

УДК 004.94

**ПОСТРОЕНИЕ ПОВЕДЕНЧЕСКОЙ МОДЕЛИ КАТУШКИ
ИНДУКТИВНОСТИ НА ОСНОВЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ
ЕЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ****А.А. Иванов^{1,2}, И.Г. Мироненко¹, С.С. Соколов¹, А.Н. Кулик¹,
О.Ю. Сысоев¹, А.И. Протченко³, Н.Н. Шарова³,**¹*Санкт-Петербургский государственный электротехнический
университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)*²*ОАО «Завод Магнетон»*³*АО «Научно-исследовательский институт “Феррит-Домен”»*

В статье рассмотрен пример построения (поведенческой модели) SPICE модели индуктивности на основе измерений ее электрических параметров и их статистической обработки. Использование такого подхода позволило создать модель, учитывающую всю совокупность изменений электрических параметров электронного компонента, что несомненно дает разработчику РЭА выполнить симуляцию изделия с учетом изменения условий эксплуатации. Методы аппроксимации измеренных и рассчитанных параметров, примененные в статье, являются только примером. Каждый производитель ЭКБ может выбирать свои методы аппроксимации для ускорения работы модели компонента в используемом САПР. Предложенная методика построения SPICE модели может быть распространена на широкий класс ЭКБ.

Ключевые слова: SPICE модель, поведенческая модель катушки индуктивности.

DOI: 10.17212/1727-2769-2025-4-5-23

Введение

Актуальной задачей для производителей электронной компонентной базы является создание «реальных» моделей электронных компонентов, которые совместимы с программными пакетами САПР отечественных и иностранных компаний. Современные средства САПР схемотехнического и конструкторского проектировании радиоэлектронной аппаратуры широко используют поведенческие модели элементов. Для моделирования электрических схем, в состав которых входят различные электронные компоненты, применяют SPICE модели элементов, которые должны адекватно описывать всю совокупность их электрических параметров от внешних воздействующих факторов. В настоящее время формируются стандарты построения подробных моделей компонентов, которые работают в широком частотном и температурном интервалах, а также учитывают поведение электрических параметров от ударов, вибраций, ионизирующих излучений. Построение таких SPICE моделей должно выполняться на основе реальных измерений всех необходимых (достаточных) электрических параметров, при влиянии температурных, климатических, механических и иных воздействий.

© 2025 А.А. Иванов, И.Г. Мироненко, С.С. Соколов, А.Н. Кулик,
О.Ю. Сысоев, А.И. Протченко, Н.Н. Шарова

Постановка задачи

Современная радиоэлектронная аппаратура разрабатывается специализированными средствами САПР, которые используют электронные модели (поведенческие модели элементов) ЭКБ. Для моделирования электрических схем, в состав которых входят различные электронные компоненты, применяют SPICE модели элементов, которые должны адекватно описывать всю совокупность их электрических параметров от внешних воздействующих факторов. Построение таких SPICE моделей должно выполняться на основе реальных измерений всех необходимых (достаточных) электрических параметров, при влиянии температурных, климатических, механических и иных воздействий. Использование такого подхода позволяет создать модель, учитывающую всю совокупность изменений электрических параметров электронного компонента, что несомненно даст разработчику РЭА выполнить симуляцию изделия с учетом влияния условий эксплуатации.

Рассмотрим пример построения поведенческой модели серийно выпускаемой катушки индуктивности. По техническим условиям катушка индуктивности (заданного номинала) должна иметь: величину индуктивности на конкретной частоте, значение собственной добротности при определенной частоте измерения, собственную резонансную частоту, величину постоянного рабочего тока, сопротивление постоянному току. Эти параметры определены в границах допусков при нормальных климатических условиях, а также имеют свои допуски при пониженной и повышенной температурах эксплуатации. Величины электрических параметров измеряют на определенной количественной выборке при внешних воздействующих факторах, затем строят статистические модели каждого из рассматриваемых параметров, после чего выполняется аппроксимация исследуемых величин в интервале температур и на основе этого создается SPICE модель.

1. Определение статического распределения параметров

Для построения поведенческой модели катушки индуктивности необходимо построение параметрической модели, учитывающей влияние на ее эквивалентные параметры (в зависимости от случайных факторов в процессе производства). Для учета влияния этих случайных факторов номинальные значения параметров сгруппированы в ряды – шкалы с различными значениями относительной погрешности δ параметра, т. е. с различными классами точности. В пределах каждой декады шкалы ($10^i \dots 10^{i+1}$; $i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) ряд номинальных значений параметра $X_{H_{i+1}}$ является неравномерной последовательностью вида

$$X_{H_{i+1}} = X_{H_i} \frac{1+\delta}{1-\delta}. \quad (1)$$

Для нормального закона распределения значений параметра относительная погрешность δ может быть выражена через параметры распределения в виде

$$\delta = 3\sigma / X_H, \quad (2)$$

где σ – дисперсия; X_H – номинальное значение параметра.

При этом практически вся партия данного номинала будет иметь значение параметра в пределах $X_H \pm 3\sigma$ (правило «трех σ »). При нарушениях технологического процесса возможно появление некоторой систематической погрешности параметра, связанной, например, с изменением качества исходного сырья. Поэтому на производстве регулярно проводится статистический анализ значений параметра путем измерений некоторой контрольной партии (выборки), в ходе которого определяются статистические характеристики опытного распределения и осуществляется проверка его согласия с нормальным законом распределения [1–5].

Рассмотрим случайную величину X , распределенную по нормальному закону. Она характеризуется плотностью вероятности

$$f(x) = n(x, a, s) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x \leq X \leq x + \Delta x)}{\Delta x} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

и интегральной функцией распределения

$$F(x) = P(-\infty < X < x) = \int \varphi(x) dx, \quad (4)$$

где $P(x)$ – вероятность события x ; x – вещественная переменная; a – математическое ожидание; σ – дисперсия случайной величины X . Графики функций $f(x)$, $F(x)$ приведены на рис. 1, 2.

