

519.6:621.391

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ ИНТЕРПОЛИРОВАННЫХ
ПОЛОСНО-ЗАГРАЖДАЮЩИХ ФИЛЬТРОВ ДЛЯ НЕЧЕТНЫХ
СПЕКТРАЛЬНЫХ ЗОН****Е.Г. Скулина, И.С. Савиных***Новосибирский государственный технический университет*

Рассмотрены интерполированные полосно-заграждающие КИХ-фильтры. Предложена структурная схема интерполированного полосно-заграждающего КИХ-фильтра для нечетных спектральных зон. Использование предложенной структуры позволит уменьшить количество коэффициентов фильтра по сравнению с референсным фильтром, рассчитанным классическим методом, а именно позволит уменьшить требования к вычислительным ресурсам. Для предложенной структуры получены соотношения для определения коэффициента вычислительной эффективности и коэффициента увеличения количества регистров. В предложенной работе были определены следующие значения: оптимальный коэффициент интерполяции, максимальный коэффициент вычислительной эффективности и коэффициент увеличения количества регистров при оптимальном коэффициенте интерполяции. В полученных соотношениях для синтеза интерполированного полосно-заграждающего КИХ-фильтра используются значения полосы заграждения и центральной частоты режекции. Также было проведено сравнение интерполированного полосно-заграждающего фильтра для нечетных спектральных зон, синтезированного по предложенной структуре и референсного полосно-заграждающего фильтра, рассчитанного классическим методом. В результате исследования было установлено, что предложенную структуру рационально применять при определенных условиях. Полученная структура интерполированного полосно-заграждающего КИХ-фильтра является эффективной с вычислительной точки зрения, однако данная структура не является универсальной. Основным ограничением для применения полученной структуры является дискретность переключения между спектральными зонами и необходимость точной подстройки центральной частоты режекции.

Ключевые слова: конечная импульсная характеристика, интерполированный фильтр, коэффициент интерполяции, полосно-заграждающий фильтр, метод частотного маскирования, амплитудно-частотная характеристика.

DOI: 10.17212/1727-2769-2023-1-56-66

Введение

Полосно-заграждающие фильтры (ПЗФ) широко применяются для подавления помех в цифровой обработке сигналов [1]. Цифровые фильтры часто делят на два типа: фильтры с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтры) и с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ-фильтры) [2–4].

КИХ-фильтры предпочтительнее БИХ-фильтров по следующим причинам. Во-первых, КИХ-фильтры реализуются с действительно линейной фазочастотной характеристикой, а именно могут не вносить фазовых искажений. Во-вторых, КИХ-фильтры всегда устойчивы, т. е. нет необходимости в проверке их на устойчивость. В-третьих, КИХ-фильтры в меньшей степени подвержены эффектам конечной разрядности, т. е. ошибки округления в КИХ-фильтрах накапливаются в меньшей степени, чем в БИХ-фильтрах [2–5].

Определяющим для цифровой обработки сигналов является отсутствие фазовых искажений [1]. Поэтому, несмотря на высокие требования к вычисли-

тельном ресурсам для расчета отклика фильтра, применяют именно КИХ-фильтры [2–4].

Для уменьшения вычислительных затрат при расчете отклика фильтра широко применяются интерполированные фильтры [3–4].

1. Постановка проблемы

В [6–8] предложены каскадные структуры интерполированных фильтров нижних частот (ФНЧ). Использование этих структур позволяет уменьшить вычислительную сложность расчета отклика. Однако данные структуры не применимы для реализации ПЗФ из-за узкой полосы (полос) пропускания.

В [10] предложена структура ФНЧ, которая предположительно может быть использована для реализации фильтра с широкой полосой (полосами) пропускания. Поэтому необходимо рассмотреть эту структуру и на ее основе предложить структуру для синтеза ПЗФ. Кроме того, для оценки целесообразности применения предложенной структуры необходимо определить ее оптимальные параметры и эффективность с вычислительной точки зрения. А также необходимо провести экспериментальную оценку полученных соотношений и синтезировать ПЗФ.

