

УДК 621.396.96

**ПРИМЕНЕНИЕ РАЗРЕЖЕННЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК
ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ КОЛИЧЕСТВА РАЗЛИЧАЕМЫХ
ИСТОЧНИКОВ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ
В СРЕДСТВАХ ПЕЛЕНГОВАНИЯ ***

А.С. Казаринов
СПбГЭТУ «ЛЭТИ»

В статье произведен сравнительный анализ различных конфигураций разреженных антенных решеток, используемых для повышения количества различаемых источников и разрешающей способности средств пассивной радиолокации за счет формирования «виртуальной» разностной подрешетки. В работе описан алгоритм виртуализации решеток с разреженной конфигурацией, приведены преимущества и недостатки каждого из рассматриваемых типов разреженных решеток, построены азимутальные зависимости множителя антенной решетки для 8-элементных структур. Полученные зависимости указывают на существенное преимущество разреженных конфигураций над классическими эквидистантными топологиями в ширине главного лепестка, при этом одновременно наблюдается значительно возросший уровень боковых лепестков. Дополнительно построены нормированные пеленгационные характеристики алгоритма MUSIC с пространственным сглаживанием при облучении решетки семью некоррелированными источниками радиоизлучения в азимутальной плоскости с угловым разнесением пять градусов. Несмотря на относительно большие размеры апертуры, занимаемой виртуальной решеткой, только три из шести рассматриваемых конфигураций имеют возможность различения всех источников радиоизлучения с удовлетворительной точностью. В соответствии с результатами математического моделирования выбрана оптимальная конфигурация антенной решетки с соблюдением баланса между точностными характеристиками и занимаемой апертурой.

Ключевые слова: антенные решетки, виртуальные антенные решетки, пеленгование, оценка пеленга, множитель антенной решетки.

DOI: 10.17212/1727-2769-2025-2-18-34

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (Минобрнауки России) в рамках реализации комплексного проекта по созданию высокотехнологичного производства по теме «Мультимодальный комплекс контроля воздушного пространства аэропорта» (Соглашение о предоставлении субсидии федерального бюджета на развитие кооперации государственного научного учреждения и организации реального сектора экономики в целях реализации комплексного проекта по созданию высокотехнологичного производства № 075-11-2023-007 от 10.02.2023) и в рамках Постановления Правительства РФ от 9 апреля 2010 г. № 218. Работа выполнена на базе Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет “ЛЭТИ” им. В. И. Ульянова (Ленина)» (СПбГЭТУ «ЛЭТИ»).

Введение

Получение достоверной оценки направления на источники радиоизлучения (ИРИ) является неотъемлемой частью решения множества задач современной радиотехники. За последнее столетие было предложено множество различных методов оценки пеленга на ИРИ, часть которых была впоследствии успешно применена в аппаратуре средств контроля радиотехнической обстановки, навигации, радиоастрономии и т. д. [1, 2]. При разработке и эксплуатации подобной аппаратуры зачастую сталкиваются с рядом трудностей, связанных с необходимостью различения двух близко расположенных ИРИ или же получения оценок направлений на множество ИРИ, частично или полностью перекрывающихся по спектру. Классические методы пеленгования, такие как корреляционно-интерферометрический, метод Кейпона и методы сверхразрешения MUSIC и ESPRIT имеют, существенные ограничения: количество ИРИ строго не должно превышать количество антенных элементов (АЭ) [3]. Наряду с этим для повышения разрешающей способности требуется существенное расширение апертуры антенной решетки (АР) и во избежание неоднозначности оценок пеленга ее заполнения АЭ с шагом, не превышающим половины длины волны несущей частоты радиосигнала. В совокупности классический подход приводит к необходимости построения громоздкой радиоприемной аппаратуры, дорогой в обслуживании и требовательной к вычислительной мощности.

В последнее время в зарубежных научных источниках для устранения данных недостатков предлагается использовать разреженные, неэквилибранные топологии АР, основная идея которых заключается в расстановке уменьшенного числа АЭ таким образом, чтобы получить однозначное описание фазового распределения электромагнитных ИРИ внутри заданной апертуры. На основе полученной информации возможно математически сформировать «виртуальную» антенную решетку (ВАР) с шагом, равным минимальному межэлементному расстоянию исходной АР [4]. Полученная структура обладает значительно большим количеством АЭ, что позволяет обойти вышеописанное ограничение классических методов пеленгования на максимально допустимое число различаемых ИРИ. С другой стороны, расположив АЭ в пределах расширенной по размеру апертуре можно получить выигрыш в разрешающей способности без существенного увеличения уровня боковых лепестков пеленгационной характеристики. Более того, за счет возросшего межэлементного расстояния эффект взаимного влияния АЭ оказывает значительно меньшее влияние на точность определения направления, а сниженное количество приемных каналов заметно снижает конечную стоимость и сложность изделия.

Важно отметить, что далеко не каждая конфигурация разреженной антенной решетки (РАР) позволяет достичь описанных преимуществ. Дело в том, что вектор с выхода антенн ВАР рассчитывается из всех доступных комбинаций разностей времени задержки прихода фронта волны ИРИ между двумя АЭ. Именно поэтому в научном сообществе такой метод виртуализации называется формированием разностной подрешетки

(difference co-array). В отдельных случаях количество комбинаций может быть недостаточным для полноценного формирования эквидистантной ВАР и могут быть образованы «пропуски», т. е. участки внутри апертуры АР, где межэлементное расстояние превышает половину длины волны. Во избежание неоднозначности оценок пеленгов в качестве входных данных для алгоритма пеленгования может использоваться только та область ВАР, где сосредоточено максимальное количество АЭ без «пропусков» между ними.