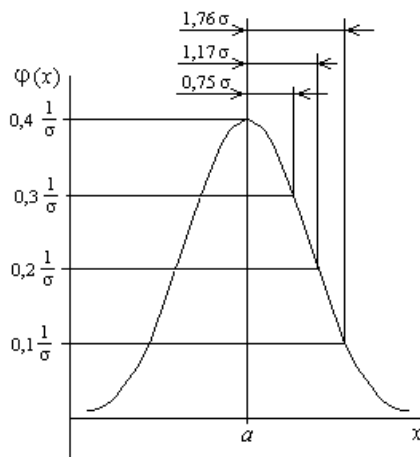


Рис. 1 – График функции $\varphi(x)$

Fig. 1 – Graph of the function $\varphi(x)$

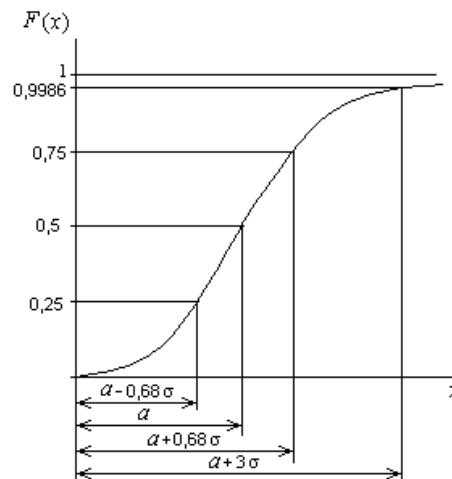


Рис. 2 – График функции $F(x)$

Fig. 2 – Graph of the function $F(x)$

Пусть имеется множество объектов, численные характеристики которых являются случайными величинами, образующими множество $\{X\}$, называемое генеральной совокупностью [1, 3]. Из этого множества

выбирают для исследования n элементов с параметрами $X_1, X_2, \dots, X_n$, которые образуют случайную выборку. В данной работе генеральной совокупностью являются индуктивности (добротности, собственные резонансные частоты, сопротивление постоянному току, величины рабочего тока) множества индуктивностей, относящихся к одному номиналу, выборкой – контрольная партия в количестве $n = 200$. Процесс определения статистических характеристик выборки, оценка вероятности их справедливости для генеральной совокупности и проверка гипотезы о согласии с нормальным законом показаны для конкретного значения величины собственной индуктивности.

2. Построение вариационного ряда

Расположим измеренные значения индуктивности выборки в порядке возрастания (табл. 1) и построим вариационный ряд. Проведем группировку значений выборки: разобьем весь интервал значений на ряд частичных интервалов. Число интервалов k выберем, исходя из объема выборки n . Согласно ГОСТ 11.006–74 при $100 < n < 200$ $k = 15 - 18$. Зададим $\Delta L = 10$ нГн; если начало первого интервала 1370 нГн, тогда $k = 17$.

Таблица 1 / Table 1

Выборка измеренных значений индуктивности в порядке возрастания
Sample of measured inductance values in an ascending order

1375	1385	1403	1410	1412	1413	1413	1415	1416	1418
1420	1421	1421	1422	1422	1423	1424	1424	1425	1426
1427	1427	1427	1428	1428	1428	1429	1429	1429	1429
1430	1430	1430	1430	1430	1431	1431	1431	1431	1431
1432	1432	1433	1433	1433	1434	1436	1436	1437	1437
1438	1438	1439	1439	1439	1439	1439	1439	1440	1441
1443	1443	1443	1443	1443	1443	1444	1444	1444	1444
1445	1445	1447	1447	1447	1447	1448	1448	1448	1448
1448	1449	1450	1450	1450	1450	1450	1450	1451	1451
1451	1451	1452	1452	1452	1453	1453	1453	1453	1453
1453	1454	1455	1455	1456	1456	1457	1457	1457	1457
1457	1457	1457	1459	1459	1459	1459	1460	1460	1460
1460	1460	1460	1460	1460	1460	1461	1461	1461	1462
1462	1462	1463	1463	1464	1464	1465	1465	1465	1465
1466	1466	1467	1468	1469	1470	1470	1470	1470	1470
1471	1471	1471	1471	1472	1475	1477	1477	1478	1478
1478	1478	1478	1478	1479	1479	1481	1482	1483	1483
1483	1483	1484	1484	1485	1485	1485	1486	1486	1486
1487	1488	1490	1492	1493	1495	1502	1503	1505	1505
1505	1505	1505	1511	1512	1513	1517	1519	1521	1535

3. Построение гистограммы и ступенчатой функции опытного распределения

Для каждого i -го интервала ΔL_i вычислим частоту n_i (число членов вариационного ряда, попавших в i -й интервал), относительную частоту n_i / n и плотность относительной частоты $(n_i / n) / \Delta L$. При построении гистограммы по оси абсцисс отложим частичные интервалы и над каждым интервалом ΔL_i проведем отрезок, параллельный оси абсцисс, на расстоянии, равном плотности относительных частот $n_i / n \Delta L$. Результаты расчетов приведены в табл. 2. Вид гистограммы распределения приведен на рис. 3.

Таблица 2 / Table 2

Результаты расчетов

Calculation results

Номер частичного интервала i	Границы интервала	Частота интервала n_i	Относительная частота n_i / n	Плотность относительной частоты $n_i / (n \Delta L)$	Накопленная частота $F_i = \sum_{j=1}^i \frac{n_j}{n}$
1	1370...1380	1	0,005	5,0E-04	0,005
2	1380...1390	1	0,005	5,0E-04	0,01
3	1390...1400	0	0	0,0E+00	0,01
4	1400...1410	2	0,010	1,0E-03	0,02
5	1410...1420	7	0,035	3,5E-03	0,055
6	1420...1430	24	0,12	1,2E-02	0,175
7	1430...1440	24	0,12	1,2E-02	0,295
8	1440...1450	29	0,145	1,5E-02	0,44
9	1450...1460	39	0,192	2,0E-02	0,635
10	1460...1470	23	0,115	1,2E-02	0,75
11	1470...1480	16	0,08	8,0E-03	0,83
12	1480...1490	17	0,085	8,5E-03	0,915
13	1490...1500	3	0,015	1,5E-03	0,930
14	1500...1510	7	0,035	3,5E-03	0,965
15	1510...1520	5	0,025	2,5E-03	0,990
16	1520...1530	1	0,005	5,0E-04	0,995
17	1530...1540	1	0,005	5,0E-04	1,00

Гистограмма является дискретным аналогом функции плотности вероятности $\varphi(x)$ (3) для данной выборки.

