

УДК 621.314.26

**АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ МНОГОУРОВНЕВЫМ ИНВЕРТОРОМ
С КАСКАДНЫМ ВКЛЮЧЕНИЕМ Н-МОСТОВ В АВАРИЙНОМ
РЕЖИМЕ РАБОТЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КВАТЕРНИОНОВ****Г.С. Сидоров***Новосибирский государственный технический университет*

В статье выполнен краткий обзор современных программно-аппаратных способов поддержания работоспособности многоуровневого преобразователя частоты на базе каскадного включения Н-мостов в составе высоковольтного электропривода переменного тока при неисправности в элементах силовой схемы. Основной акцент в работе сделан на алгоритме углового сдвига нейтральной точки инвертора из требования равенства амплитуд векторов линейных напряжений, образующих в двумерном пространстве состояний равносторонний треугольник, благодаря чему достигается симметричный гармонический закон изменения токов статора исполнительного двигателя. В качестве практической реализации данного требования предложено использовать модифицированную обратную матрицу E. Clarke с ортонормированием ее элементов на основании метода Грама–Шмидта и последующим ее представлением в четырехмерном гиперкомплексном пространстве в виде соответствующего прямого и обратного кватерниона координатного преобразования.

Ключевые слова: многоуровневый инвертор, каскадное включение Н-мостов, аварийный режим работы, симметрирование линейных напряжений, кватернионы, гиперкомплексное пространство, ортогонализация Грама–Шмидта, алгоритм управления.

DOI: 10.17212/1727-2769-2026-1-31-47

Введение

В настоящее время в связи с возрастающими требованиями к уровню автоматизации производственных процессов в различных отраслях отечественной промышленности или полностью автоматическому управлению технологическим оборудованием все большее распространение на практике получают частотно-регулируемые электроприводы переменного тока на базе асинхронных или синхронных электрических машин в диапазоне мощностей до десятков МВт включительно, которые используются в тяговых установках автономных средств передвижения, конвейерах, прокатных станах и т. д. [1, 2]. Силовое электрооборудование данного класса включает в себя высоковольтный преобразователь частоты (ПЧ) с многоуровневым автономным инвертором напряжения (АИН), реализованным на базе топологии с фиксированной нейтральной точкой [3], с плавающими конденсаторами [4] или с каскадным (последовательным) включением однофазных Н-мостов [5]. В число достоинств последней конфигурации входит возможность масштабирования в зависимости от класса напряже-

ния нагрузки, модульность конструктивного исполнения, улучшенный гармонический состав потребляемых токов благодаря желаемому геометрическому сдвигу вторичных обмоток входного трансформатора, малые среднеквадратичные потери вследствие низкой частоты коммутации и т. д. [6–10]. По этой причине данное схемотехническое решение широко применяется в серийно выпускаемых изделиях как отечественных, так и зарубежных производителей, например, в линейке ПЧ типа “Perfect Harmonic” компании “Siemens” [11].

Благодаря однотипности силовых ячеек данного типа многоуровневого инвертора представляется возможным обеспечить высокий уровень надежности всей электромеханической системы в целом [12] при помощи аппаратного резервирования или перехода к видоизмененным алгоритмам управления [9, 13, 14]. В последнем случае не требуются дополнительные затраты, связанные с включением в силовую схему дополнительных модулей, по причине чего алгоритмический подход, который базируется на желаемом смещении гальванически развязанной относительно нагрузки нейтральной точки инвертора [2, 15–18], является более предпочтительным. В данной статье рассматривается система управления многоуровневым АИН на базе Н-мостов в аварийном режиме работы, основанная на модифицированной квадратной матрице обратного координатного преобразования Е. Clarke в четырехмерном гиперкомплексном пространстве [19] с целью симметрирования линейных напряжений на выходе высоковольтного ПЧ.

1. Многоуровневый АИН с каскадным включением Н-мостов

В многоуровневых АИН каскадного типа в каждой из трех фаз последовательно включаются силовые ячейки, запитанные от собственного изолированного источника переменного тока, в состав которых при отсутствии требования к рекуперации электрической энергии входят неуправляемый мостовой выпрямитель и емкостный фильтр C_1 , C_2 , совместно образующие звено постоянного тока с напряжением u_{dc} , а также однофазный инвертор, что иллюстрирует рис. 1 [10, 20, 21]. Выход u_k каждого Н-моста имеет три разрешенных состояния 0 и $\pm u_{dc}$ [1, 22], а общее количество достижимых уровней АИН определяется по следующей формуле [9, 10, 12, 14]:

$$L = 2n + 1.$$

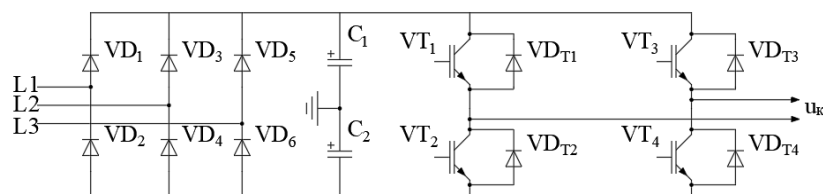


Рис. 1 – Силовая схема одного модуля ПЧ

Fig. 1 – Power circuit of one VFD module

Учитывая тот факт, что в составе силовой цепи многоуровневого ПЧ присутствует $L_{VT} = 6(L - 1)$ полупроводниковых ключа [1, 15], то вероятность их отказа является достаточно высокой [9, 12, 14, 15], что недопустимо в особо ответственных технологических комплексах или системах [7, 17], таких, как, например, магистральные насосные станции для перекачки нефти или шахтные подъемные машины. Помимо этого, к типовым отказам также относится выход из строя конденсаторов емкостного фильтра C_1 , C_2 или диодов $VD_1 - VD_6$ в составе входного выпрямителя, а также управляющих цепей драйверов.