Среди всевозможных конфигураций РАР особое место занимают одномерные линейные топологии, как наиболее простые в анализе и построении, что обуславливает их частое применение в современных системах связи, радиолокации и т. п. Только на момент 2021 года в зарубежных научных источниках было предложено как минимум 50 различных вариантов построения линейных РАР, каждая из которых имеет свои преимущества в общем числе элементов ВАР, размере апертуры или точности получения оценок направления на ИРИ. В общем случае при выборе той или иной топологии РАР руководствуются достижением следующих характеристик:

- достижение максимальных размеров апертуры АР при заданном числе «физических» АЭ, что обеспечивает высокую точность расчета пеленгов;
- во избежание неопределенности вычисления направления на ИРИ межэлементное расстояние в рассчитанной ВАР не должно превышать половину длины волны;
- минимизация взаимного влияния АЭ за счет их разнесения на максимально возможное расстояние.

Вектор данных с выхода антенных элементов ВАР может быть использован в качестве входных данных для расчета направлений на ИРИ практически любым известным алгоритмом. Для демонстрации преимуществ в разрешающей способности РАР при работе в односигнальном режиме, наиболее часто применяющимся в современных средствах пеленгования, предпочтительно использование алгоритма Бартлетта, как наименее точного и не требовательного к вычислительной мощности. В случае многосигнального режима для различения некогерентных и когерентных ИРИ использование РАР производится вкупе с методом MUSIC с пространственным сглаживанием или с более сложными, сеточными и бессеточными итеративными методами, например, максимального правдоподобия или минимизации атомарной нормы. Последние дополнительно могут использоваться в целях заполнения пропусков внутри ВАР, что позволит полноценно использовать всю заданную апертуру решетки.

Несмотря на теоретическую направленность большинства научных источников по теме виртуализации РАР, встречаются и результаты экспериментальных исследований подобных конфигураций, доказывающие заявленные преимущества как в односигнальном, так и в многосигнальном режиме в условиях ограничений в размере апертуры и использования любии-

тельского радиоприемного оборудования, например, KrakenSDR [17–19]. Более того, продемонстрирована высокая устойчивость алгоритмов с учетом взаимного влияния и неточного расположения АЭ между собой.

Целью данной статьи является анализ основных типов одномерных линейных РАР, сравнение их характеристик с эквидистантными линейными АР и между собой для оценки преимущества в количестве различаемых источников и разрешающей способности. Для этого в первой части статьи описана используемая в анализе математическая модель РАР, даны определения основным параметрам РАР, а также описан наиболее часто применяемый в подобных антенных конфигурациях алгоритм вычисления пеленга MUSIC с пространственным сглаживанием. Во второй части определены основные типы линейных РАР, выделены преимущества и недостатки каждого типа, произведено их теоретическое сравнение. В третьей части подведены итоги оценок эффективности каждой из сравниваемых РАР и определены направления дальнейших работ.

1. Построение разностной подрешетки

РАР состоит из N всенаправленных антенн, расположенных на позициях $[d_1, d_2, \dots, d_n]$, первый АЭ, относительно которого рассчитываются разности фаз, расположен в начале координат. Количество АЭ также задает значение порядка АР. Антенная решетка облучается K некоррелированными ИРИ с направлений $[\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]$ в азимутальной плоскости и длиной волны λ . Для простоты математических выражений позиции антенн нормированы к минимальному межэлементному расстоянию d_0 , равному половине длины волны ИРИ. Тогда полученный сигнал с выхода АР может быть записан в виде [2]

$$x(t) = As(t) + n(t), \quad (1)$$

где $A = [a(\theta_1), a(\theta_2), \dots, a(\theta_K)]$ – матрица отклика решетки, содержащая информацию об амплитудно-фазовом распределении внутри апертуры АР $a(\theta_k) = [1, e^{j\pi \sin \theta_k}, \dots, e^{jN\pi \sin \theta_k}]$ с направлений прихода ИРИ; $s(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]$ – амплитуда огибающей сигнала ИРИ; $n(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_K(t)]$ – вектор гауссовского белого шума, некоррелированного с сигнальным вектором. Следовательно, ковариационная матрица сигнала с выхода АР может быть получена следующим выражением [5]:

$$R = E[x(t)x^H(t)] = AR_{sp}A^H + s_n^2 I_K,$$

где R_{sp} – диагональная матрица, содержащая мощности ИРИ; σ_k^2 , σ_n^2 – мощность шума; I_K – единичная матрица размерами $[K \times K]$; $(\cdot)^H$ – преобразование Эрмита. На практике, когда сигнал с выхода антенной решетки

является цифровым или дискретным, ковариационная матрица рассчитывается следующим образом [2]:

$$R_S = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S x(s)x^H(s), \quad (2)$$

где S – число отсчетов; $x(s)$ – измеренный s -й отсчет сигнала с выхода решетки.

Каждый элемент ковариационной матрицы, находящийся не на главной диагонали, имеет значение $e^{j(v-t)\pi \sin \theta_k}$, где v и t – порядковые номера АЭ, при этом $v \neq t$. Матрица включает в себя сигнальную информацию, сформированную из АЭ, находящихся на позициях, равных разностям всевозможных комбинаций элементов исходной подрешетки [6]. Следовательно, существует возможность сформировать псевдосигнальный вектор ВАР z с помощью векторизации ковариационной матрицы R по следующему закону [4]:

$$z = \text{vec}(R) = (A^* \otimes A)p + \sigma_n^2 I = Bp + \sigma_n^2 I, \quad (3)$$

где $p = [\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_K^2]$ – эквивалентный сигнальный вектор, символ $\otimes$ обозначает произведение Хатри-Рао. Исходя из вышесказанного вектор z зачастую содержит повторяющиеся комбинации элементов ковариационной матрицы. Для использования только уникальных комбинаций вводится понятие разностной подрешетки z_D , сигнал с выхода которой может быть выражен следующим выражением [4]:

$$z_D = B_D p + \sigma_n^2 I_D.$$

Каждый элемент вектора z_D может быть получен из z (2) с помощью следующего выражения [5]:

$$z_D^m = \frac{1}{w(m)} \sum_{d_k - d_t = m} R_{k,t}, \quad (4)$$

где $w(m)$ – весовая функция, которая указывает на количество возможных комбинаций для формирования значения сигнала m -го виртуального элемента разностной подрешетки (РПР). Весовая функция дополнительно указывает и на наличие «пропусков» у сформированной виртуальной АР. Важно отметить, что последующее применение алгоритмов пеленгования возможно только для эквидистантного сегмента решетки, сосредоточенного в центре апертуры РПР и не имеющего «пропусков» внутри него. Псевдосигнальный вектор с выхода последовательной части выражается следующим образом:

$$z_c = B_c p + \sigma_n^2 I_c.$$

Алгоритм получения РПР схематично представлен на рис. 1.