2. Структурная схема

При синтезе КИХ-фильтра определяются отсчеты его импульсной характеристики (ИХ), они же являются коэффициентами этого фильтра. Отсчеты выходного сигнала находят из следующего соотношения:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} h[k]x[n-k]. \quad (1)$$

Отклик классического КИХ-фильтра, как правило, вычисляется непосредственно через выражение линейной свертки (1), и его структура показана на рис. 1.

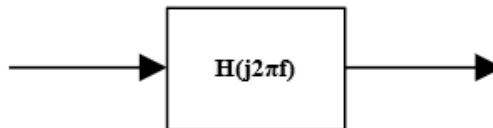


Рис. 1 – Структура классического фильтра с вычислительной точки зрения

Fig. 1 – The structure of a classical filter from a computational point of view

Для этой структуры чем больше порядок фильтра, тем больше операций сложения и умножения необходимо осуществить, что приводит к большим временным и/или финансовым затратам.

Для ФНЧ предложена структура, которая потенциально может быть использована для реализации фильтра с широкой полосой пропускания и которая в сравнении с классическим методом позволяет уменьшить количество операций сложения и умножения за счет интерполяции [10]. Данная структура представлена на рис. 2.

На основании структуры, рассмотренной в [10], предлагается структура интерполированного ПЗФ для нечетных спектральных зон (рис. 3), которая по количеству каскадов и по идее совпадает со структурой, предложенной в [10], но с другими типами блоков внутри.

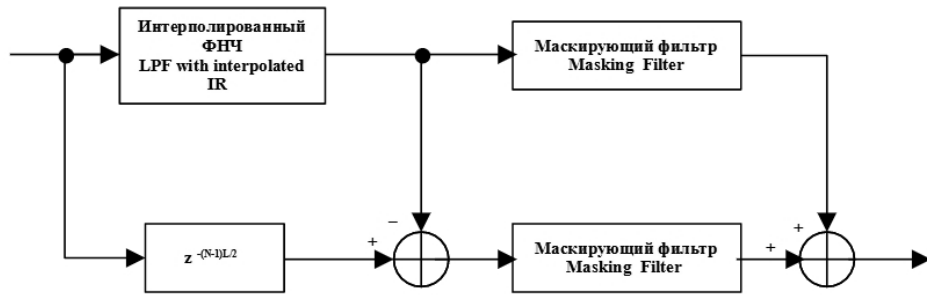


Рис. 2 – Структура фильтра, синтезированного с использованием метода частотного маскирования (Y. C. Lim)

Fig. 2 – The structure of a filter synthesized using the frequency masking method (Y. C. Lim)

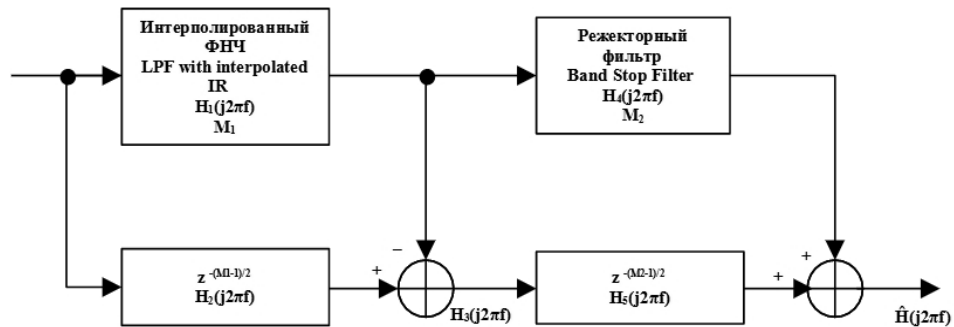


Рис. 3 – Структура интерполированного полосно-заграждающего фильтра

Fig. 3 – The structure of an interpolated band-stop filter

Эта структура состоит из ФНЧ с интерполированной ИХ, фильтра, подавляющего побочную полосу пропускания и двух линий задержки, необходимых для организации синфазной обработки сигнала.

Промежуточные и результирующая передаточные функции изображены на рис. 4. Предполагается, что все частоты нормированы на частоту дискретизации.