После обнаружения и локализации неисправности, для поддержания работоспособности многоуровневого АИН на начальном этапе происходит шунтирование аварийной ячейки, в результате чего к статору электрической машины прикладывается несимметричное фазное напряжение [15], вызывающее насыщение магнитной системы, перенапряжения в силовых ключах, увеличение температуры обмоток, а также неравномерность вращения ротора вследствие наличия пульсационной составляющей электромагнитного момента [15]. В этой связи для дальнейшего регулирования скорости с желаемым качеством необходимо исключить из силовой цепи по одному Н-мосту в каждой из двух других рабочих стоек [17], что приводит к снижению максимальной величины длительно-допустимой мощности на валу исполнительного двигателя. Для исключения данного недостатка, как было указано во введении, в реальных электромеханических системах переменного тока применяются специальные аппаратные и алгоритмические методы поддержания рабочего состояния многоуровневого инвертора.

В зависимости от конкретного места включения и вида дополнительного элемента при аппаратном резервировании выделяют четыре его уровня [7], заключающиеся в автоматической замене какого-либо полупроводникового ключа, силовой ячейки, стойки или полностью всего инвертора.

В силу того что данный подход увеличивает стоимость и массогабаритные показатели электропривода в целом [9, 13], то на практике более широкое распространение получили алгоритмические методы, которые, как правило, основываются на желаемом смещении нейтрали многоуровневого АИН из требования симметрии фазных токов нагрузки. Техническая реализация данного управляющего принципа основывается на предварительном расчете углового смещения между фазными векторами на плоскости из требования формирования равностороннего треугольника, образованного линейными напряжениями [8, 20], и может выполняться различными способами, а именно включением в трехканальный модулятор ШИМ компенсационной связи, уменьшающей амплитуду задающих воздействий вследствие асимметрии [23], добавлении к задающим воздействиям нулевой последовательности фаз [12, 16], применением модифицированной матрицы обратного координатного преобразования E. Clarke [2, 15], использования нейронных сетей [21] и т. д.

2. Алгоритм симметрирования линейных напряжений

При отказе какого-либо полупроводникового ключа или пассивного элемента в составе произвольной силовой ячейки происходит ее шунтирование с дальнейшим переходом к модифицированному закону управления выходными напряжениями ПЧ каждой из трех стоек из условия симметрирования токов статора электрической машины, которое, как это было ранее, реализуется путем пространственного сдвига нейтральной точки инвертора [14, 20, 23].

В исправном состоянии АИН угловое смещение между фазными векторами составляет 120 электрических градусов, в результате чего длины равнобедренного треугольника A, B, C равны друг другу и применительно к 13-уровневому инвертору их длина составляет $6\sqrt{3}$ от амплитуды вектора на выходе каждой из трех стоек инвертора, что иллюстрирует рис. 2. При наличии неисправности, например, в случае отказа двух силовых модулей в фазе A , показанной на рис. 3, наблюдается асимметричный режим работы исполнительного двигателя, для исключения которого необходимо осуществить желаемый сдвиг средней точки на заданный угол в соответствии с рис. 4.

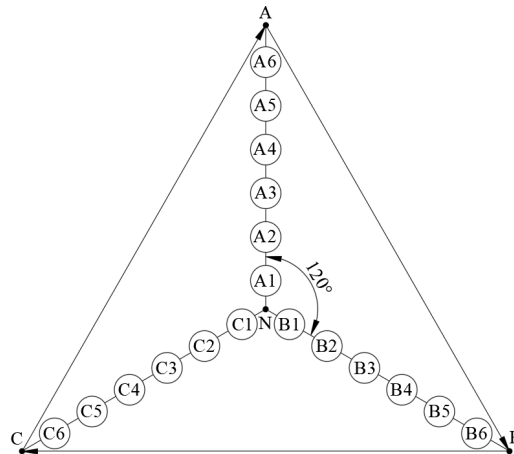


Рис. 2 – Векторная диаграмма фазных и линейных напряжений 13-уровневого АИН в исправном состоянии

Fig. 2 – Phase and line voltages vector diagram of a 13-level VSI in healthy condition

Желаемые значения углов между соответствующими фазными векторами, которые представлены в таблице, определяются из решения нелинейной системы квадратичных соотношений:

$$|\vec{u}_{AB}| = |\vec{u}_A|^2 + |\vec{u}_B|^2 - 2|\vec{u}_A||\vec{u}_B|\cos\varphi_{AB};$$

$$|\vec{u}_{BC}| = |\vec{u}_B|^2 + |\vec{u}_C|^2 - 2|\vec{u}_B||\vec{u}_C|\cos\varphi_{BC};$$

$$|\vec{u}_{CA}| = |\vec{u}_C|^2 + |\vec{u}_A|^2 - 2|\vec{u}_C||\vec{u}_A|\cos\varphi_{CA}.$$

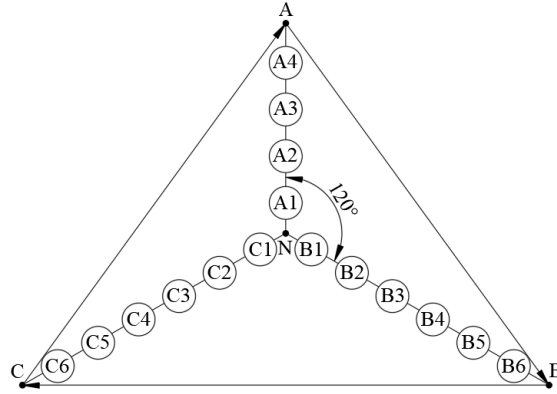


Рис. 3 – Векторная диаграмма фазных и линейных напряжений 13-уровневого АИН в аварийном режиме работы

Fig. 3 – Phase and line voltages vector diagram of a 13-level VSI in the fault condition

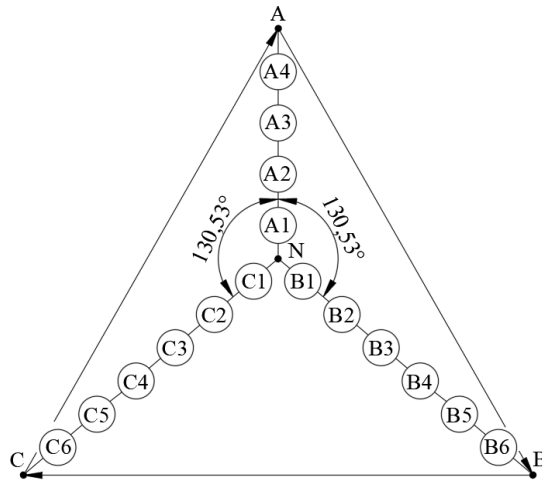


Рис. 4 – Векторная диаграмма фазных и линейных напряжений 13-уровневого АИН в аварийном режиме работы после смещения нейтрали N