При построении ступенчатой функции распределения (аналога интегральной функции распределения $F(x)$ (4)) по оси абсцисс отложим отрезки, соединяющие середины частичных интервалов [2, 3], над ними

построим ступеньки, высота которых равна накопленной частоте F_i для i -го частичного интервала:

$$F_i = \sum_{j=1}^i \frac{n_j}{n}, i = 1, 2, \dots, k.$$

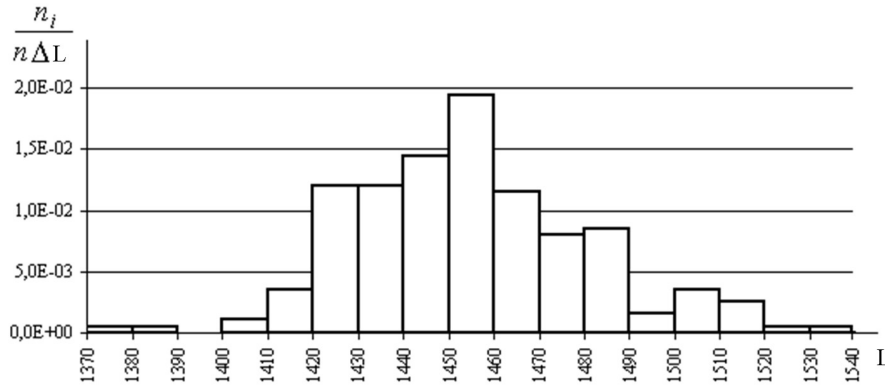


Рис. 3 – Вид гистограммы распределения

Fig. 3 – Distribution histogram view

Высота ступеньки над первым отрезком, соединяющим середины первого и второго интервалов, $F_1 = \frac{n_1}{n}$, а высота ступеньки над последним k -м отрезком, соединяющим середины k -го и $(k + 1)$ -го интервалов, $F_k = 1$.

4. Определение числовых характеристик опытного распределения

Среднее значение индуктивности выборки

$$\bar{L} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i L_i = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{n} L_i,$$

где L_i – середина i -го интервала. Относительные частоты n_i / n приведены в табл. 2. При этом предполагается, что индуктивности, попавших в i -й интервал, равны L_i . Вид ступенчатой функции распределения приведен на рис. 4.

Несмещенное значение дисперсии D_L равно

$$D_L = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k \left| L_i - \bar{L} \right|^2 n_i.$$

Среднеквадратичное отклонение $\sigma_L = \sqrt{D_L}$.

Результаты промежуточных вычислений значений $\bar{L}$, D_L и σ_L сведены в табл. 3.

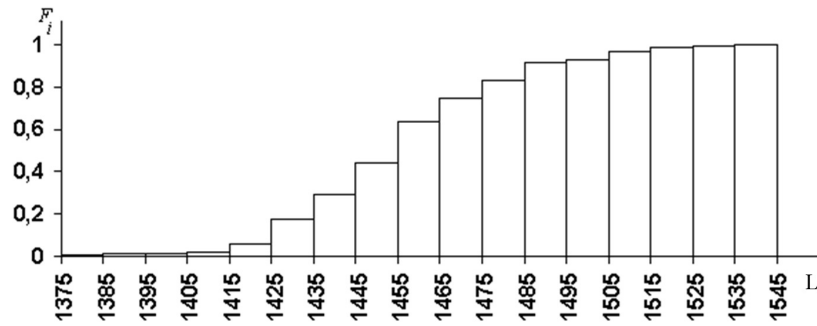


Рис. 4 – Вид ступенчатой функции распределения

Fig. 4 – Type of the stepwise distribution function

Таблица 3 / Table 3

Результаты промежуточных вычислений

Results of intermediate calculations

Номер интервала	n_i	L_i	$n_i L_i$	$ L_i - \bar{L} $	$ L_i - \bar{L} ^2$	$ L_i - \bar{L} ^2 n_i$
1	1	1375	1375	80	6400	6400
2	1	1385	1385	70	4900	4900
3	0	1395	0	60	3600	0
4	2	1405	2810	50	2500	5000
5	7	1415	9905	40	1600	11200
6	24	1425	34200	30	900	21600
7	24	1435	34440	20	400	9600
8	29	1445	41905	10	100	2900
9	39	1455	56745	0	0	0
10	23	1465	33695	10	100	2300
11	16	1475	23600	20	400	6400
12	17	1485	25245	30	900	15300
13	3	1495	4485	40	1600	4800
14	7	1505	10535	50	2500	17500
15	5	1515	7575	60	3600	18000
16	1	1525	1525	70	4900	4900
17	1	1535	1535	80	6400	6400

По данным табл. 3 вычислим:

$$\bar{L} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{17} n_i L_i = \frac{290960}{200} \approx 1455,$$

$$D_l = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{17} |L_i - \bar{L}|^2 n_i = \frac{147200}{199} \approx 739 \text{ нГн}^2,$$

$$\sigma_L = \sqrt{D_L} \approx \sqrt{739} = 27 \text{ нГн}.$$

5. Выравнивание статистического ряда

Выполним выравнивание статистического ряда с целью объединения малозначащих частичных интервалов и приведения полученных статистических данных о выборке к виду, удобному для проверки гипотезы о согласии опытного распределения с теоретическим [4, 5].

Пусть математическое ожидание теоретического нормального распределения равно среднему выборочному $\bar{L}$, а дисперсия теоретического нормального распределения равна несмещенной дисперсии выборки. Тогда с учетом «правила трех σ », согласно которому свыше 99 % значений случайной величины, распределенной по нормальному закону, заключены в интервале $\pm 3\sigma_L$, найдем суммы частот вариантов и плотностей относительных частот $(n_i / n) / \sigma_L$ для новых частичных интервалов длиной σ_L (табл. 4).