Из рис. 4 видно, что классический и интерполированный ПЗФ имеют близкие частотные характеристики, когда полоса заграждения численно равна двум полосам пропускания ФНЧ с интерполированной ИХ и когда центральная частота полосы заграждения определяется выражением

$$\Delta f_{SB} = 2\Delta f_{BW} \text{ и } f_0 = \frac{k+1}{2L}. \quad (2)$$

где Δf_{SB} – полоса заграждения; Δf_{BW} – полоса пропускания ФНЧ с интерполированной ИХ; f_0 – центральная частота полосы заграждения; L – коэффициент интерполяции; $k < L/2$ (на рис. 4 $k=1$, но нет препятствий для подавления любой из полос пропускания, меньшей половины частоты дискретизации), причем k и L – целые числа.

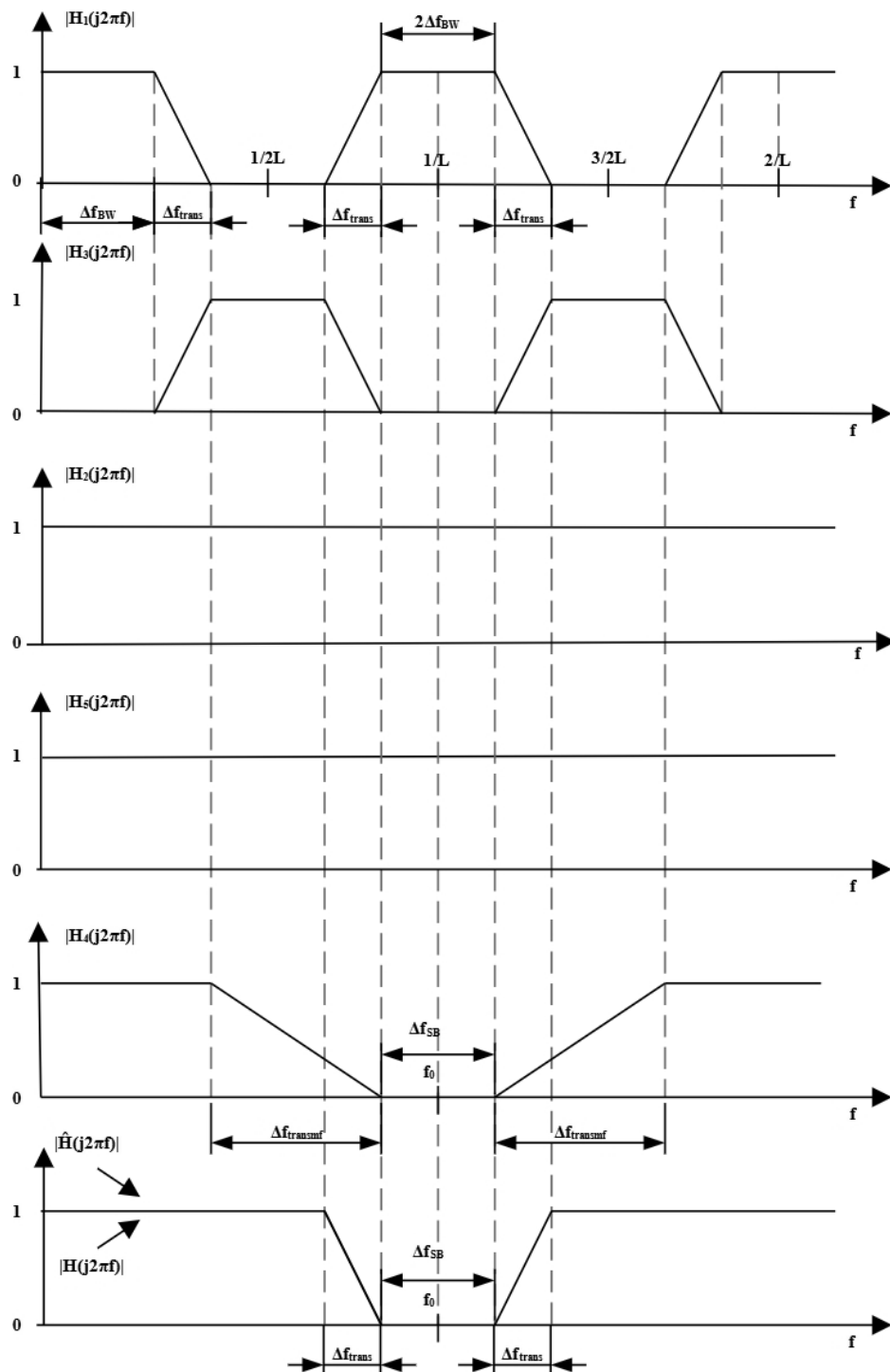


Рис. 4 – Промежуточные и результирующая передаточные функции в предложенной структуре

Fig. 4 – Intermediate and resulting transfer functions in the proposed structure

3. Вычислительная эффективность

Количество коэффициентов, требуемых для реализации импульсной характеристики классического КИХ-фильтра, определяется соотношением (3). При этом будем считать, что количество коэффициентов фильтра заметно больше единицы:

$$N = \frac{K_{met}}{\Delta f_{trans}}, \quad (3)$$

где Δf_{trans} – полоса перехода исходного фильтра; K_{met} – коэффициент, определяемый используемым методом синтеза фильтра.

Тогда количество коэффициентов, требуемых для реализации ИХ предложенного КИХ-фильтра, определяется соотношением

$$M = M_1 + M_2 = \frac{K_{met}}{L\Delta f_{trans}} + \frac{K_{met}}{\Delta f_{transmf}}, \quad (4)$$

где $\Delta f_{transmf}$ – полоса перехода фильтра, подавляющего выбранную полосу пропускания.