Fig. 4 – Phase and line voltages vector diagram of a 13-level VSI in the fault condition after neutral point N shift

**Расчетные параметры векторной диаграммы 13-уровневого АИН
при симметрии выходных линейных напряжений**
**Vector diagram calculated parameters of a 13-level VSI under symmetrical
output line voltages**

n_A , шт.	n_B , шт.	n_C , шт.	$\cos \varphi_{AB}$	$\cos \varphi_{CA}$	$\varphi_{AB}, ^\circ$	$\varphi_{CA}, ^\circ$	$u_{\text{лин}},$ о.е.
4	4	4	-0,5	-0,5	120	120	6,928
4	4	5	-0,736	-0,364	137,364	111,318	7,453
4	4	6	-0,922	-0,198	157,181	101,41	7,842
4	5	4	-0,364	-0,736	111,318	137,364	7,453
4	5	5	-0,594	-0,594	126,422	126,422	8,047
4	5	6	-0,797	-0,435	142,819	115,771	8,536
4	6	4	-0,198	-0,922	101,41	157,181	7,842
4	6	5	-0,435	-0,797	115,771	142,819	8,536
4	6	6	-0,65	-0,65	130,529	130,529	9,121
5	4	4	-0,364	-0,364	111,318	111,318	7,453
5	4	5	-0,594	-0,295	126,422	107,156	8,047
5	4	6	-0,797	-0,198	142,819	101,41	8,536
5	5	4	-0,295	-0,594	107,156	126,422	8,047
5	5	5	-0,5	-0,5	120	120	8,66
5	5	6	-0,691	-0,393	133,74	113,13	9,196
5	6	4	-0,198	-0,797	101,41	142,819	8,536
5	6	5	-0,393	-0,691	113,13	133,74	9,196
5	6	6	-0,579	-0,579	125,376	125,376	9,784
6	4	4	-0,198	-0,198	101,41	101,41	7,842
6	4	5	-0,435	-0,198	115,771	101,41	8,536
6	4	6	-0,65	-0,155	130,529	98,942	9,121
6	5	4	-0,198	-0,435	101,41	115,771	8,536
6	5	5	-0,393	-0,393	113,13	113,13	9,196
6	5	6	-0,579	-0,33	125,376	109,249	9,784
6	6	4	-0,155	-0,65	98,942	130,529	9,121
6	6	5	-0,33	-0,579	109,249	125,376	9,784
6	6	6	-0,5	-0,5	120	120	10,392

Техническая реализация алгоритма симметрирования может осуществляться с помощью различных способов, в том числе и с использованием модифицированной квадратной матрицы обратного преобразования Е. Clarke [2, 15], которая задается в следующем виде (1):

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ \cos \varphi_{AB} & \sin \varphi_{AB} & 1 \\ \cos \varphi_{CA} & -\sin \varphi_{CA} & 1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

и которая получается при дополнении аргумента гармонических задающих воздействий на входе трехканального модулятора ШИМ требуемыми угловыми смещениями φ_{AB} и φ_{CA} .

3. Координатные преобразования в гиперкомплексном пространстве

Кватернион представляет собой обобщение функции комплексной переменной на четырехмерное гиперкомплексное пространство и имеет следующий вид [24]:

$$\Lambda = \lambda_0 + \lambda_1 \mathbf{q}_1 + \lambda_2 \mathbf{q}_2 + \lambda_3 \mathbf{q}_3,$$

где $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ – вещественные коэффициенты; $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3$ – мнимые единицы [19], для которых постулируются следующие девять правил произведения (2):

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_2 \mathbf{q}_3 &= -\mathbf{q}_3 \mathbf{q}_2 = \mathbf{q}_1; \\ \mathbf{q}_3 \mathbf{q}_1 &= -\mathbf{q}_1 \mathbf{q}_3 = \mathbf{q}_2; \\ \mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2 &= -\mathbf{q}_2 \mathbf{q}_1 = \mathbf{q}_3; \\ \mathbf{q}_1^2 &= \mathbf{q}_2^2 = \mathbf{q}_3^2 = \mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2 \mathbf{q}_3 = -1. \end{aligned} \quad (2)$$

А его сопряженная и обратная формы находятся как

$$\hat{\Lambda} = \lambda_0 - \lambda_1 \mathbf{q}_1 - \lambda_2 \mathbf{q}_2 - \lambda_3 \mathbf{q}_3, \quad \Lambda^{-1} = \|\Lambda\|^{-1} \hat{\Lambda} = |\Lambda|^{-2} \hat{\Lambda},$$

где $|\Lambda|, \|\Lambda\|$ – модуль и норма кватерниона [25]:

$$|\Lambda| = \sqrt{\Lambda \hat{\Lambda}} = \sqrt{\hat{\Lambda} \Lambda} = \sqrt{\sum_{k=0}^3 \lambda_k^2}, \quad \|\Lambda\| = |\Lambda|^2.$$

В свою очередь линейный переход от чисто мнимого кватерниона:

$$\mathbf{X}_{\alpha\beta 0} = x_\alpha \mathbf{q}_1 + x_\beta \mathbf{q}_2 + x_0 \mathbf{q}_3,$$

в котором в качестве $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ выступают переменные состояния электрической машины x_α, x_β, x_0 к соответствующему кватерниону трехфазных переменных:

$$\mathbf{X}_{ABC} = x_A \mathbf{q}_1 + x_B \mathbf{q}_2 + x_C \mathbf{q}_3,$$

где x_A, x_B, x_C – текущие значения трехфазных токов, напряжений, потокоцеплений электрической машины и т. д.

Координатное преобразование реализуется на основании формулы [19, 24]:

$$\mathbf{X}_{ABC} = \Lambda_{\alpha\beta 0} \mathbf{X}_{\alpha\beta 0} \Lambda_{\alpha\beta 0}^{-1} = x_\alpha \mathbf{q}_1 + x_\beta \mathbf{q}_2 + x_0 \mathbf{q}_3, \quad (3)$$

где $\Lambda_{\alpha\beta 0}$ – кватернион преобразования трехмерной системы координат $\alpha, \beta, 0$ в A, B, C .

