev V.Yu., Ponomarenko B.V., Vostretsov A.G. O vybore elementarnykh signalov dlya radiosistem so slozhnymi signalami [On the choice of elementary signals for complex signal radio systems]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii = Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2023, no. 1 (58), pp. 39–55. DOI: 10.17212/1727-2769-2023-1-39-55.