Коэффициент вычислительной эффективности интерполированного фильтра определим по соотношению требуемого количества операций умножения для референсного фильтра и интерполированного:

$$E = E_* = \frac{N}{M}. \quad (5)$$

Подставим (3) и (4) в (5) и получим

$$E = \frac{1}{\frac{1}{L} + \frac{\Delta f_{trans}}{\Delta f_{transmf}}}. \quad (6)$$

Из рис 4 следует, что

$$\Delta f_{transmf} = \frac{1}{L} - \Delta f_{SB} - \Delta f_{trans}. \quad (7)$$

Подставим значение (7) в (6) и получим соотношение для нахождения коэффициента вычислительной эффективности интерполированного фильтра

$$E = \frac{L(1 - L(\Delta f_{SB} + \Delta f_{trans}))}{1 - L(\Delta f_{SB} + \Delta f_{trans}) + \Delta f_{trans}}^2. \quad (8)$$

Для того чтобы произвести оценку увеличения требуемой памяти, определим коэффициент увеличения регистров как соотношение минимально необходимого количества ячеек памяти для предложенной структуры и референсной:

$$U_{\min} = \frac{2LM_1 + 2M_2}{N}. \quad (9)$$

Подставляя значения M_1 , M_2 и N в (9), получим

$$U = 2 \left(1 + \frac{\Delta f_{trans} L}{1 - L(\Delta f_{SB} + \Delta f_{trans})} \right). \quad (10)$$

Будем рассматривать случай, когда увеличение вычислительной эффективности предпочтительнее уменьшения объема памяти. Предположим, что полосы перехода и заграждения задаются в качестве исходных данных при расчете коэффициентов фильтра. Поэтому определим коэффициент интерполяции исходя из условия минимизации вычислительных затрат, требуемых для расчета отклика интерполированного ПЗФ.

4. Оптимальный коэффициент интерполяции

Для определения оптимального коэффициента интерполяции L_{opt} найдем производную по L из (8) для коэффициента вычислительной эффективности и приравняем ее к нулю.