В результате чего после выполнения соответствующих математических операций с учетом (2) становится справедливым:

$$x_A = \|\Lambda_{\alpha\beta 0}\|^{-1} \left((\lambda_0^2 + \lambda_1^2 - \lambda_2^2 - \lambda_3^2)x_\alpha + 2(\lambda_1\lambda_2 - \lambda_0\lambda_3)x_\beta + \right. \\ \left. + 2(\lambda_1\lambda_3 + \lambda_0\lambda_2)x_0 \right); \quad (4)$$

$$x_B = \|\Lambda_{\alpha\beta 0}\|^{-1} \left(2(\lambda_2\lambda_1 + \lambda_0\lambda_3)x_\alpha + (\lambda_0^2 + \lambda_2^2 - \lambda_1^2 - \lambda_3^2)x_\beta + \right. \\ \left. + 2(\lambda_2\lambda_3 + \lambda_0\lambda_1)x_0 \right); \quad (5)$$

$$x_C = \|\Lambda_{\alpha\beta 0}\|^{-1} \left(2(\lambda_3\lambda_1 - \lambda_0\lambda_2)x_\alpha + 2(\lambda_3\lambda_2 + \lambda_0\lambda_1)x_\beta + \right. \\ \left. + (\lambda_0^2 + \lambda_3^2 - \lambda_1^2 - \lambda_2^2)x_0 \right). \quad (6)$$

В частном случае, когда $\|\Lambda_{\alpha\beta 0}\| = 1$, нормы исходного $\|\mathbf{X}_{\alpha\beta 0}\|$ и трансформированного $\|\mathbf{X}_{ABC}\|$ кватернионов равны друг другу.

Равенство (3) можно также записать в традиционной векторно-матричной форме записи [25]:

$$\mathbf{x}_{ABC} = \begin{pmatrix} x_A \\ x_B \\ x_C \end{pmatrix} = \mathbf{L} \mathbf{x}_{\alpha\beta 0} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \\ x_0 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где $\mathbf{x}_{ABC}$, $\mathbf{x}_{\alpha\beta 0}$ – алгебраические векторы-столбцы координат состояния электрической машины переменного тока в α , β , 0 A , B , C базисах соответственно; $\mathbf{L}$ – квадратная матрица преобразования размерностью $\dim 3 \times 3$, которая с учетом (1) находится как

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ \cos \varphi_{AB} & \sin \varphi_{AB} & 1 \\ \cos \varphi_{CA} & -\sin \varphi_{CA} & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

или на основании (4–6) [24]:

$$\mathbf{L} = \|\Lambda_{\alpha\beta 0}\|^{-1} \begin{pmatrix} \lambda_0^2 + \lambda_1^2 - \lambda_2^2 - \lambda_3^2 & 2(\lambda_1\lambda_2 - \lambda_0\lambda_3) & 2(\lambda_1\lambda_3 + \lambda_0\lambda_2) \\ 2(\lambda_2\lambda_1 + \lambda_0\lambda_3) & (\lambda_0^2 + \lambda_2^2 - \lambda_1^2 - \lambda_3^2) & 2(\lambda_2\lambda_3 + \lambda_0\lambda_1) \\ 2(\lambda_3\lambda_1 - \lambda_0\lambda_2) & 2(\lambda_3\lambda_2 + \lambda_0\lambda_1) & (\lambda_0^2 + \lambda_3^2 - \lambda_1^2 - \lambda_2^2) \end{pmatrix}.$$

Для получения расчетных соотношений между элементами $\mathbf{L}$ и вещественными коэффициентами $\Lambda_{\alpha\beta 0}$ воспользуемся ее следом:

$$\begin{aligned} \text{tr} \mathbf{L} = a_{11} + a_{22} + a_{33} &= \|\Lambda_{\alpha\beta 0}\|^{-1} (3\lambda_0^2 - \lambda_1^2 - \lambda_2^2 - \lambda_3^2) = \\ &= \|\Lambda_{\alpha\beta 0}\|^{-1} (4\lambda_0^2 - \|\Lambda_{\alpha\beta 0}\|), \end{aligned}$$

откуда λ_0 можно определить по формуле

$$\lambda_0 = \pm \|\Lambda_{\alpha\beta 0}\| \frac{\sqrt{\text{tr} \mathbf{L} + 1}}{2}, \quad (9)$$

далее, используя промежуточные равенства:

$$a_{32} - a_{23} = 4 \|\Lambda_{\alpha\beta 0}\|^{-1} \lambda_0 \lambda_1;$$

$$a_{13} - a_{31} = 4 \|\Lambda_{\alpha\beta 0}\|^{-1} \lambda_0 \lambda_2;$$

$$a_{21} - a_{12} = 4 \|\Lambda_{\alpha\beta 0}\|^{-1} \lambda_0 \lambda_3,$$

можно получить уравнения (10 – 12) [19]:

$$\lambda_1 = \pm \|\Lambda_{\alpha\beta 0}\| \frac{a_{32} - a_{23}}{4\lambda_0} = \pm \|\Lambda_{\alpha\beta 0}\| \frac{a_{32} - a_{23}}{2\sqrt{\text{tr} \mathbf{L} + 1}}; \quad (10)$$

$$\lambda_2 = \pm \|\Lambda_{\alpha\beta 0}\| \frac{a_{13} - a_{31}}{4\lambda_0} = \pm \|\Lambda_{\alpha\beta 0}\| \frac{a_{13} - a_{31}}{2\sqrt{\text{tr} \mathbf{L} + 1}}; \quad (11)$$

$$\lambda_3 = \pm \|\Lambda_{\alpha\beta 0}\| \frac{a_{21} - a_{12}}{4\lambda_0} = \pm \|\Lambda_{\alpha\beta 0}\| \frac{a_{21} - a_{12}}{2\sqrt{\text{tr} \mathbf{L} + 1}}. \quad (12)$$

4. Ортогонализация Грама–Шмидта

В силу того что три мнимые единицы $\mathbf{q}_1$, $\mathbf{q}_2$, $\mathbf{q}_3$ имеют единичную норму $\|\mathbf{q}_1\| = \|\mathbf{q}_2\| = \|\mathbf{q}_3\| = 1$ и образуют между собой правую тройку взаимно перпендикулярных векторов [24], то вышеописанная аналитическая процедура представления элементов квадратной матрицы $\mathbf{L}$ в гиперкомплексном пространстве справедлива только для случая ортогонального преобразования (7).