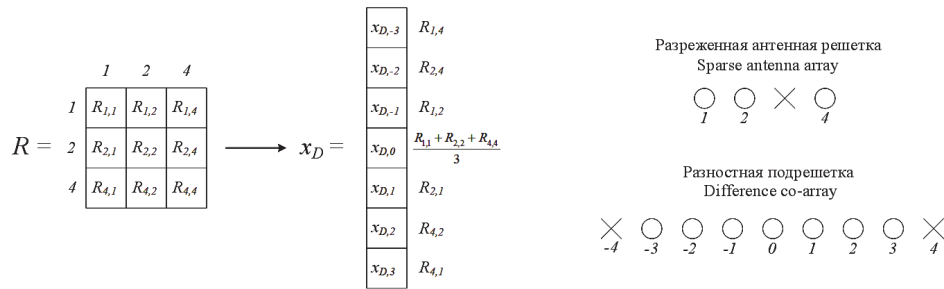


Рис. 1 – Получение РПР из значений ковариационной матрицы PAP

Fig. 1 – Difference co-array calculation based on sparse antenna array covariation matrix values

В качестве примера приводится PAP, топология которой изображена на рис. 2. Несмотря на то что аперттура РПР находится в пределах $[-9; 9]$, избежать неопределенности оценок направлений на ИРИ можно только при использовании центрального сегмента $[-7; 7]$. Как уже отмечалось выше, восстановление аперттуры возможно при использовании итеративных методов пеленгования, которые не будут рассмотрены в рамках данной работы.

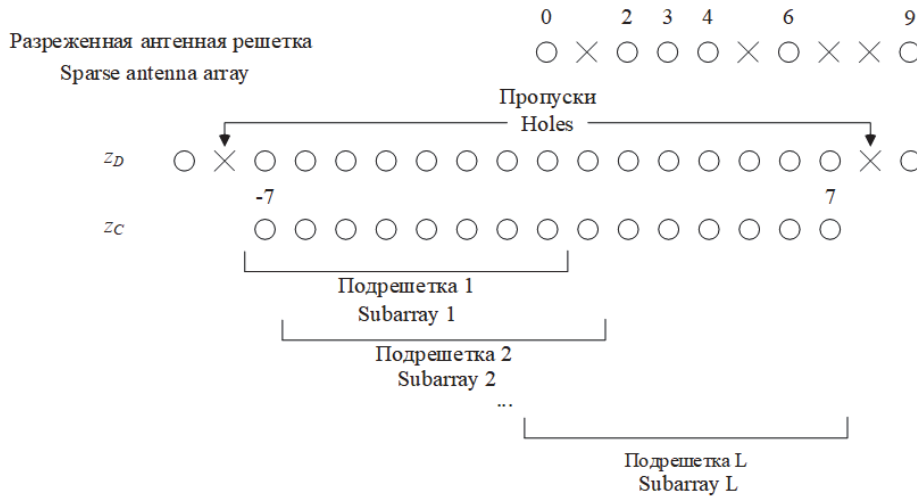


Рис. 2 – Структура PAP, РПР и последовательного сегмента ВАР с пояснением к алгоритму пространственного сглаживания MUSIC

Fig. 2 – Topologies of sparse antenna array, difference co-array and consecutive part of virtual antenna array with schematic description of spatial smoothing MUSIC algorithm

2. Реализация MUSIC с пространственным сглаживанием

Несмотря на то что псевдосигнальный вектор РПР рассчитывается из накопленных за время измерения значений сигнала с выхода исходной решетки, ковариационная матрица РПР, полученная аналогично (2), имеет

ранг, равный единице [7]. Из этого следует, что прямое применение алгоритмов расчета направлений, в которых ковариационная матрица должна быть положительно определенной, таких как MUSIC или ESPRIT, является невозможным для многосигнального случая. Для повышения ранга матрицы за счет снижения количества различаемых ИРИ используется метод пространственного сглаживания, также широко применяющийся для повышения точности оценок у классических топологий АР.

Для этого последовательный сегмент РПП с числом элементов U разделяется на L перекрывающихся подрешеток с L элементов в каждой, как показано на рис. 2. Сигнальный вектор каждой подрешетки определяется в виде [4,5]:

$$z_{c,i} = B_{c,i}p + \sigma_n^2 J_{c,i},$$

где $B_{c,i}$ – матрица отклика каждой подрешетки, содержащая $[L+1-i; 2L-i]$ строки матрицы отклика последовательного сегмента B_c .

Для оценки пеленгов вычисляется сглаженная ковариационная матрица R_{ss} [5, 8]:

$$R_{ss} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L z_{c,i} z_{c,i}^H.$$

После усреднения ковариационная матрица РПП имеет свойства положительно определенной, содержащей ортогональный базис из собственных векторов. После разложения матрицы на собственные числа и собственные векторы производится оценки числа сигналов $\hat{k}$ по информационным или пороговым критериям. Далее для получения оценок направления на ИРИ в случае MUSIC используется следующее выражение [4–6]:

$$P(\theta) = \frac{1}{b_{c,i}^H(\theta) U_n U_n^H b_{c,i}(\theta)},$$

где U_n является матрицей шумовых собственных векторов, имеющей размерность $n = m - \hat{k}$, где m – ранг сглаженной ковариационной матрицы (число АЭ последовательного сегмента); $b_{c,i}^H(\theta)$ – амплитудно-фазовое распределение на одной из перекрывающихся подрешеток, используемых при пространственном сглаживании.

3. Анализ типов конфигураций разреженных линейных антенных решеток

Эквидистантная линейная антенная решетка (ЭЛАР). В качестве точки отсчета для сравнительного анализа будет использоваться классическая топология линейной антенной решетки с межэлементным расстоянием, равным половине длины волны.