В результате получим

$$\left((\Delta f_{SB} + \Delta f_{trans})^2 - \Delta f_{trans}\right)L^2 - 2L(\Delta f_{SB} + \Delta f_{trans}) + 1 = 0. \quad (11)$$

Найдя корни уравнения (11), получим

$$L_{1,2} = \frac{1}{(\Delta f_{SB} + \Delta f_{trans}) \mp \sqrt{\Delta f_{trans}}}. \quad (12)$$

Коэффициент интерполяции должен быть положительным числом, поэтому оптимальный коэффициент интерполяции

$$L_{opt} = \frac{1}{(\Delta f_{SB} + \Delta f_{trans}) + \sqrt{\Delta f_{trans}}}. \quad (13)$$

В (8) подставляем найденный оптимальный коэффициент интерполяции (13), упрощая, получаем максимальный коэффициент вычислительной эффективности

$$E_{\max} = \frac{1}{(\Delta f_{SB} + \Delta f_{trans}) + 2\sqrt{\Delta f_{trans}}}. \quad (14)$$

Подставив (14) в (10) и упростив, получим коэффициент увеличения регистров при оптимальном коэффициенте интерполяции

$$U(L = L_{opt}) = 2\left(1 + \sqrt{\Delta f_{trans}}\right). \quad (15)$$

5. Экспериментальные результаты

Для того чтобы оценить полученные ранее результаты, было рассмотрено два фильтра. Один был рассчитан референсным методом, второй был рассчитан с помощью предложенной структуры. Коэффициенты фильтров были найдены методом взвешивания (взвешивающая функция Хэмминга).

Для примера были приняты следующие исходные данные: центральная частота 50 Гц, ширина полосы заграждения 10 Гц, ширина полосы пропускания 5 Гц, частота дискретизации 500 Гц, минимальное затухание в полосе заграждения 40 дБ, максимальная неравномерность в полосе пропускания 0,1 дБ.

В ходе работы были получены следующие результаты.