Как нетрудно заметить, координаты базисных векторов можно образовывать из столбцов (8):

$$\mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos \varphi_{AB} \\ \cos \varphi_{CA} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{e}_2 = \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ a_{32} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sin \varphi_{AB} \\ -\sin \varphi_{CA} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{e}_3 = \begin{pmatrix} a_{13} \\ a_{23} \\ a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Координаты базисных векторов в общем случае не удовлетворяют условию ортонормированности. Для достижения данного требования воспользуемся методом Грама–Шмидта [26], совместив первый базисный вектор с $\mathbf{e}_1$, т. е.

$$\mathbf{e}_1^* = \mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} a_{11}^* & a_{21}^* & a_{31}^* \end{pmatrix}^T.$$

В свою очередь координаты $\mathbf{e}_2^*$ и $\mathbf{e}_3^*$ находятся как

$$\mathbf{e}_2^* = \begin{pmatrix} a_{12}^* & a_{22}^* & a_{32}^* \end{pmatrix}^T = \mathbf{e}_2 + \alpha \mathbf{e}_1^*;$$

$$\mathbf{e}_3^* = \begin{pmatrix} a_{13}^* & a_{23}^* & a_{33}^* \end{pmatrix}^T = \mathbf{e}_3 + \alpha_1 \mathbf{e}_1^* + \alpha_2 \mathbf{e}_2^*,$$

где α , α_1 , α_2 – вещественные коэффициенты, определяемые из требования ортогональности базисных векторов, которое в матричной форме записи имеет следующий вид [24]:

$$\mathbf{e}_i^T \mathbf{e}_j^* = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_j^* \end{pmatrix}^T \mathbf{e}_i^* = 0.$$

На основании чего данные параметры вычисляются по следующей формуле [27]:

$$\alpha_{k-1} = -\left\| \mathbf{e}_{k-1}^* \right\|^{-2} \mathbf{e}_k^T \mathbf{e}_{k-1}^*.$$

Откуда

$$\alpha = -\left\| \mathbf{e}_1^* \right\|^{-2} \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_1^* = -\left\| \mathbf{e}_1^* \right\|^{-2} (a_{12}a_{11} + a_{22}a_{21} + a_{32}a_{31});$$

$$\alpha_1 = -\left\| \mathbf{e}_1^* \right\|^{-2} \mathbf{e}_3^T \mathbf{e}_1^* = -\left\| \mathbf{e}_1^* \right\|^{-2} (a_{13}a_{11} + a_{23}a_{21} + a_{33}a_{31});$$

$$\alpha_2 = -\left\| \mathbf{e}_2^* \right\|^{-2} \mathbf{e}_3^T \mathbf{e}_2^* = -\left\| \mathbf{e}_2^* \right\|^{-2} (a_{13}a_{12} + a_{23}a_{22} + a_{33}a_{32}),$$

где $\left\| \mathbf{e}_1^* \right\|$, $\left\| \mathbf{e}_2^* \right\|$ – евклидовы нормы $\mathbf{e}_1^*$ и $\mathbf{e}_2^*$, которые могут быть определены как

$$\left\| \mathbf{e}_1^* \right\| = \sqrt{(a_{11}^2) + (a_{21}^2) + (a_{31}^2)}, \quad \left\| \mathbf{e}_2^* \right\| = \sqrt{(a_{12}^2) + (a_{22}^2) + (a_{32}^2)}.$$

На заключительном этапе выполняется нормирование $\mathbf{e}_1^*, \mathbf{e}_2^*, \mathbf{e}_3^*$ путем деления каждого элемента столбца на собственную евклидову норму, в результате чего окончательно можно получить:

$$\mathbf{L}^* = \begin{pmatrix} \|\mathbf{e}_1^*\|^{-1} a_{11}^* & \|\mathbf{e}_2^*\|^{-1} a_{12}^* & \|\mathbf{e}_3^*\|^{-1} a_{13}^* \\ \|\mathbf{e}_1^*\|^{-1} a_{21}^* & \|\mathbf{e}_2^*\|^{-1} a_{22}^* & \|\mathbf{e}_3^*\|^{-1} a_{23}^* \\ \|\mathbf{e}_1^*\|^{-1} a_{31}^* & \|\mathbf{e}_2^*\|^{-1} a_{32}^* & \|\mathbf{e}_3^*\|^{-1} a_{33}^* \end{pmatrix}.$$

В результате чего становится справедливым равенство

$$\det \mathbf{L}^* = \pm 1; (\mathbf{L}^*)^{-1} = (\mathbf{L}^*)^T.$$

В итоге, подставляя элементы $\mathbf{L}^*$ в формулы (9–12) с учетом того, что $|\Lambda_{\alpha\beta 0}| = \|\Lambda_{\alpha\beta 0}\| = 1$, вещественные коэффициенты кватерниона перехода к фазным переменным для рассмотренного выше состояния силовых модулей 13-уровневого АИН с $\varphi_{AB} = \varphi_{CA} = 130,52^\circ$ равны:

$$\lambda_0 = 0,8606; \lambda_1 = -0,3566; \lambda_2 = 0,3354; \lambda_3 = -0,1389.$$

При этом также необходимо отметить, что вследствие нормирования столбцов модифицированной матрицы вида (1) амплитудные значения трехфазных гармонических сигналов после обратного преобразования E. Clarke изменяются, по причине чего в прямой канал блока ШИМ необходимо вводить согласующие коэффициенты, представляющие собой степенную функцию определителя $\det \mathbf{L}$.