РАР с минимальной избыточностью. Одним из первых и наиболее распространенных типов РАР, применяющихся в системах радиоастрономии, являются решетки с минимальной избыточностью (РАРМИ). РАР подобного типа синтезируются из ЭЛАР путем минимизации количества повторяющихся комбинаций элементов ковариационной матрицы в предоставленной апертуре при условии отсутствия «пропусков» в РПР. Такие конфигурации РАР, в которых каждый элемент РПР формируется только из одного элемента ковариационной матрицы (т.е. значения весовой функции не превышают единицы при ненулевом порядковом номере АЭ), называются РАР с нулевой избыточностью и являются оптимальными для конкретного числа АЭ. Для количественной оценки РАРМИ с заданной апертурой L и числом АЭ N используется коэффициент избыточности RC согласно следующему выражению:

$$RC = \frac{N(N-1)}{2L}.$$

Значение $RC=1$ соответствует нулевой избыточности и может быть получено только для конфигураций с числом АЭ, не превышающим четырех [10]. Главным недостатком РАРМИ является отсутствие каких-либо математических выражений для расчета позиций АЭ внутри апертуры, поэтому для конфигураций с $N \geq 5$ используются либо требовательные к вычислительной мощности поисковые алгоритмы, либо специальные таблицы с заранее рассчитанными топологиями [9,11].

РАР с минимальным количеством пропусков (РАРМКП). В данной конфигурации позиции элементов выбраны таким образом, чтобы получить значения весовой функции, не превышающей единицу, т.е. достижения апертуры максимально допустимого размера при заданном числе АЭ. Несмотря на название, условием достижения оптимальной топологии таких РАР не является отсутствие «пропусков» [4]. Более того, исходя из определения следует, что топологии с нулевой избыточностью для РАРМИ и РАРМКП идентичны при $N \leq 4$.

Математическим аналогом РАРМКП являются линейки Голомба, имеющие схожий физический смысл. Линейкой Голомба является набор неотрицательных чисел $G = [g_1, g_2, \dots, g_N]$, расположенных в порядке возрастания и таким образом, что расстояние между любыми соседними элементами является уникальным. Для РАРМКП $g_1 = 0$, $g_N = L$. Вычисление оптимальной топологии подобного типа решеток аналогично РАРМИ является сложной вычислительной задачей, и на текущий момент в научных источниках представлено только 28 оптимальных конфигураций линеек Голомба с максимальной длиной 585 единиц.

Вложенные РАР (ВРАР). Вложенные РАР являются следующим этапом развития неэквидистантных топологий антенных решеток. Существенным преимуществом данного типа РАР (и всех последующих) является наличие выражений для расчета взаимного расположения АЭ в заданной апертуре, что открывает возможность для синтеза топологии любого размера без ощутимых вычислительных затрат [12].

ВРАР состоит из двух эквидистантных АР: одной с минимальным межэлементным расстоянием d и числом элементов N_1 и разреженной с межэлементным расстоянием $(N_1 + 1)d$ и числом элементов N_2 . Таким образом, нормированное расположение элементов можно представить в следующем виде:

$$D_{\text{влож}} = \{1, 2, \dots, N_1, (N_1 + 1), 2(N_1 + 1), \dots, N_2(N_1 + 1)\}.$$

Из этого следует, что внутри апертуры рассчитанной РПР гарантированно отсутствуют «пропуски», а общее число элементов РПР либо меньше, либо равно (если $N_1 \approx N_2$) РПР, образованным из РАРМКП и РАРМИ такого же порядка. Тем не менее ввиду близкого взаимного расположения АЭ в пределах $\{1, 2, \dots, N_1\}$ измеренные разности фаз на выходе РАР подвержены существенным искажениям от взаимного влияния [5, 6, 13].

РАР с взаимно простой структурой (РАРВПС). Данный тип решеток состоит из двух эквидистантных решеток с межэлементным расстоянием, равным двум взаимно простым числам M и N . Соответственно позиции АЭ задаются следующим образом:

$$D_{\text{взаим}} = \{1, M, 2M, \dots, (N - 1)M, N, 2N, \dots, (2M - 1)N\}.$$

Преимуществом подобной структуры является большее межэлементное расстояние, следовательно, и низкий уровень взаимного влияния между АЭ. Однако в отличие от ВРАР рассчитанная РПР имеет «пропуски» вне зависимости от выбранной пары M и N [5, 14]. Центральный эквидистантный сегмент для таких РПР является наименьшим среди всех рассматриваемых типов и имеет максимальные пределы от $-(MN + M - 1)$ до $MN + M - 1$.

Супер-вложенные РАР (ВРАР). С учетом того, что ВРАР имеют преимущество в числе элементов РПР и наличии выражения для расчета позиций АЭ, был представлен модернизированный вариант топологии, минимизирующий погрешности, вызванные взаимным влиянием. Основная идея СВРАР заключается в разнесении элементов с минимальным межэлементным расстоянием в сегменты разреженной части ВРАР. Таким образом, при сохранении общего числа физических элементов рассчитанный РПР для СВРАР имеет такую же апертуру, как и РАР, но более точные оценки направлений на ИРИ [15, 16].

Выражения для расстановки АЭ для данного типа решеток являются достаточно громоздкими и не будут представлены в данной работе.

4. Сравнительный анализ направленных свойств типов РАР

В первую очередь, для оценки эффективности в целом предлагается использовать значение множителя антенной решетки (МАР), соответствующего диаграмме направленности при использовании изотропных излучателей с расположением, идентичным каждой конфигурации. Для расчета МАР используется следующее выражение [7]:

$$AF(\theta) = \sum_{n \in D} e^{j k n d \cos \theta},$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число; d – минимальное межэлементное расстояние.