Таблица 4 / Table 4

Суммы частот вариантов и плотностей относительных частот для новых частичных интервалов длиной σ_L
Sums of the variant frequencies and densities of relative frequencies for new partial intervals of σ_L length

Номер частичного интервала i	Границы интервала	Сумма частот i -го интервала n_i	Плотность относительных частот i -го интервала $\frac{n_i}{n\sigma_L} \cdot 10^3 \text{ 1/нГн}$
1	1374...1401	2	0,37
2	1401...1428	24	4,44
3	1428...1455	78	14,4
4	1455...1482	64	11,3
5	1482...1509	25	4,63
6	1509...1536	7	1,31

Гистограмма распределения для новых частичных интервалов приведена на рис. 5.

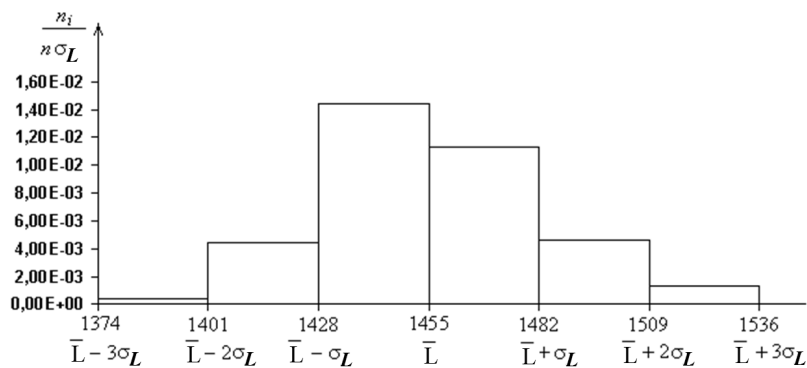


Рис. 5 – Гистограмма распределения для новых частичных интервалов

Fig. 5 – Distribution histogram for new partial intervals

6. Проверка согласия опытного и теоретического нормального распределений по критерию χ^2

Для критерия согласия χ^2 мерой расхождения опытного и теоретического распределений является величина χ_k^2 [2]:

$$\chi_k^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - nP_i)^2}{nP_i},$$

где n_i – сумма частот нового i -го частичного интервала, $i = 1, 2, \dots k$; P_i – теоретическая вероятность попадания случайной величины L в i -й частичный интервал для нормального закона распределения; n – объем выборки. Результаты промежуточных вычислений величины χ_k^2 приведены в табл. 5. Для оценки гипотезы о нормальном законе распределения воспользуемся табл. 5, в которой приведены значения аргументов χ_p^2 , при которых для случайной величины χ^2 вероятность $P(\chi^2 > \chi_p^2) = p$ (для различного числа степеней свободы r). Вероятность $P(\chi^2 > \chi_p^2) = p$ является уровнем значимости.

Число степеней свободы r случайной величины χ^2 равно

$$r = k - C - 1 = 6 - 2 - 1 = 3,$$

где k – число интервалов; C – число параметров теоретического распределения, оцениваемых экспериментально; для нормального распределения $C = 2$ (параметры $\bar{L}$, σ).

По табл. 6 для вычисленного значения $\chi^2 = 5,72$ и $r = 3$ с помощью линейной интерполяции находим соответствующее значение вероятности $p = 0,13$. Затем, если $p = 1 \dots 0,1$, то гипотеза о соответствии опытного распределения теоретическому принимается (причем чем больше p , тем выше вероятность соответствия); если $p < 0,1$, то гипотеза о соответствии отвергается (причем чем меньше p , тем меньше вероятность ошибки такого утверждения). В нашем случае ($p = 0,13$) гипотеза о нормальном законе распределения принимается, но уровень значимости этого утверждения мал [3–5].

Таким же образом определяем соответствие нормальному закону распределения параметров добротности, собственной резонансной частоты, сопротивления постоянному току для заданных температур в требуемом частотном интервале и строим для каждого из них полиномиальные зависимости.

Таблица 5 Table 5

Значения аргументов χ_p^2 , при которых для χ^2 вероятность $P(\chi^2 > \chi_p^2) = p$
 для различного числа степеней свободы r
 Values of χ_p^2 , of the arguments χ^2 for which the probability $P(\chi^2 > \chi_p^2) = p$
 for different numbers of degrees of freedom r

r	P															
	0,99	0,98	0,95	0,90	0,80	0,70	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001		
1	0,000	0,006	0,004	0,16	0,064	0,148	0,455	1,074	1,642	2,71	3,84	5,41	6,64	10,83		
2	0,020	0,040	0,103	0,211	0,446	0,713	1,386	2,41	3,22	4,60	5,99	7,82	9,21	13,82		
3	0,115	0,185	0,352	0,584	1,005	1,424	2,37	3,66	4,64	6,25	7,82	9,84	11,34	16,27		
4	0,297	0,429	0,711	1,064	1,649	2,20	3,36	4,88	5,99	7,78	9,49	11,67	13,28	18,46		
5	0,554	0,752	1,145	1,610	2,34	3,00	4,35	6,06	7,29	9,24	11,07	13,39	15,09	20,5		
6	0,872	1,134	1,635	2,20	3,07	3,83	5,35	7,23	8,56	10,64	12,59	15,03	16,81	22,5		
7	1,239	1,564	2,17	2,83	3,82	4,67	6,35	8,38	8,80	12,02	14,07	16,62	18,48	24,3		
8	1,646	2,03	2,73	3,49	4,59	5,53	7,34	9,52	11,03	13,36	15,51	18,17	20,1	26,1		
9	2,09	2,53	3,32	4,17	5,38	6,39	8,34	10,66	12,24	14,68	16,92	19,68	21,7	27,9		
10	2,56	3,06	3,94	4,86	6,18	7,27	9,34	11,78	13,44	15,99	18,31	21,2	23,2	29,6		
11	3,05	3,61	4,58	5,58	6,99	8,15	10,34	12,90	14,63	17,28	19,68	22,6	24,7	31,3		
12	3,57	4,18	5,23	6,30	7,81	9,03	11,34	14,01	15,81	18,55	21,0	24,1	26,2	32,9		
13	4,11	4,76	5,89	7,04	8,63	9,93	12,34	15,12	16,98	19,81	22,4	25,5	27,7	34,6		
14	4,66	5,37	6,57	7,79	9,47	10,82	13,34	16,22	18,15	21,1	23,7	26,9	29,1	36,1		
15	5,23	5,98	7,26	8,55	10,31	11,72	14,34	17,32	19,31	22,3	25,0	28,3	30,6	37,7		
16	5,81	6,61	7,96	9,31	11,15	12,62	15,34	18,42	20,47	23,5	26,3	29,6	32,0	39,3		

