

УДК 621.396.96

**МАЛОТОЧЕЧНАЯ МОДЕЛЬ ПРОТЯЖЕННОГО  
ОТРАЖАЮЩЕГО ОБЪЕКТА****А.В. Киселев, А.В. Никулин, С.В. Тырыкин***Новосибирский государственный технический университет*

Оценены возможности использования двухточечных и трехточечных моделей протяженных отражающих объектов для моделирования шумов координат. В качестве критериев адекватности использованы функция распределения и спектрально-корреляционные характеристики. Получены соотношения, определяющие условия реализуемости двухточечных и трехточечных моделей. Установлено, что известная двухточечная модель с управляемым положением точек имеет крайне ограниченные возможности имитации шумов координат (в первую очередь – по критерию обеспечения требуемых спектров шумов координат). В отличие от нее ранее введенная авторами трехточечная модель позволяет: во-первых, осуществлять независимую установку параметров распределения (математического ожидания положения кажущегося центра излучения и параметра  $\mu$  распределения Стюдента), а во-вторых, не имеет столь жестких ограничений на спектрально-корреляционные шумы координат характеристики замещаемого объекта. Полученные результаты могут быть использованы для синтеза математических моделей, применяемых при цифровом моделировании эхосигналов от распределенных объектов. Их также можно использовать при создании программно-аппаратных комплексов имитации эхосигналов, обеспечивающих испытание радиотехнических устройств. Кроме того, на основе полученных результатов могут быть синтезированы имитаторы электромагнитных полей, отраженных от распределенных объектов (поверхности земли, метеорологических образований, тропосферы и др.).

*Ключевые слова:* геометрическая модель, двухточечная модель, трехточечная модель, протяженный отражающий объект, шумы координат, имитация эхосигналов, полунатурные испытания, кажущийся центр излучения.

DOI: 10.17212/1727-2769-2014-4-79-89

**Введение**

В настоящее время вопросам имитации и моделирования сигналов и помех уделяется повышенное внимание [1–3]. Это связано с получаемой экономической выгодой. Она заключается в сокращении объема дорогостоящих натурных испытаний.

Ключевым вопросом при моделировании является адекватность используемых математических или физико-математических моделей замещаемых объектов.

С точки зрения отражения радиосигналов большинство реальных объектов можно считать распределенными. И если раньше моделированием шумов координат (сокращенно ШК) таких объектов, как правило, пренебрегали, то сейчас, в связи с повышением точностных характеристик радиотехнических измерителей угловых координат, эти шумы необходимо учитывать [4, 5].

Природа возникновения ШК заключается в следующем. Отраженный от распределенного объекта сигнал представляет собой совокупность эхосигналов от большого количества отражающих элементов (точек) этого объекта [4–15]. В результате фазовый фронт отраженной волны будет отличаться от сферического, а в точке приема будут наблюдаться случайные смещения кажущегося центра

---

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 14-07-31329мол\_а.

излучения (КЦИ). Флуктуации положения КЦИ и получили название шумов координат [4, 5].

В качестве критериев адекватности применительно к ШК, как правило, используют их функцию распределения и спектрально-корреляционные характеристики [5–8].

Известно [4, 6], что функция распределения ШК описывается распределением Стьюдента с двумя степенями свободы, выражение для плотности распределения вероятностей (ПРВ) которой имеет вид

$$W(\gamma) = \frac{\mu}{2(1 + \mu^2(\gamma - m_\gamma)^2)^{3/2}}, \quad (1)$$

где  $m_\gamma$  – математическое ожидание положения КЦИ;  $\mu$  – параметр, от которого зависит эффективная «ширина» распределения.

Выражение для корреляционной функции шумов координат [4], [5]:

$$B_\gamma(\tau) = \mu^{-2} \left[ a_1(\tau)a_3(\tau) \cos(\eta_1(\tau) - \eta_3(\tau)) - a_2(\tau)^2 \cos(2(\eta_1(\tau) - \eta_2(\tau))) / a_1(\tau)^2 \times \right. \\ \left. \times \ln \left( 1 / \sqrt{1 - a_1(\tau)^2} \right) + a_2(\tau)^2 \cos(2(\eta_1(\tau) - \eta_2(\tau))) / (1 - a_1(\tau)^2) \right], \quad (2)$$

где

$$a_1(\tau) = \sqrt{r_H(\tau)^2 + s_H(\tau)^2}; \quad a_2(\tau) = \sqrt{r_{BH}(\tau)^2 + s_{BH}(\tau)^2}; \quad a_3(\tau) = \sqrt{r_B(\tau)^2 + s_B(\tau)^2};$$

$$\eta_1(\tau) = \arctg \left( \frac{s_H(\tau)}{r_H(\tau)} \right); \quad \eta_2(\tau) = \arctg \left( \frac{s_{BH}(\tau)}{r_{BH}(\tau)} \right); \quad \eta_3(\tau) = \arctg \left( \frac{s_B(\tau)}{r_B(\tau)} \right);$$

$$r_H(\tau) = \frac{1}{\sigma_H^2} \int F_r(\gamma, \tau) d\gamma;$$

$$s_H(\tau) = \frac{1}{\sigma_H^2} \int F_s(\gamma, \tau) d\gamma;$$

$$r_{BH}(\tau) = \frac{1}{\sigma_B \sigma_H} \int (\gamma - m_\gamma) F_r(\gamma, \tau) d\gamma;$$

$$s_{BH}(\tau) = \frac{1}{\sigma_B \sigma_H} \int (\gamma - m_\gamma) F_s(\gamma, \tau) d\gamma;$$

$$r_B(\tau) = \frac{1}{\sigma_B^2} \int (\gamma - m_\gamma)^2 F_r(\gamma, \tau) d\gamma;$$

$$s_B(\tau) = \frac{1}{\sigma_B^2} \int (\gamma - m_\gamma)^2 F_s(\gamma, \tau) d\gamma;$$

$$\sigma_H^2 = \int F_r(\gamma) d\gamma; \quad \sigma_B^2 = \int (\gamma - m_\gamma)^2 F_r(\gamma) d\gamma,$$