Для сравнительного анализа были выбраны конфигурации описанных выше типов РАР для восьми антенных элементов. В качестве точки отсчета используется восьмиэлементная эквидистантная линейная решетка, структура РАРМИ выбрана на основе предварительно рассчитанных таблиц, РАРМКП – линейка Голомба восьмого порядка, ВРАР и СВРАР рассчитаны при параметрах $N_1 = 5$ и $N_2 = 4$, РАРВПС также рассчитана при параметрах $M = 5$ и $N = 4$. Полученная азимутальная зависимость МАР для данных РАР представлена на рис. 3.

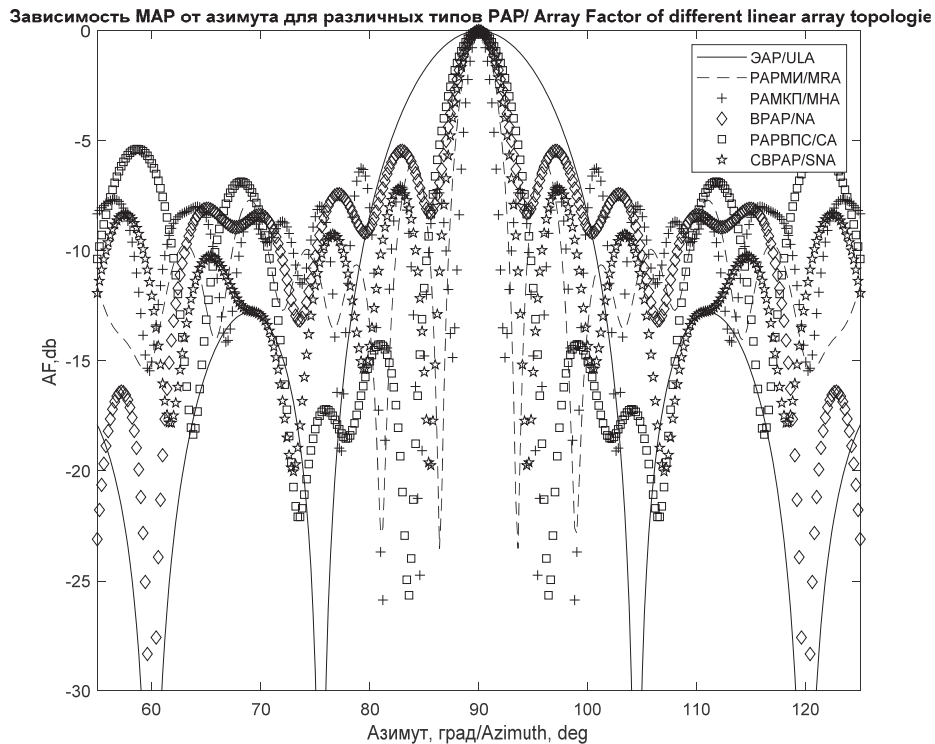


Рис. 3 – Структура РАР, РПР и последовательного сегмента ВАР с пояснением к алгоритму пространственного сглаживания MUSIC

Fig. 3 – Topologies of sparse antenna array, difference co-array and consecutive part of virtual antenna array with schematic description of spatial smoothing MUSIC algorithm

На графике наблюдается значительное преимущество топологий РАР в ширине главного лепестка. Наименьшую ширину луча имеет РАМКП за счет наибольшей предоставленной апертуры. Тем не менее ввиду наличия «пропусков» РАР обладают меньшей пространственной избирательностью, что выражается в относительно высоком уровне боковых лепестков,

особенно в случае РАРВПС и ВРАР. Точные значения параметров представлены в табл. 1.

Таблица 1 / Table 1

Параметры МАР для РАР различных типов
AF parameters for different sparse array topologies

Тип решетки	Ширина главного лепестка по уровню -3 дБ, градус	Максимальный уровень бокового лепестка, дБ
ЭАР	12,8	$-12,8$
РАРМИ	3,4	$-5,9$
РАРМКП	2,3	$-6,2$
ВРАР	4,6	$-5,5$
РАРВПС	5,7	$-5,4$
СВРАР	4,2	$-7,1$

5. Сравнение эффективности виртуализации и оценки направления на ИРИ

Следующим этапом сравнительного анализа является оценка эффективности использования РАР в качестве пеленгационной АР. Для этого к каждой рассматриваемой топологии применяется алгоритм расчета РПП и затем MUSIC с пространственным сглаживанием. Каждая АР облучается семью узкополосными некогерентными ИРИ с направлений от -15 до 15 градусов с шагом в пять градусов. При этом значение отношения сигнал/шум равно 0 дБ, количество накоплений равно 50 .

Полученные параметры РПП каждой конфигурации представлены в табл. 2. Несмотря на то что линейка Голомба, на основе которой построена РАРМКП, является оптимальной, ее конфигурация, а именно отсутствие комбинаций с разностью $16, 20, 26, 27$ и 29 , не позволяет получить РПП без «пропусков» во всей занимаемой апертуре. Похожая ситуация наблюдается и с РАРВПС, что говорит о необходимости подбора оптимальной пары взаимно простых чисел для расширения центрального последовательного участка РПП.

Таблица 2 / Table 2

Параметры разностной подрешетки для различных топологий АР
Difference co-array parameters of different antenna array topologies

Тип решетки	Конфигурация решетки	Конфигурация РПП	Предельное количество различаемых ИРИ
ЭАР	$[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]$	$[0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 7]$	7
РАРМИ	$[0, 1, 4, 10, 16, 18, 21, 23]$	$[0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 23]$	23
РАРМКП	$[0, 1, 4, 9, 15, 22, 32, 34]$	$[0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 15]$	15
ВРАР	$[0, 1, 2, 3, 4, 9, 14, 19]$	$[0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 19]$	19
РАРВПС	$[0, 4, 5, 8, 10, 12, 15, 16]$	$[0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 8]$	8
СВРАР	$[0, 1, 2, 3, 4, 9, 14, 19]$	$[0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 19]$	19

Пеленгационные характеристики для каждого рассматриваемого типа АР представлены на рис. 4. Пунктиром обозначены истинные направления на ИРИ. Из полученных зависимостей следует, что получить верные оценки направления на все ИРИ с удовлетворительной точностью возможно только при использовании трех рассматриваемых конфигураций из шести. Ввиду относительно небольшой занимаемой апертуры ЭАР и РПР на основе РАРВПС показали наихудший результат. РАРМКП имеет идентичный результат, невзирая на лучший показатель ширины главного лепестка из предыдущего пункта. В случае РАРМИ были получены корректные значения направления на ИРИ с наилучшей точностью.