Таблица 6 / Table 6

Теоретическая вероятность попадания случайной величины L в i -й частичный интервал для нормального закона распределения

Theoretical probability of a random variable L falling into the i -th partial interval for the normal distribution law

Номер частичного интервала i	n_i	P_i	$n_i P_i$	$n_i - n P_i$	$\frac{(n_i - n P_i)^2}{n P_i}$
1	2	0,02	4	-2	1
2	24	0,14	28	-4	0,57
3	78	0,34	68	10	1,47
4	64	0,34	68	-4	0,24
5	25	0,14	28	-3	0,32
6	7	0,02	4	3	2,25
Сумма	200	1	200	0	5,85

7. Построение полиномиальных зависимостей

Пусть задана функция $y = f(x)$, например, зависимость индуктивности от температуры (частоты). При большом количестве значений аргумента (температуры, частоты) нахождение ее значений нереально. В такой ситуации $f(x)$ заменяется приближенной формулой $g(x)$, которая в определенном смысле близка к функции $f(x)$. Близость обеспечивается введением в функцию $g(x)$ свободных параметров и их соответствующим выбором.

Итак, известны значения функции $f(x)$ в точках $x_0, x_1, \dots, x_n$, $y_i = f(x_i)$, $i = 0, 1, \dots, n$. Будем считать, что для некоторой функции $g(x, a_0, a_1, \dots, a_n)$ выполняются равенства:

$$g(x_i, a_0, a_1, \dots, a_n) = f(x_i), \quad i = 0, 1, \dots, n. \quad (5)$$

Если (5) рассматривать как систему для определения $a_0, a_1, \dots, a_n$, то этот способ называется лагранжевой интерполяцией. Если g зависит от a_i нелинейно, то интерполяция нелинейная, иначе интерполяция линейная. В случае линейной интерполяции можно записать:

$$g(x, a_0, a_1, \dots, a_n) = \sum_{i=0}^m a_i \varphi_i(x), \quad (6)$$

где $\varphi_i(x)$ – система линейно независимых функций. После подстановки (6) в (5) получаем относительно a_i линейную систему уравнений:

$$\sum_{i=0}^m a_i \varphi_i(x_j), \quad j = 0, 1, \dots, n. \quad (7)$$

Для однозначной разрешимости системы должно быть $m = n$. Для того чтобы задача интерполирования имела единственное решение, система

функций φ_i должна для любых несовпадающих X_i удовлетворять условию:

$$\begin{vmatrix} \varphi_0(x_0) & \varphi_0(x_1) & \cdots & \varphi_0(x_n) \\ \varphi_1(x_0) & \varphi_1(x_1) & \cdots & \varphi_1(x_n) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \varphi_n(x_0) & \varphi_n(x_1) & \cdots & \varphi_n(x_n) \end{vmatrix} \neq 0. \quad (8)$$

Система функций, удовлетворяющая условию (8), называется чебышевской. Возьмем в качестве $\varphi_0(x)$ последовательность $1, x, x^2, \dots, x^n$. Функции этой последовательности линейно независимы на любом отрезке.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & x_0 & \cdots & x_0^n \\ 1 & x_1 & \cdots & x_1^n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & x_n & \cdots & x_n^n \end{vmatrix} = \prod_{i \neq j} (x_i - x_j) \neq 0. \quad (9)$$

Определитель (9) – определитель Вандермонда. Таким образом, функция $\varphi(x)$ однозначно определяется при любых $f(x_i)$, $i = 0, 1, \dots, n$ и, вообще говоря, может быть представлена в виде $\varphi(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Было показано, что функцию $\varphi(x)$ можно искать в виде

$$\varphi(x) = f(x_0)\Phi_0(x) + f(x_1)\Phi_1(x) + \dots + f(x_n)\Phi_n(x),$$

где $\Phi_i(x)$ представляют линейную комбинацию $\{\varphi_i\}$, $i = 0, 1, \dots, n$. Чтобы отыскать $\Phi_i(x)$, необходимо найти многочлен степени n , обращающийся в нуль в точках $x_0, x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n$ и равный единице в точке x_i .

$$\begin{aligned} \Phi_i(x) &= \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)}, \\ \varphi(x) &= \sum_{i=1}^n f(x_i) \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Многочлен Лагранжа (10) был использован для интерполяции исследуемых значений функций. Полиномиальные зависимости могут быть получены средствами математических САПР MCAD, MLAB, Maple. На основании зависимостей и статистической обработки задаем параметры для создания файла SPICE модели.

8. Определение собственной индуктивности и паразитной емкости катушки индуктивности для SPICE модели

Эквивалентная схема реальной катушки индуктивности в параллельной схеме измерения представлена на рис. 6.

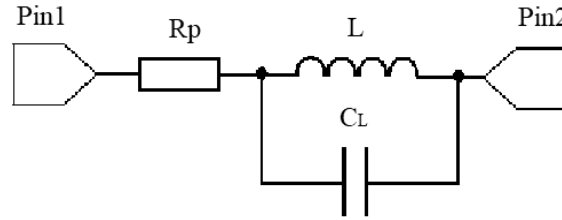


Рис. 6 – Схема замещения катушки индуктивности

Fig. 6 – An equivalent circuit of the inductor

Здесь R_p – сопротивление потерь; C_L – собственная (паразитная) емкость катушки индуктивности; L – собственная индуктивность. Межвитковая емкость значительно увеличивается в многорядных катушках, тем самым уменьшая граничную рабочую частоту и добротность реальной индуктивности.