Заключение

Рассмотренный в данной статье способ технической реализации смещения нейтрали многоуровневого АИН с каскадным включением Н-мостов, основанный на привлечении алгебры гиперкомплексных чисел, позволяет использовать четыре линейно независимых параметра $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ вместо девяти элементов обратной матрицы E. Clarke $a_{11} \dots a_{33}$ и при этом расчет задающих воздействий на выходные напряжения многоуровневого инвертора осуществляется в ортонормированном трехмерном базисе, полученном на основании аналитической процедуры Грама–Шмидта.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Alqarni Z.A.** Design of active fault-tolerant control system for multilevel inverters to achieve greater reliability with improved power quality // *IEEE Access*. – 2022. – Vol. 10. – P. 77791–77801. – DOI: 10.1109/ACCESS.2022.3193790.
2. **Nos O.V., Abramushkina E.E.** The control technique for cascaded H-bridge multilevel converter with faulty cells // 2018 19th International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices (EDM). – Erlagol, Russia, 2018. – P. 6403–6406. – DOI: 10.1109/EDM.2018.8435054.
3. **Nabae A., Takahashi I., Akagi H.** A new neutral-point-clamped PWM inverter // *IEEE Transactions on Industry Applications*. – 1981. – Vol. IA-17 (5). – P. 518–523. – DOI: 10.1109/TIA.1981.4503992.
4. **Meynard T.A., Foch H.** Multi-level conversion: high voltage choppers and voltage-source inverters // *PESC '92 Record. 23rd Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference. Vol. 1.* – Toledo, Spain, 1992. – P. 397–403. – DOI: 10.1109/PESC.1992.254717.
5. Patent № 5 986 909 USA. Multiphase power supply with plural series connected cells and failed cell bypass: date of patent 1999 / Hammond P., Aiello M.F.
6. Equalization of losses in a multilevel frequency converter in fault condition / Y. Kazemirova, A. Anuchin, D. Aliamkin, M. Lashkevich, A. Zharkov, A. Kovyazin // 2022 29th International Workshop on Electric Drives: Advances in Power Electronics for Electric Drives (IWED). – Moscow, Russian Federation, 2022. – P. 1–6. – DOI: 10.1109/IWED54598.2022.9722594.
7. Fault tolerant operation in multilevel inverter for more electric aircraft / H. Rehman, H. Iqbal, M. Tariq, A. Sarwar, M. Sarfraz, G.M. Gupta, A.I. Maswood // 2022 2nd International Conference on Emerging Frontiers in Electrical and Electronic Technologies (ICEFEET). – Patna, India, 2022. – P. 1–6. – DOI: 10.1109/ICEFEET51821.2022.9848055.
8. **Pany S., Karanki S.B.** Algorithm for fault-tolerant operation of cascaded H-bridge multilevel inverter // 2021 IEEE 12th Energy Conversion Congress & Exposition – Asia (ECCE-Asia). – Singapore, 2021. – P. 926–931. – DOI: 10.1109/ECCE-Asia49820.2021.9478988.
9. **Salimian H., Iman-Eini H.** Fault-tolerant operation of three-phase cascaded H-bridge converters using an auxiliary module // *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. – 2017. – Vol. 64 (2). – P. 1018–1027. – DOI: 10.1109/TIE.2016.2613983.
10. Online soft restart of a cascaded H-bridge inverter fed induction motor drive after cell faults / J. Titus, H. Patel, M.B. Anurag, S. Bhawal, S. Dey, D. Saravanan, K. Hatua, S.E. Rao // 2022 IEEE International Conference on Power Electronics, Smart Grid, and Renewable Energy (PESGRE). – Trivandrum, India, 2022. – P. 1–6. – DOI: 10.1109/PESGRE52268.2022.9715809.
11. Siemens. Высоковольтные преобразователи частоты. Robicon Perfect Harmony. – URL: <https://siemens-drives.ru/products/vysokovoltnye-preobrazovateli-chastoty/robicon-perfect-harmony/> (дата обращения: 11.02.2026).
12. A fault-tolerant strategy for safe operation of cascaded H-bridge multilevel inverter under faulty condition / A. Raki, Y. Neyshabouri, M. Aslanian, H. Iman-Eini // *IEEE Transactions on Power Electronics*. – 2023. – Vol. 38 (6). – P. 7285–7295. – DOI: 10.1109/TPEL.2023.3257278.

13. A review of fault-tolerant control methods for cascaded H-bridge multilevel inverters / H. Hamza, J. Song-Manguelle, P.M. Lingom, J.M. Nyobe-Yome, M.L. Doumbia // 2023 IEEE 14th International Conference on Power Electronics and Drive Systems (PEDS). – Montreal, QC, Canada, 2023. – P. 1–7. – DOI: 10.1109/PEDS57185.2023.10246759.
14. **Aleenejad M., Mahmoudi H., Ahmadi R.** Multifault tolerance strategy for three-phase multilevel converters based on a half-wave symmetrical selective harmonic elimination technique // IEEE Transactions on Power Electronics. – 2017. – Vol. 32 (10). – P. 7980–7989. – DOI: 10.1109/TPEL.2016.2633230.
15. **Нос О.В., Дыбко М.А., Нос Н.И.** Алгоритмы управления многоуровневым инвертором напряжения с каскадным включением H-мостов в аварийном режиме работы // Электротехника. – 2021. – № 12. – С. 37–43. – DOI: 10.53891/00135860_2021_12_37.
16. **Fathi M., Khajehoddin S.A.** A fault compensation scheme for cascaded H-bridge inverter with reduced common mode voltage // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2023. – Vol. 70 (4). – P. 3257–3267. – DOI: 10.1109/TIE.2022.3177798.
17. A new postfault control method for CHB inverter to increase maximum output voltage / S. Ouni, M. Narimani, Z. Cheng, N.R. Zargari // IEEE Transactions on Industry Applications. – 2020. – Vol. 56 (5). – P. 5499–5510. – DOI: 10.1109/TIA.2020.2997306.
18. **Kim M., Ko Y.** A novel fault tolerant control based on overmodulation for three-phase cascaded H-bridge inverters // 2023 11th International Conference on Power Electronics and ECCE Asia (ICPE 2023 – ECCE Asia). – Jeju Island, Korea, Republic of, 2023. – P. 1052–1057. – DOI: 10.23919/ICPE2023-ECCEAsia54778.2023.10213785.
19. **Nos O.V., Nos N.I.** Clarke-park coordinates transformation in the quaternion domain // 2023 IEEE XVI International Scientific and Technical Conference Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE). – Novosibirsk, Russian Federation, 2023. – P. 420–423. – DOI: 10.1109/APEIE59731.2023.10347688.
20. **Lezana P., Ortiz G.** Extended operation of cascade multicell converters under fault condition // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2009. – Vol. 56 (7). – P. 2697–2703. – DOI: 10.1109/TIE.2009.2019771.
21. ANN-based neutral shift technique for fault-tolerant operation of cascaded multilevel converter / L.M. de Oliveira, E.E. dos Santos Filho, G.J. Maia de Sousa, F.L. Marcelo Antunes, E.M. Sá Junior // 2023 IEEE 8th Southern Power Electronics Conference and 17th Brazilian Power Electronics Conference (SPEC/COBEP). – Florianopolis, Brazil, 2023. – P. 1–4. – DOI: 10.1109/SPEC56436.2023.10407721.
22. **Nos O.V., Volkov V.Y., Klan V.A.** Vector control for an AC drive with a multilevel frequency converter based on an H-bridge // Russian Electrical Engineering. – 2019. – Vol. 90. – P. 304–309. – DOI: 10.3103/S1068371219040084.
23. **Carnielutti F., Pinheiro H., Rech C.** Generalized carrier-based modulation strategy for cascaded multilevel converters operating under fault conditions // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2012. – Vol. 59 (2). – P. 679–689. – DOI: 10.1109/TIE.2011.2157289.
24. **Нос О.В.** Методы анализа и синтеза трехфазных систем с активными силовыми фильтрами в гиперкомплексном пространстве: дис. ... д-ра техн. наук. – Новосибирск, 2015. – 385 с.