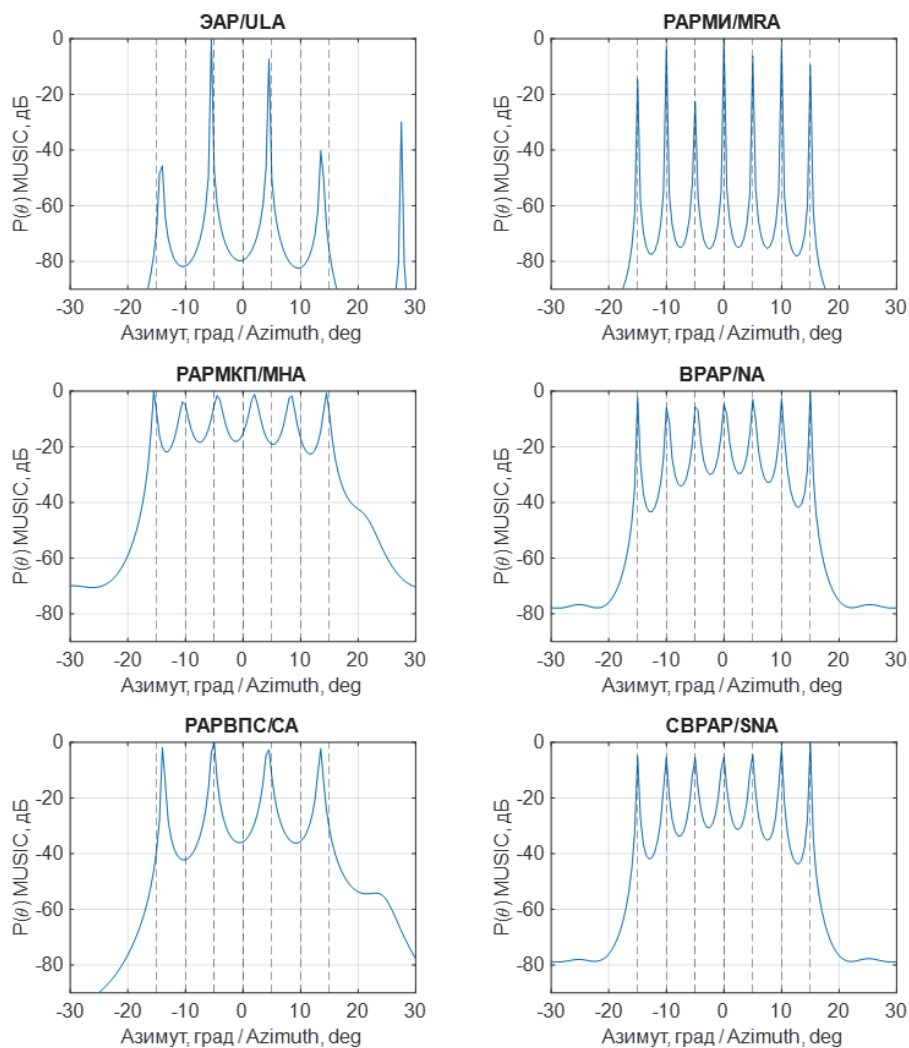


Рис. 4 – Псевдоспектр MUSIC для различных типов АР

Fig. 4 – MUSIC Pseudospectrum for different types of antenna array

Тем не менее, показав средний по точности результат, конфигурации ВРАР и СВРАР являются наилучшими (среди рассматриваемых типов) для дальнейшего использования ввиду их лучшего баланса между точностными характеристиками и занимаемой апертурой, а также наличия математических выражений для расчета позиций элементов. Более того, в общем случае СВРАР имеет преимущество в сниженном уровне взаимного влияния между АЭ, что, к сожалению, не удалось продемонстрировать в условиях данной работы.

Заключение

В рамках данной работы был произведен анализ различных топологий разреженных линейных антенных решеток, имеющих высокий потенциал к применению в современных средствах пассивной и активной радиолокации. За счет расположения АЭ внутри апертуры АР по специальному закону возможно математически дополнить решетку «виртуальными» элементами. Возросшее число приемных каналов позволяет рассчитать пеленги на ИРИ, количество которых может превышать число АЭ.

Рассмотренные топологии РАР имеют существенное преимущество над эквидистантными конфигурациями АР не только в количестве различаемых ИРИ, но и в направленных характеристиках решетки в целом. В соответствии с результатами математического моделирования для восьмиэлементных конфигураций ширина главного лепестка множителя антенной решетки любой РАР имеет как минимум в 2,25 раза меньшее значение, чем при применении классической топологии. Тем не менее каждая топология РАР показывает существенно возросший уровень боковых лепестков не менее $-7,1$ дБ.

Несмотря на огромное количество типов линейных РАР, каждая из них имеет существенно отличающуюся эффективность при пеленговании множества ИРИ. Среди рассмотренных шести топологий РАР удалось получить корректные оценки направлений на ИРИ с удовлетворительной точностью только для трех вариантов. Результаты моделирования также показали, что конфигурации вложенных и супер-вложенных РАР являются оптимальными для построения пеленгаторных АР ввиду баланса между их точностными характеристиками и занимаемой апертурой.

В качестве направления дальнейших работ будет исследована эффективность алгоритма виртуализации в различных двумерных конфигурациях АР, в частности круговой и уголковой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Some aspects of array signal processing / S. Haykin, J.P. Reilly, V. Kezys, E. Vertatschitsch // IEE Proceedings. F, Radar and Signal Processing. – 1992. – Vol. 139 (1). – P. 1–26. – DOI: 10.1049/ip-f-2.1992.0001.
2. **Krim H., Viberg M.** Two decades of array signal processing research: the parametric approach // IEEE Signal Processing Magazine. – 1996. – Vol. 13 (4). – P. 67–94. – DOI: 10.1109/79.526899.