Таким образом, наличие реактивных компонентов приводит к частотной зависимости измеряемых параметров. Определение реальной индуктивности, паразитной емкости, добротности и собственной резонансной частоты по результатам измерений может быть получено расчетным путем. Для схемы измерения проводимость на клеммах может быть записана как

$$G_u = G_L + G_C, \quad (11)$$

где G_u – значение проводимости на клеммах; G_L – проводимость индуктивности; G_C – проводимость емкости.

Так как $X_L = j\omega L$, $X_C = \frac{1}{j\omega C}$, то $G_L = \frac{1}{j\omega L}$, $G_C = j\omega C$, где $\omega = 2\pi f$, f – частота измерения в Гц. Для определения собственной индуктивности катушки необходимо провести измерения на двух близких частотах (f_1 и f_2) и, решив систему уравнений, получить искомые значения параметров L и C_L :

$$\begin{cases} \frac{1}{j\omega_1 L_{u1}} = \frac{1}{j\omega_1 L} + j\omega_1 C_L, \\ \frac{1}{j\omega_2 L_{u2}} = \frac{1}{j\omega_2 L} + j\omega_2 C_L, \end{cases} \quad (12)$$

где L_{u1} , L_{u2} – измеренные значения индуктивностей на первой и второй частоте; L – собственная индуктивность; C_L – межвитковая емкость.

Из системы уравнений (12) найдем

$$C_L = \frac{\frac{1}{L_{u2}} - \frac{1}{L_{u1}}}{4\pi^2(f_1^2 - f_2^2)}, \quad L = \frac{f_1^2 - f_2^2}{\frac{f_2^2}{L_{u1}} - \frac{f_1^2}{L_{u2}}}. \quad (13)$$

Собственная добротность катушки индуктивности будет определена с учетом измерения сопротивления потерь по формуле

$$Q = \frac{\sqrt{\frac{L}{C_L}}}{R_n}. \quad (14)$$

Входные данные для разработки модели представляют собой файлы S-параметров (*.s2p), измеренных в указанных частотных диапазонах. Предлагаются два вида моделей. Первый вид основан на эквивалентной схеме замещения, содержащей простые R -, L -, C -компоненты, представленной на рис. 7.

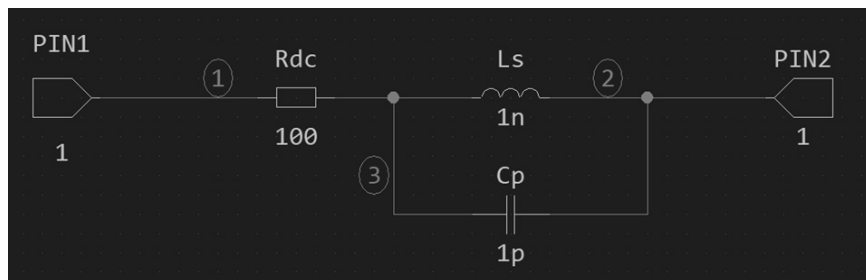


Рис. 7 – Эквивалентная схема замещения катушки индуктивности

Fig. 7 – An equivalent circuit of the inductor

Второй вид моделей в качестве основного элемента использует функциональный лапласов источник тока, имитирующий входную частотно-зависимую проводимость. Схема замещения представлена на рис. 8.

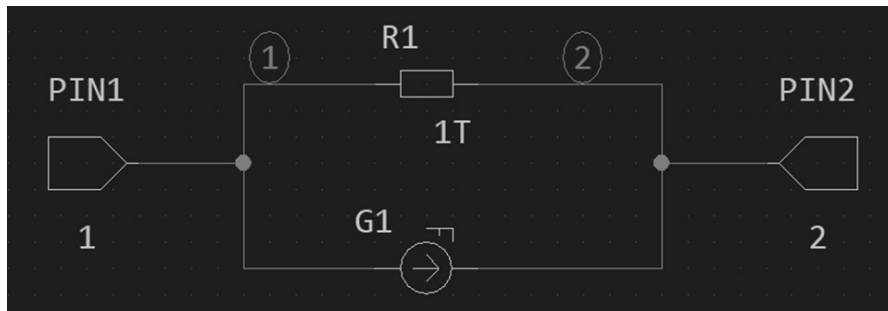


Рис. 8 – Эквивалентная схема замещения катушки индуктивности

Fig. 8 – An equivalent circuit of the inductor

На рисунке G_1 – функциональный лапласов источник тока; R_1 – вспомогательный резистор.

На рис. 9 представлены зависимости входных проводимостей катушки индуктивности записанной в SPICE модели и измеренная характеристика [6]. Видно, что характеристики достаточно близки между собой, что говорит об адекватности выбора количества узлов интерполяции.