25. Нос О.В. Анализ различных форм представления кинематических параметров в задачах линейного преобразования трехфазных переменных // Известия вузов. Электромеханика. – 2012. – № 5. – С. 22–28.
26. Канатников А.Н. Линейная алгебра: учебник для вузов / под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 336 с.
27. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. – М.: Добросвет: КДУ, 2007. – 320 с.

ALGORITHM FOR CONTROLLING A MULTILEVEL INVERTER WITH CASCADED H-BRIDGES IN FAULT-TOLERANT OPERATION MODE USING QUATERNIONS

Sidorov G.S.

Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

The article provides a brief review of modern software and hardware methods for maintaining the operational capability of a multilevel frequency converter based on a cascaded H-bridge topology within a high-voltage alternating current electric drive in the event of a fault in the power circuit elements. The primary focus of the work is on an algorithm for the angular shift of the inverter's neutral point, derived from the requirement of equality in the amplitudes of the line voltage vectors, which form an equilateral triangle in the two-dimensional state space. This ensures a symmetrical harmonic variation in the stator currents of the actuator motor. As a practical implementation of this requirement, the use of a modified inverse E. Clarke matrix is proposed, with orthonormalization of its elements based on the Gram-Schmidt method and its subsequent representation in a four-dimensional hypercomplex space as the corresponding direct and inverse quaternion coordinate transformations.

Keywords: multilevel inverter, cascaded H-bridge, fault-tolerant operation, line voltage balancing, quaternions, hypercomplex space, Gram-Schmidt orthogonalization, control algorithm.

DOI: 10.17212/1727-2769-2026-1-31-47

REFERENCES

1. Alqarni Z.A. Design of active fault-tolerant control system for multilevel inverters to achieve greater reliability with improved power quality. *IEEE Access*, 2022, vol. 10, pp. 77791–77801. DOI: 10.1109/ACCESS.2022.3193790.
2. Nos O.V., Abramushkina E.E. The control technique for cascaded H-bridge multilevel converter with faulty cells. *2018 19th International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices (EDM)*, Erlagol, Russia, 2018, pp. 6403–6406. DOI: 10.1109/EDM.2018.8435054.
3. Nabae A., Takahashi I., Akagi H. A new neutral-point-clamped PWM inverter. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 1981, vol. IA-17 (5), pp. 518–523. DOI: 10.1109/TIA.1981.4503992.

4. Meynard T.A., Foch H. Multi-level conversion: high voltage choppers and voltage-source inverters. *PESC '92 Record. 23rd Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference*. Toledo, Spain, 1992, vol. 1, pp. 397–403. DOI: 10.1109/PESC.1992.254717.
5. Hammond P., Aiello M.F. *Multiphase power supply with plural series connected cells and failed cell bypass*. Patent US, no. 5 986 909, 1999.
6. Kazemirova Y., Anuchin A., Aliamkin D., Lashkevich M., Zharkov A., Kovyazin A. Equalization of losses in a multilevel frequency converter in fault condition. *2022 29th International Workshop on Electric Drives: Advances in Power Electronics for Electric Drives (IWED)*, Moscow, Russian Federation, 2022, pp. 1–6. DOI: 10.1109/IWED54598.2022.9722594.
7. Rehman H., Iqbal H., Tariq M., Sarwar A., Sarfraz M., Gupta G.M., Maswood A.I. Fault tolerant operation in multilevel inverter for more electric aircraft. *2022 2nd International Conference on Emerging Frontiers in Electrical and Electronic Technologies (ICEFEET)*, Patna, India, 2022, pp. 1–6. DOI: 10.1109/ICEFEET51821.2022.9848055.
8. Pany S., Karanki S.B. Algorithm for fault-tolerant operation of cascaded h-bridge multilevel inverter. *2021 IEEE 12th Energy Conversion Congress & Exposition – Asia (ECCE-Asia)*. Singapore, 2021, pp. 926–931. DOI: 10.1109/ECCE-Asia49820.2021.9478988.
9. Salimian H., Iman-Eini H. Fault-tolerant operation of three-phase cascaded H-bridge converters using an auxiliary module. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, vol. 64 (2), pp. 1018–1027. DOI: 10.1109/TIE.2016.2613983.
10. Titus J., Patel H., Anurag M.B., Bhawal S., Dey S., Saravanan D., Hatua K., Rao S.E. Online soft restart of a cascaded H-bridge inverter fed induction motor drive after cell faults. *2022 IEEE International Conference on Power Electronics, Smart Grid, and Renewable Energy (PESGRE)*, Trivandrum, India, 2022, pp. 1–6. DOI: 10.1109/PESGRE52268.2022.9715809.
11. Siemens. *Vysokovol'tnye preobrazovateli chastoty. Robicon Perfect Harmony* [Robicon Perfect Harmony high-voltage frequency converters]. Available at: <https://siemens-drives.ru/products/vysokovoltnye-preobrazovateli-chastoty/robicon-perfect-harmony/> (accessed 11.02.2026).
12. Raki A., Neyshabouri Y., Aslanian M., Iman-Eini H. A fault-tolerant strategy for safe operation of cascaded H-bridge multilevel inverter under faulty condition. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2023, vol. 38 (6), pp. 7285–7295. DOI: 10.1109/TPEL.2023.3257278.
13. Hamza H., Song-Manguelle J., Lingom P.M., Nyobe-Yome J.M., Doumbia M.L. A review of fault-tolerant control methods for cascaded H-bridge multilevel inverters. *2023 IEEE 14th International Conference on Power Electronics and Drive Systems (PEDS)*, Montreal, QC, Canada, 2023, pp. 1–7. DOI: 10.1109/PEDS57185.2023.10246759.
14. Aleenejad M., Mahmoudi H., Ahmadi R. Multifault tolerance strategy for three-phase multilevel converters based on a half-wave symmetrical selective harmonic elimination technique. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2017, vol. 32 (10), pp. 7980–7989. DOI: 10.1109/TPEL.2016.2633230.
15. Nos O.V., Dybko M.A., Nos N.I. Algoritmy upravleniya mnogourovnevnyim invertorom napryazheniya s kaskadnym vklyucheniem N-mostov v avariinom rezhime raboty [Control algorithms for a multilevel voltage inverter with cascading