3. **Yang X.** Direction of arrival estimation with coprime arrays: doctoral thesis. – Universite De Nantes, 2020. – 129 p.
4. **Vaidyanathan P.P., Pal P.** Sparse sensing with coprime arrays // 2010 44th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, CA, USA. – IEEE, 2010. – P. 1405–1409. – DOI: 10.1109/ACSSC.2010.5757766.
5. **Liu C.-L.** Sparse array signal processing: new array geometries, parameter estimation, and theoretical analysis. Dissertation (Ph.D.). – California Institute of Technology, 2018. – DOI: 10.7907/NSTQ-SD57.
6. **Liu C.-L., Vaidyanathan P.P.** Remarks on the Spatial Smoothing Step in Coarray MUSIC // IEEE Signal Processing Letters. – 2015. – Vol. 22 (9). – P. 1438–1442. – DOI: 10.1109/LSP.2015.2409153.
7. **Patwari A.** Sparse linear antenna arrays: a review // Antenna Systems. – IntechOpen, 2021. – DOI: 10.5772/intechopen.99444.
8. **Rajamäki R, Koivunen V.** Sparse linear nested array for active sensing // 2017 25th European Signal Processing Conference (EUSIPCO). – IEEE, 2017. – P. 1976–1980. – DOI: 10.23919/EUSIPCO.2017.8081555.
9. **Ishiguro M.** Minimum redundancy linear arrays for a large number of antennas // Radio Science. – 1980. – Vol. 15 (6). – P. 1163–1170. – DOI: 10.1029/RS015i006p01163.
10. **Camps A., Cardama A., Infantes D.** Synthesis of large low-redundancy linear arrays // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2001. – Vol. 49 (12). – P. 1881–1883.
11. **Chen C.-Y., Vaidyanathan P.P.** Minimum redundancy MIMO radars // Proceedings – IEEE International Symposium on Circuits and Systems. – IEEE, 2008. – P. 45–48. – DOI: 10.1109/ISCAS.2008.4541350.
12. **Wang M.** Statistical performance analysis of sparse linear arrays. Doctor of Philosophy diss. – Washington University, 2018. – URL: https://openscholarship.wustl.edu/eng_etds/381 (accessed: 16.06.2025).
13. Comparative analysis and practical implementation of sparse arrays vs. uniform linear arrays for angle of arrival estimation precision / O.A. Elkasrawi, A.M. AbdelAziz, H.E.A. Bakr, M.A. Aboelazm // Journal of Information Hiding and Multimedia Signal Processing. – 2023. – Vol. 14 (4). – P. 195–207.
14. Direction-of-arrival estimation for coprime array via virtual array interpolation / C. Zhou, Y. Gu, X. Fan, Z. Shi, G. Mao, Y.D. Zhang // IEEE Transactions on Signal Processing. – 2018. – Vol. 66 (22). – P. 5956–5971. – DOI: 10.1109/TSP.2018.2872012.
15. **Liu C.-L., Vaidyanathan P.P.** Super nested arrays: linear sparse arrays with reduced mutual coupling. Part I: Fundamentals // IEEE Transactions on Signal Processing. – 2016. – Vol. 64 (15). – P. 3997–4012. – DOI: 10.1109/TSP.2016.2558159.
16. Augmented nested arrays with enhanced DOF and reduced mutual coupling / J. Liu, Y. Zhang, Y. Lu, S. Ren, S. Cao // IEEE Transactions on Signal Processing. – 2017. – Vol. 65 (21). – P. 5549–5563. – DOI: 10.1109/TSP.2017.2736493.
17. **Kazarinov A.S., Malyshev V.N.** The experimental research of DOA estimation based on difference Co-array Method // 2023 IEEE 24th International Conference of Young Professionals in Electron Devices and Materials (EDM). – Novosibirsk, Russian Federation, 2023. – P. 390–393. – DOI: 10.1109/EDM58354.2023.10225152.

18. Experimental study on the performance of DOA estimation algorithm using a coprime acoustic sensor array without a priori knowledge of the source number / F. Dong, Y. Jiang, J. Liu, L. Jia // *Applied Acoustics*. – 2021. – Vol. 186. – P. 108502. – DOI: 10.1016/j.apacoust.2021.108502.
19. Experimental assessment of the coarray concept for DoA estimation in wireless communications / J. Wang, H. Xu, G.J.T. Leus, G.A.E. Vandenbosch // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. – 2018. – Vol. 66 (6). – P. 3064–3075. – DOI: 10.1109/TAP.2018.2819824.

APPLICATION OF SPARSE ANTENNA ARRAYS FOR INCREASING THE DEGREES OF FREEDOM OF DIRECTION- FINDING EQUIPMENT

Kazarinov A.S.

St. Petersburg Electrotechnical University, Saint-Petersburg, Russia

The sparse antenna arrays are started to receive the great attention nowadays. The virtualization algorithm, based on computation of difference co-array offers significant advantage in degrees-of-freedom and angular resolution of direction finding equipment. The difference co-array based method also can be applied to estimate direction of arrival of multiple signal sources, which number exceeds the number of antenna elements of array. This paper performs the comparative analysis of different types of linear sparse antenna arrays such as well-known minimum redundancy (MRA), minimum hole (MHA) and recently studied co-prime (CA) and Nested (NA) arrays. The analysis focuses on performance comparison of array factor and DOA estimation with spatial smoothing MUSIC algorithm for 8 antenna elements structures. Simulation results shown that sparse configurations considerably outperform classical uniform linear array (ULA) in array factor beamwidth but at the cost of increased sidelobe level. The considered types of sparse arrays also demonstrate significant difference of performance in DOA estimation: only half of types are capable of resolving 7 signal sources with angular separation of 5 degrees. As the result, the optimal array configuration is highlighted, as compromise between array dimensions and resolution capabilities.

Keywords: antenna array, virtual antenna array, DOA estimation, array factor.