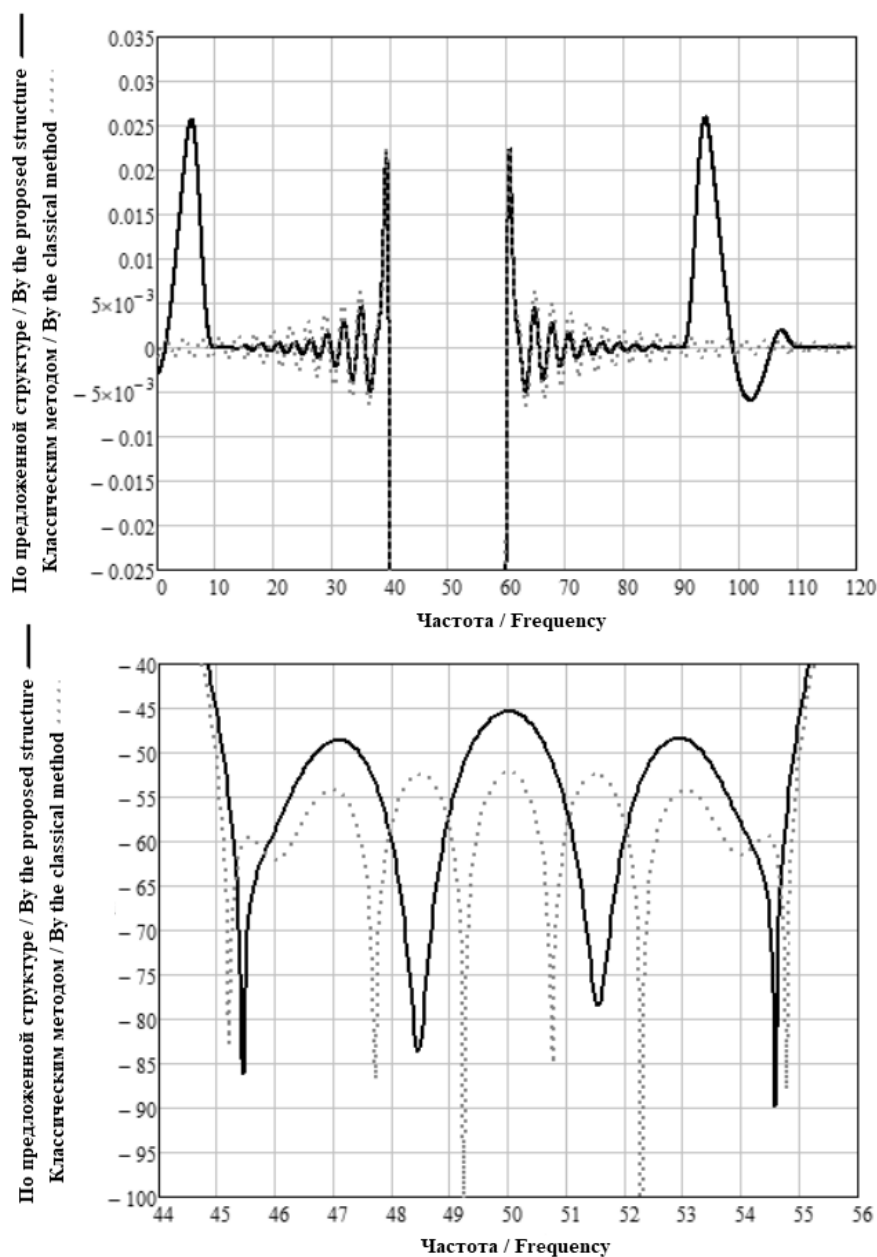


Рис. 5 – Амплитудно-частотная характеристика полосно-заграждающего фильтра, рассчитанного по предложенной структуре, и амплитудно-частотная характеристика полосно-заграждающего фильтра, рассчитанного классическим методом в логарифмическом масштабе

Fig. 5 – The frequency response of Band Stop Filter calculated by the proposed structure and the frequency response of Band Stop Filter calculated by the classical method on a logarithmic scale

Из рис. 5 видно, что неравномерность в полосе пропускания для интерполированного фильтра становится больше, чем у референсного, однако это увеличение не превышает двух раз. Если перевести в относительные единицы, то пульсации

в полосе пропускания и в полосе заграждения равны и соответствуют уровню бокового лепестка Функции Хэмминга -43 дБ.

При вычислении предложенного интерполированного полосно-заграждающего фильтра теоретический коэффициент интерполяции $L_{opt} = 8,33$, а фактически применимый коэффициент интерполяции $L = 10$.

Максимальная теоретически достижимая вычислительная эффективность составила $E_{max} = 4,348$, а фактически полученное значение $E = 4,118$.

Коэффициент увеличения регистров при оптимальном коэффициенте интерполяции $U(L = L_{opt}) = 2,2$, а полученное значение $U = 2,278$.

При этом количество коэффициентов референсного фильтра составило $N = 331$, а количество коэффициентов интерполированного фильтра $M_1 = 33$ и $M_2 = 43$.

По количеству операций умножений и сложений выигрыш составляет 411% . Это фактически разновидность алгоритма, который позволяет обеспечить большую вычислительную эффективность за счет увеличения объема памяти.

6. Обсуждение результатов

Анализируя (2), можно прийти к выводу, что для предложенной структуры центральная частота полосы режекции изменяется дискретно, что накладывает определенные ограничения на реализуемость предложенной структуры. Также из (2) и рис. 4 можно получить соотношение для определения максимального значения коэффициента интерполяции

Кроме того, анализируя (15) и (16), можно прийти к выводу, что максимально возможный коэффициент вычислительной эффективности увеличивается при уменьшении ширины полосы заграждения и ширины полосы перехода интерполированного фильтра.

Следует отметить, что оптимальный коэффициент интерполяции, приведенный в (13), в общем случае является дробным, однако это физически нереализуемо. Поэтому при реализации фильтра следует выбирать округленное значение оптимального коэффициента интерполяции. Вследствие этого максимальное значение коэффициента вычислительной эффективности, приведенное в соотношении (14), фактически является теоретическим пределом для заданной ширины полос заграждения и перехода, так как после округления коэффициент вычислительной эффективности станет меньше.

Заключение

Предложена структура интерполированного ПЗФ для нечетных спектральных зон.

Использование предложенной структуры позволит сократить количество коэффициентов фильтра по сравнению с референсным фильтром, рассчитанным классическим методом.

Для предложенной структуры были получены соотношения вычислительной эффективности, увеличения количества регистров и оптимальный коэффициент интерполяции, в зависимости от ширины полос заграждения и перехода.