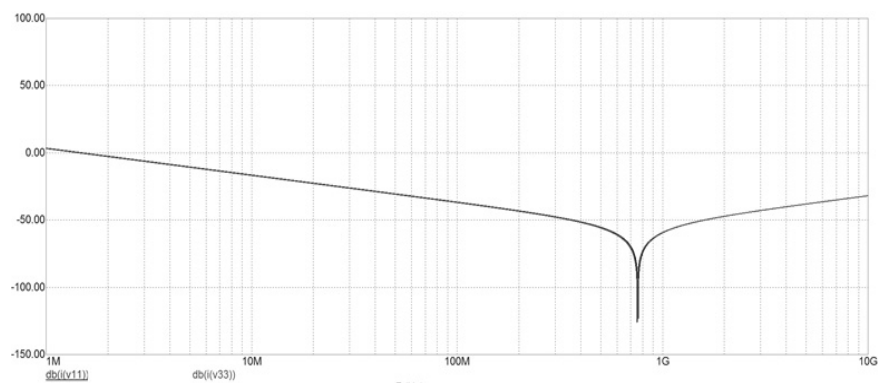


Рис. 9 – Зависимость входной проводимости катушки индуктивности

Fig. 9 – The dependence of the input conductivity of the inductor

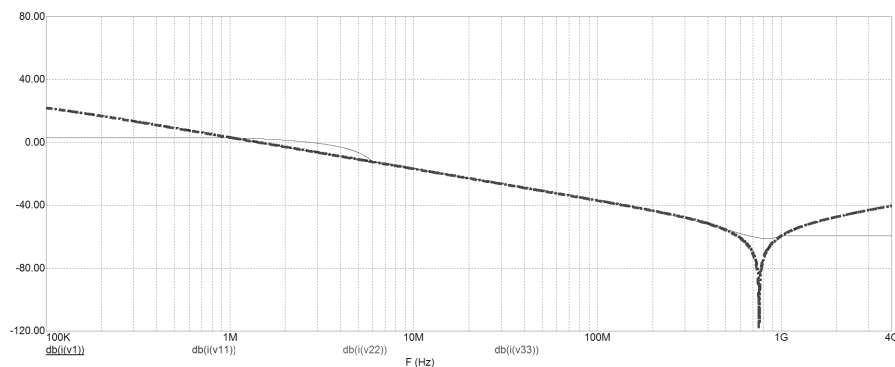


Рис. 10 – Зависимость входной проводимости катушки индуктивности для SPICE моделей и результаты измерений

Fig. 10 – The dependence of the input conductivity of the inductor for SPICE models and the measurement results

На рис. 10 показаны графики зависимостей входных проводимостей катушки индуктивности. Видно, что кривые, изображенные жирным пунктиром (три зависимости), совпадают, а кривая на графике, изображенная тонкой линией отлична от их поведения. Это связано с тем, что аппроксимация полиномами Лагранжа была выполнена с неверным количеством узлов (аргументов), что привело к увеличению максимального значения относительной погрешности.

Заключение

Предложен пример построения SPICE модели катушки индуктивности на основе измерений ее электрических параметров и их статистической обработки. Применение такого подхода позволило создать комплексную поведенческую модель изделия, которая в своем составе содержит информацию, учитывающую всю совокупность изменений электрических параметров электронного компонента. Такая SPICE модель позволит провести моделирование электронной схемы в САПР с учетом различных изме-

нений. Методы аппроксимации измеренных и рассчитанных электрических параметров позволили с достаточной точностью охарактеризовать свойства исследуемого изделия. Каждый производитель ЭКБ может выбирать свои методы аппроксимации для ускорения работы модели компонента в используемом САПР. Предложенная методика построения SPICE модели может быть распространена на широкий класс ЭКБ. Следует отметить, что метод аппроксимации полиномами Лагранжа имеет следующие недостатки, в частности при неправильном выборе количества узлов интерполяции либо слишком малом или слишком большом, увеличивает максимальное значение относительной погрешности между узлами, а также приводит к колебательному процессу, т. е. его значения могут сильно отличаться от значений интерполируемой функции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крамер Г. Математические методы статистики. – М.: ИИЛ, 1948.
2. Шор Я.Б., Кузьмин Ф.И. Таблицы для анализа и контроля надежности. – М.: Советское радио, 1968.
3. Варден Б.Л. ван-дер. Математическая статистика. – М.: ИИЛ, 1960.
4. Смирнов И.В. Статистические таблицы. – М.: Наука, 1968.
5. Таблицы нормального интеграла, нормальной плотности и ее нормированных производных / под ред. Н.В. Смирнова. – М.: Изд-во АН СССР, 1960.
6. Orcad PSpice AD Reference manual.

BUILDING A BEHAVIORAL MODEL OF AN INDUCTOR COIL BASED ON STATISTICAL DATA OF ITS ELECTRICAL PARAMETERS

Ivanov A.A.^{1,2}, Mironenko I.G.¹, Sokolov S.S.¹, Kulik A.N.¹,
Sysoev O.Yu.¹, Protchenko A.I.³, Sharova N.N.³

¹*Saint-Petersburg State Electrotechnical University "LETI"*

²*JSC "Factory Magneton"*

³*JSC «Ferrite-Domain Research Institute»*

The article considers an example of the construction (behavioral model) of a SPICE inductance model based on measurements of its electrical parameters and their statistical processing. Using this approach, it was possible to create a model that takes into account the totality of changes in the electrical parameters of an electronic component, which undoubtedly allows the REA developer to simulate the product taking into account changes in operating conditions. The methods of approximation of the measured and calculated parameters used in the article are just an example. Each ECB manufacturer can choose its own approximation methods to speed up the operation of the component model in the CAD used. The proposed method of building a SPICE model can be extended to a wide class of electronic components.

Keywords: SPICE model, behavioral model of an inductor.

DOI: 10.17212/1727-2769-2025-4-5-23

REFERENCES

1. Cramer H. *Matematicheskie metody statistiki* [Mathematical methods of statistics]. Moscow, IIL Publ., 1948. (In Russian).
2. Shor Ya.B., Kuz'min F.I. *Tablitsy dlya analiza i kontrolya nadezhnosti* [Tables for analysis and reliability control]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1968.
3. Waerden B.L. van der. *Matematicheskaya statistika* [Mathematical statistics]. Moscow, IIL Publ., 1960. (In Russian).
4. Smirnov I.V. *Statisticheskie tablitsy* [Statistical tables]. Moscow, Nauka Publ., 1968.
5. Smirnov N.V., ed. *Tablitsy normal'nogo integrala, normal'noi plotnosti i ee normirovannykh proizvodnykh* [Tables of the normal integral, normal density, and its normalized derivatives]. Moscow, USSR Academy of Sciences Publ., 1960.
6. 6. *Orcad PSPICE AD Reference manual*.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



Иванов Аркадий Анатольевич – родился в 1967 году, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры микрорадиоэлектроники и технологии радиоаппаратуры, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет им. В.И. Ульянова (Ленина) «ЛЭТИ». Область научных интересов: разработка ЭКБ, проектирование СВЧ устройств. Опубликовано 60 научных работ. (Адрес: 197022, Россия, Санкт-Петербург, ул. профессора Попова, дом 5, литера Ф. E-mail: aaivanov@etu.ru).