DOI: 10.17212/1727-2769-2025-2-18-34

REFERENCES

1. Haykin S., Reilly J.P., Kezys V., Vertatschitsch E. Some aspects of array signal processing. *IEE Proceedings. F, Radar and Signal Processing*, 1992, vol. 139 (1), pp. 1–26. DOI: 10.1049/ip-f-2.1992.0001.
2. Krim H., Viberg M. Two decades of array signal processing research: the parametric approach. *IEEE Signal Processing Magazine*, 1996, vol. 13 (4), pp. 67–94. DOI: 10.1109/79.526899.
3. Yang X. *Direction of arrival estimation with coprime arrays*. Doctoral thesis. Université De Nantes, 2020. 129 p.
4. Vaidyanathan P.P., Pal P. Sparse sensing with coprime arrays. *2010 44th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, Pacific Grove, CA, USA, 2010. IEEE, 2010, pp. 1405–1409. DOI: 10.1109/ACSSC.2010.5757766.

5. Liu C.-L. *Sparse array signal processing: new array geometries, parameter estimation, and theoretical analysis*. Dissertation (Ph.D.). California Institute of Technology, 2018. DOI: 10.7907/NSTQ-SD57.
6. Liu C.-L., Vaidyanathan P.P. Remarks on the Spatial Smoothing Step in Coarray MUSIC. *IEEE Signal Processing Letters*, 2015, vol. 22 (9), pp. 1438–1442. DOI: 10.1109/LSP.2015.2409153.
7. Patwari A. Sparse linear antenna arrays: a review. *Antenna Systems*. IntechOpen, 2021. DOI: 10.5772/intechopen.99444.
8. Rajamäki R, Koivunen V. Sparse linear nested array for active sensing. *2017 25th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*. IEEE, 2017, pp. 1976–1980. DOI: 10.23919/EUSIPCO.2017.8081555.
9. Ishiguro M. Minimum redundancy linear arrays for a large number of antennas. *Radio Science*, 1980, vol. 15 (6), pp. 1163–1170. DOI: 10.1029/RS015i006p01163.
10. Camps A., Cardama A., Infantes D. Synthesis of large low-redundancy linear arrays. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2001, vol. 49 (12), pp. 1881–1883.
11. Chen C.-Y., Vaidyanathan P.P. Minimum redundancy MIMO radars. *Proceedings – IEEE International Symposium on Circuits and Systems*. IEEE, 2008, pp. 45–48. DOI: 10.1109/ISCAS.2008.4541350.
12. Wang M. *Statistical performance analysis of sparse linear arrays*. Doctor of Philosophy diss. Washington University, 2018. Available at: https://openscholarship.wustl.edu/eng_etds/381 (accessed 16.06.2025).
13. Elkasrawi O.A., AbdelAziz A.M., Bakr H.E.A., Aboelazm M.A. Comparative analysis and practical implementation of sparse arrays vs. uniform linear arrays for angle of arrival estimation precision. *Journal of Information Hiding and Multimedia Signal Processing*, 2023, vol. 14 (4), pp. 195–207.
14. Zhou C., Gu Y., Fan X., Shi Z., Mao G., Zhang Y.D. Direction-of-arrival estimation for coprime array via virtual array interpolation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, vol. 66 (22), pp. 5956–5971. DOI: 10.1109/TSP.2018.2872012.
15. Liu C.-L., Vaidyanathan P.P. Super nested arrays: linear sparse arrays with reduced mutual coupling. Part I: Fundamentals. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, vol. 64 (15), pp. 3997–4012. DOI: 10.1109/TSP.2016.2558159.
16. Liu J., Zhang Y., Lu Y., Ren S., Cao S. Augmented nested arrays with enhanced DOF and reduced mutual coupling. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, vol. 65 (21), pp. 5549–5563. DOI: 10.1109/TSP.2017.2736493.
17. Kazarinov A.S., Malyshev V.N. The experimental research of DOA estimation based on difference Co-array Method. *2023 IEEE 24th International Conference of Young Professionals in Electron Devices and Materials (EDM)*, Novosibirsk, Russian Federation, 2023, pp. 390–393. DOI: 10.1109/EDM58354.2023.10225152.
18. Dong F., Jiang Y., Liu J., Jia L. Experimental study on the performance of DOA estimation algorithm using a coprime acoustic sensor array without a priori knowledge of the source number. *Applied Acoustics*, 2021, vol. 186, p. 108502. DOI: 10.1016/j.apacoust.2021.108502.
19. Wang J., Xu H., Leus G.J.T., Vandenbosch G.A.E. Experimental assessment of the coarray concept for DoA estimation in wireless communications. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2018, vol. 66 (6), pp. 3064–3075. DOI: 10.1109/TAP.2018.2819824.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Казаринов Андрей Сергеевич – родился в 1997 году, аспирант кафедры радиоэлектронных средств СПбГЭТУ «ЛЭТИ». Область научных интересов: антенные решетки, алгоритмы пеленгования. Опубликовано 5 научных работ. (Адрес: 197022, Россия, Санкт-Петербург, ул. Профессора Попова, дом 5, литера Ф. E-mail: andrewk97@bk.ru).

Kazarinov Andrey Sergeevich (b. 1997) – postgraduate student of department of radio electronic equipment. His research interests are currently focused on antenna arrays and direction-of-arrival estimation. He is author of five scientific papers. (Address: 5, Professora Popova St., St. Petersburg, 197022, Russia. E-mail: andrewk97@bk.ru).

*Статья поступила 26 марта 2025 г.
Received March 26, 2025*

To Reference:

Kazarinov A.S. Primenenie razrezhennykh antennoykh reshetok dlya povysheniya kolichestva razlichaemykh istochnikov radioizlucheniya v sredstvakh pelengovaniya [Application of sparse antenna arrays for increasing the degrees of freedom of direction-finding equipment]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii = Proceedings of the Russian Higher School Academy of Sciences*, 2025, no. 2 (67), pp. 18–34. DOI: 10.17212/1727-2769-2025-2-18-34.