Также было синтезировано два фильтра. Первый был рассчитан по предложенной структуре, второй фильтр был рассчитан классическим методом. В результате сравнения была продемонстрирована работоспособность соотношений, которые наглядно показали целесообразность использования данной структуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Sklar B.** Digital communications: fundamentals and applications. – 2nd ed. – Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall PTR, 2001. – 1079 p.
2. **Ifeachor E.C., Jervis B.W.** Digital signal processing: a practical approach. – New York: Prentice Hall, 2002. – 933 p.
3. **Lyons R.G.** Understanding digital signal processing. – Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2011. – 954 p.
4. **Antoniu A.** Digital signal processing. – McGraw-Hill, 2006. – 966 p.
5. **Harris F.** Multirate signal processing for communication systems. – Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2004. – 478 p.
6. **Neuvo Y., Dong C.Y., Mitra S.K.** Interpolated finite impulse response filters // IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing. – 1984. – Vol. ASSP-32. – P. 563–570.
7. **Saramaki T., Neuvo Y., Mitra S.K.** Design of computationally efficient interpolated FIR filters // IEEE Transactions on Circuits and Systems. – 1988. – Vol. 35, N 1. – P. 70–88.
8. **Mehrnia A., Willson A.N.** On optimal IFIR filter design // 2004 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS). – IEEE, 2004. – Vol. 3. – P. 133–136.
9. **Rajan G., Neuvo Y., Mitra S.K.** On the design of sharp cutoff wide-band FIR filters with reduced arithmetic complexity // IEEE Transactions on Circuits and Systems. – 1988. – Vol. 35, N 11. – P. 1447–1454.
10. **Lim Y.C.** Frequency-response masking approach for the synthesis of sharp linear phase digital filters // IEEE Transactions on Circuits and Systems. – 1986. – Vol. 33, N 4. – P. 357–364.
11. **Skulina E.G., Savinykh I.S.** Computational efficiency of interpolated band-stop filters // 2020 1st International Conference Problems of Informatics, Electronics, and Radio Engineering (PIERE). – Novosibirsk, Russia, 2020. – P. 13–16.

COMPUTATIONAL EFFICIENCY OF INTERPOLATED BAND STOP FILTERS FOR ODD SPECTRAL BANDS

Skulina E.G., Savinykh I.S.

Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

Interpolated band stop FIR filters are excluded. A block diagram of an interpolated band stop FIR filter for odd spectral regions is proposed. The use of the proposed maximum allowable value of the filter coefficient in comparison with the reference filter calculated by the classical method, namely the maximum allowable value of the quantitative limitation to the computing resource. For the proposed structure, relations are obtained to determine the coefficient of computational efficiency and the coefficient of increase in the number of registers. In the proposed work, the following values were determined: the optimal interpolation coefficient, the maximum coefficient of computational efficiency and the coefficient of increase in the number of registers at the optimal interpolation coefficient. In the obtained relations for the synthesis of the interpolated band-stop FIR filter, the values of the stop band and the central frequency of the rejection are used. We also compared the interpolated band stop filter for odd spectral zones, synthesized according to the proposed structure, and the reference band stop filter calculated by the classical method. As a result of the study, it was found that the proposed nature is used under specific conditions. The obtained structure of the interpolated band stop FIR filter is optimal from a computational point of view, however, the calculated structure is not universal. The main limitation for the application of the resulting structure is the discreteness of switching between spectral zones and the need for fine tuning of the center rejection frequency.

Keywords: finite impulse response, interpolated filter, interpolation coefficient, Band Stop Filter, frequency masking method, frequency response.