Ivanov Arkady Anatolyevich (b. 1967) – Doctor of Sciences (Eng.), Professor, professor at the Department of Microradioelectronics and Radio Equipment Technology in V. I. Ulyanov (Lenin) Saint Petersburg State Electrotechnical University “LETI”. He is the author of 60 scientific publications. His research interests are currently focused on ECB development and microwave device design. (Address: 5F, Professor Popov St., St. Petersburg, 197022, Russia. E-mail: aaivanov@etu.ru).



Мироненко Игорь Германович – родился в 1937 году, д-р техн. наук, профессор кафедры МИТ Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина). Область научных интересов: разработка ЭКБ, проектирование СВЧ устройств. Опубликовано 150 научных работ. (Адрес: 197022, Россия, Санкт-Петербург, ул. профессора Попова, дом 5, литера Ф. E-mail: igmironenko@etu.ru).

Mironenko Igor Germanovich (b. 1937) – Doctor of Sciences (Eng.), Professor, professor of the Department of Microradioelectronics and Radio Equipment Technology in V. I. Ulyanov (Lenin) Saint Petersburg State Electrotechnical University “LETI”. He is the author of 150 scientific publications. His research interests are currently focused on ECB development and microwave device design (Address: 5F, Professor Popov St., St. Petersburg, 197022, Russia. E-mail: igmironenko@etu.ru).



Соколов Сергей Сергеевич – родился в 1941 году, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры микрорадиоэлектроники и технологии производства радиоаппаратуры, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет им. В.И. Ульянова (Ленина) «ЛЭТИ». Область научных интересов: регистрация случайных процессов с двойной стохастичностью, адаптивные методы оценивания параметров сигналов, методы системной инженерии. Опубликовано 92 научные работы. (Адрес: 197022, Россия, Санкт-Петербург, ул. профессора Попова, дом 5, литера Ф. E-mail: sssokolov@etu.ru).

Sokolov Sergey Sergeevich (b. 1941) – Doctor of Sciences (Eng.), Professor, professor at the Department of Microradioelectronics and radio equipment technology in V. I. Ulyanov (Lenin) Saint Petersburg State Electrotechnical University “LETI”. He is the author of 92 scientific publications. His research interests are currently focused on registration of processes with double stochasticity, adaptive methods for estimating signal parameters, and systems engineering. (Address: 5F, Professor Popov St., St. Petersburg, 197022, Russia, E-mail: sssokolov@etu.ru).



Кулик Алексей Николаевич – родился в 1967 году, зав. лабораторией кафедры МИТ Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина). Область научных интересов: разработка ЭКБ, проектирование СВЧ устройств. Опубликовано 5 научных работ. (Адрес: 197022, Россия, Санкт-Петербург, ул. профессора Попова, дом 5, литера Ф. Email: ankulik@etu.ru).

Kulik Alexey Nikolaevich (b. 1967) – Head of the Laboratory at the Department of Microradioelectronics and radio equipment technology in V. I. Ulyanov (Lenin) Saint Petersburg State Electrotechnical University “LETI”. The is the author of 5 scientific publications. His research interests are currently focused on ECB development and microwave device design. (Address: 5F, Professor Popov St., St. Petersburg, 197022, Russia. E-mail: ankulik@etu.ru).



Сысоев Олег Юрьевич – родился в 1987 году, ассистент кафедры МИТ Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина). Область научных интересов: разработка ЭКБ, проектирование СВЧ устройств. Опубликовано 5 научных работ. (Адрес: 197022, Россия, Санкт-Петербург, ул. профессора Попова, дом 5, литера Ф. E-mail: ankulik@etu.ru).

Sysoev Oleg Yurevich (b. 1987) – assistant lecturer at the Department of Microradioelectronics and Radio Equipment Technology in V. I. Ulyanov (Lenin) Saint Petersburg State Electrotechnical University “LETI”. He is the author of 5 scientific publications. His research interests are currently focused on ECB development and microwave device design. (Address: 5F, Professor Popov St., St. Petersburg, 197022, Russia, E-mail: oysisoev@etu.ru).



Протченко Артемий Игоревич – родился в 1977 году, заместитель генерального директора АО «Институт Феррит-Домен». Область научных интересов: разработка ЭКБ, проектирование СВЧ устройств. Опубликовано 5 научных работ. (Адрес: 197022, Россия, Санкт-Петербург, ул. Цветочная, дом 26. E-mail: aiprotchenko@etu.ru).

Protchenko Artemi Igorevich (b. 1977) – Deputy Director General JSC “Ferrite-Domain Research Institute”. He is the author of 3 scientific publications. His research interests are currently focused on ECB development and microwave device design. (Address: 26, Flower St., St. Petersburg, 197022, Russia, E-mail: aiprotchenko@etu.ru).



Шарова Наталья Николаевна – родилась в 1977 году, заместитель генерального директора АО «Институт Феррит-Домен». Область научных интересов: разработка ЭКБ, проектирование СВЧ устройств. Опубликовано 5 научных работ. (Адрес: 197022, Россия, Санкт-Петербург, ул. Цветочная, дом 26. E-mail: n.n.sharova@domen.ru).

Sharova Natalya Nikolaevna (b. 1977) – Deputy Director General JSC “Ferrite-Domain Research Institute”. She is the author of 5 scientific publications. The area of her research covers ECB development and microwave device design. (Address: 26, Flower St., St. Petersburg, 197376, Russia. E-mail: n.n.sharova@domen.ru).

Статья поступила 20 ноября 2025 г.

Received November 20, 2025

To Reference:

Ivanov A.A., Mironenko I.G., Sokolov S.S., Kulik A.N., Sysoev O.Yu., Protchenko A.I., Sharova N.N. Postroenie povedencheskoi modeli katushki induktivnosti na osnove statisticheskikh dannykh ee elektricheskikh parametrov [Building a behavioral model of an inductor coil based on statistical data of its electrical parameters]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii = Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2025, no. 4 (69), pp. 5–23. DOI: 10.17212/1727-2769-2025-4-5-23.