- H-bridges during emergency operation]. *Elektrotehnika = Russian Electrical Engineering*, 2021, no. 12, pp. 37–43. DOI: 10.53891/00135860_2021_12_37. (In Russian).
16. Fathi M., Khajehoddin S.A. A fault compensation scheme for cascaded H-bridge inverter with reduced common mode voltage. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2023, vol. 70 (4), pp. 3257–3267. DOI: 10.1109/TIE.2022.3177798.
 17. Ouni S., Narimani M., Cheng Z., Zargari N.R. A new postfault control method for CHB inverter to increase maximum output voltage. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2020, vol. 56 (5), pp. 5499–5510. DOI: 10.1109/TIA.2020.2997306.
 18. Kim M., Ko Y. A novel fault tolerant control based on overmodulation for three-phase cascaded H-Bridge inverters. *2023 11th International Conference on Power Electronics and ECCE Asia (ICPE 2023 – ECCE Asia)*, Jeju Island, Korea, Republic of, 2023, pp. 1052–1057. DOI: 10.23919/ICPE2023-ECCEAsia54778.2023.10213785.
 19. Nos O.V., Nos N.I. Clarke-park coordinates transformation in the quaternion domain. *2023 IEEE XVI International Scientific and Technical Conference Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE)*, Novosibirsk, Russian Federation, 2023, pp. 420–423. DOI: 10.1109/APEIE59731.2023.10347688.
 20. Lezana P., Ortiz G. Extended operation of cascade multicell converters under fault condition. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, vol. 56 (7), pp. 2697–2703. DOI: 10.1109/TIE.2009.2019771.
 21. De Oliveira L.M., dos Santos Filho E.E., Maia de Sousa G.J., Marcelo Antunes F.L., Sá Junior E.M. ANN-based neutral shift technique for fault-tolerant operation of cascaded multilevel converter. *2023 IEEE 8th Southern Power Electronics Conference and 17th Brazilian Power Electronics Conference (SPEC/COBEP)*, Florianopolis, Brazil, 2023, pp. 1–4. DOI: 10.1109/SPEC56436.2023.10407721.
 22. Nos O.V., Volkov V.Y., Klan V.A. Vector control for an AC drive with a multilevel frequency converter based on an H-bridge. *Russian Electrical Engineering*, 2019, vol. 90, pp. 304–309. DOI: 10.3103/S1068371219040084.
 23. Carnielutti F., Pinheiro H., Rech C. Generalized carrier-based modulation strategy for cascaded multilevel converters operating under fault conditions. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, vol. 59 (2), pp. 679–689. DOI: 10.1109/TIE.2011.2157289.
 24. Nos O.V. *Metody analiza i sinteza trekhfaznykh sistem s aktivnymi silovymi fil'trami v giperkompleksnom prostranstve*. Diss. dokt. tekhn. nauk [Methods of analysis and synthesis of three-phase systems with active power filters in hypercomplex space. Dr. eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2015, 385 p.
 25. Nos O.V. Analiz razlichnykh form predstavleniya kinematicheskikh parametrov v zadachakh lineinogo preobrazovaniya trekhfaznykh peremennykh [Analysis of different forms of representation of kinematic parameters in problems of linear transformation of three-phase variables]. *Izvestiya vuzov. Elektromekhanika = Russian Electromechanics*, 2012, no. 5, pp. 22–28.
 26. Kanatnikov A.N. *Lineinaya algebra* [Linear Algebra]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2006. 336 p.
 27. Gel'fand I.M. *Lektsii po lineinoi algebre* [Lectures on linear algebra]. Moscow, Dobrosvet Publ., KDU Publ., 2007, 320 p.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ



Сидоров Георгий Сергеевич – родился в 1998 году, аспирант кафедры проектирования технологических машин, младший научный сотрудник Центра технологического превосходства НГТУ. Область научных интересов: электропривод и автоматизация промышленных комплексов и систем. Опубликовано 8 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: georgiy@mail.ru).

Sidorov Georgii Sergeevich (b. 1998) – postgraduate student, Dept. of Technological Machine Design, junior research fellow, Center for Technological Excellence, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on electric drive and automation of industrial complexes and systems. He is author of 8 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: georgiy@mail.ru).

Статья поступила 05 февраля 2026 г.

Received February 05, 2026

To Reference:

Sidorov G.S. Algoritm upravleniya mnogourovnevym invertorom s kaskadnym vklyucheniem H-mostov v avariinom rezhime raboty s ispol'zovaniem kvaternionov [Algorithm for controlling a multilevel inverter with cascaded H-bridges in fault-tolerant operation mode using quaternions]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii = Proceedings of the Russian Higher School Academy of Sciences*, 2026, no. 1 (70), pp. 31–47. DOI: 10.17212/1727-2769-2026-1-31-47.