DOI: 10.17212/1727-2769-2023-1-56-66

REFERENCES

1. Sklar B. *Digital communications: fundamentals and applications*. 2nd ed. Upper Saddle River, NJ, Prentice-Hall PTR, 2001. 1079 p.
2. Ifeachor E.C., Jervis B.W. *Digital signal processing: a practical approach*. New York, Prentice Hall, 2002. 933 p.
3. Lyons R.G. *Understanding digital signal processing*. Upper Saddle River, NJ, Prentice Hall, 2011. 954 p.
4. Antoniou A. *Digital signal processing*. McGraw-Hill, 2006. 966 p.
5. Harris F. *Multirate signal processing for communication systems*. Upper Saddle River, NJ, Prentice Hall, 2004. 478 p.
6. Neuvo Y., Dong C.Y., Mitra S.K. Interpolated finite impulse response filters. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1984, vol. ASSP-32, pp. 563–570.
7. Saramaki T., Neuvo Y., Mitra S.K. Design of computationally efficient interpolated FIR filters. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 1988, vol. 35, no. 1, pp. 70–88.
8. Mehrnia A., Willson A.N. On optimal IFIR filter design. *2004 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)*, 23–26 May, 2004, vol. 3, pp. 133–136.
9. Rajan G., Neuvo Y., Mitra S.K. On the design of sharp cutoff wide-band FIR filters with reduced arithmetic complexity. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 1988, vol. 35, no. 11, pp. 1447–1454.
10. Lim Y.C. Frequency-response masking approach for the synthesis of sharp linear phase digital filters. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 1986, vol. 33, no. 4, pp. 357–364.
11. Skulina E.G., Savinykh I.S. Computational efficiency of interpolated band-stop filters. *2020 1st International Conference Problems of Informatics, Electronics, and Radio Engineering (PIERE)*, Novosibirsk, Russia, 2020, pp. 13–16.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



Скулина Елена Георгиевна – родилась в 1996 году, получила степень бакалавра в области радиотехники в Новосибирском государственном техническом университете в 2020 году. С 2020 года учится по программе магистратуры в области радиотехники в Новосибирском государственном техническом университете, Россия. Автор более 10 статей, участник научных конференций. Ее исследовательские интересы включают проектирование и синтез фильтров, передачу электрической энергии. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: Dream.len@yandex.ru).

Skulina Elena Georgievna (b. 1996) – She received the B.S. degree in Radio Engineering from the Novosibirsk State Technical University of Novosibirsk, Russia, in 2020. Since 2020, she has been studying for M.S. degree in Radio Engineering from the Novosibirsk State Technical University of Novosibirsk, Russia. She is the author of more than 10 articles, participant of scientific conferences. Her research interests include filter design and synthesis, transmission of electrical energy. (Address: 20, K. Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: Dream.len@yandex.ru).



Савиных Иван Сергеевич – родился в 1976 году, получил степень бакалавра и магистра в области радиотехники в Новосибирском государственном техническом университете в 1997 и 1999 годах соответственно и степень кандидата наук в области радиолокации и навигации в Новосибирском государственном техническом университете в 2005 году. С 2006 года работает на кафедре радиоприемных и радиопередающих устройств в Новосибирском государственном техническом университете, Россия. Автор более 60 статей. Его исследовательские интересы включают цифровую обработку сигналов и вычислительную эффективность цифровых фильтров. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: isavinykh@mail.ru).

Savinykh Ivan Sergeevich (b. 1976) – He received the B.S. degree in Radio Engineering from the Novosibirsk State Technical University of Novosibirsk, Russia, in 1997, the M.S. degree in Radio Engineering from the Novosibirsk State Technical University of Novosibirsk, Russia, in 1999 and the Ph.D. degree in Radar and Navigation from the Novosibirsk State Technical University of Novosibirsk, Russia, in 2005. Since 2006, he has been an Assistant Professor with the Department of Radio Receiving and Radio Transmitting Devices, at the Novosibirsk State Technical University of Novosibirsk, Russia. He is the author of more than 60 articles. His research interests include digital data processing and computational efficiency of digital filters. (Address: 20, K. Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: isavinykh@mail.ru).

*Статья поступила 06 ноября 2022 г.
Received November 06, 2022*

To Reference:

Skulina E.G., Savinykh I.S. Vychislitel'naya effektivnost' interpolirovannykh polosno-zagrazhdayushchikh fil'-trov dlya nechetnykh spektral'nykh zon [Computational efficiency of interpolated band stop filters for odd spectral bands]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii = Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2023, no. 1 (58), pp. 56–66. DOI: 10.17212/1727-2769-2023-1-56-66.