$F_r(\gamma, \tau)$  и  $F_s(\gamma, \tau)$  – функции распределения плотности авто- и взаимной корреляции синфазной и квадратурной составляющих эхосигналов от точек вдоль обобщенной координаты  $\gamma$  [4], они определяют корреляционные свойства флуктуаций эхосигналов от точек, образующих поверхность объекта;  $r_H(\tau), r_B(\tau), r_{BH}(\tau), s_H(\tau), s_B(\tau), s_{BH}(\tau)$  – коэффициенты корреляции, которые зависят от физической структуры объекта, его протяженности и характера движения [4, 5].

Известен способ замещения протяженных объектов двухточечной моделью, представляющей собой два разнесенных в пространстве излучателя [4, 5], к которым подводятся нормальные случайные процессы с заданными спектрально-корреляционными характеристиками. Как показано в [5], выбирая разнос между излучателями и мощности излучаемых сигналов, можно обеспечить замещение объекта с точностью до функции распределения ШК. При этом остается открытым вопрос об их спектрально-корреляционных характеристиках.

Менее известна трехточечная модель, которая позволяет получить требуемую функцию распределения ШК при заданном и неизменном положении точек [5, 6]. Для нее, как и для двухточечной модели, остается открытым вопрос о спектрально-корреляционных характеристиках ШК.

**Цель работы:** оценить возможности двухточечных и трехточечных моделей протяженных отражающих объектов моделировать шумы координат с заданными спектрально-корреляционными характеристиками.

### 1. Постановка задачи

Очевидно, что можно говорить о равенстве спектрально-корреляционных характеристик эхосигналов от объекта и его модели при выполнении условия:

$$B_{\gamma m}(\tau) = B_{\gamma \infty}(\tau). \quad (3)$$

В выражении (3) и в дальнейшем будем параметры, относящиеся к синтезируемой модели, записывать с индексом  $m$ , а параметры распределенного моделируемого объекта – с индексом  $\infty$ .

Что касается спектрально-корреляционных характеристик ШК, то можно заметить, что для адекватного замещения объекта достаточно равенства параметров  $m_\gamma, \sigma_H^2, \mu, r_H(\tau), r_B(\tau), r_{BH}(\tau), s_H(\tau), s_B(\tau), s_{BH}(\tau)$  для модели и объекта.

Таким образом, модель признается адекватной, если выполняется равенство всех одноименных параметров, входящих в выражения для плотности вероятности (1) и корреляционных характеристик флуктуаций мгновенных значений эхосигнала и шумов координат (2) для модели и объекта. Формально эти условия можно записать в виде:

$$\begin{aligned} m_{\gamma m} &= m_{\gamma \infty}; \\ \mu_m &= \mu_\infty; \\ \sigma_{Hm} &= \sigma_{H\infty}; \\ \sum_i R_i(\tau) &= \sigma_{H\infty}^2 r_{H\infty}(\tau); \\ \sum_i S_i(\tau) &= \sigma_{H\infty}^2 s_{H\infty}(\tau); \\ \sum_i (\gamma_i - m_\gamma) R_i(\tau) &= \sigma_{B\infty} \sigma_{H\infty} r_{BH\infty}(\tau); \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned}\sum_i (\gamma_i - m_\nu) S_i(\tau) &= \sigma_{B\infty} \sigma_{H\infty} S_{BH\infty}(\tau); \\ \sum_i (\gamma_i - m_\nu)^2 R_i(\tau) &= \sigma_{B\infty}^2 r_{B\infty}(\tau); \\ \sum_i (\gamma_i - m_\nu)^2 S_i(\tau) &= \sigma_{B\infty}^2 s_{B\infty}(\tau),\end{aligned}$$

где  $R_i(\tau)$  и  $S_i(\tau)$  – собственные и взаимно корреляционные функции квадратур сигналов, поступающих на  $i$ -й излучатель с нормированной координатой  $\gamma_i$ .

Основываясь на сказанном, решаемую задачу можно сформулировать как задачу поиска условий, которым должны удовлетворять  $F_r(\gamma, \tau)$  и  $F_s(\gamma, \tau)$  замещаемого объекта, при выполнении которых он может быть замещен двух- или трехточечной моделью, адекватной по оговоренному критерию.

Формально требуется найти ограничения на  $F_r(\gamma, \tau)$  и  $F_s(\gamma, \tau)$ , при выполнении которых (3) и (4) будут иметь физически реализуемые решения.

## 2. Решение задачи для двухточечной модели

Исходя из условий адекватности, накладываемых (4), для спектрально-корреляционных характеристик двухточечной модели получим:

$$\begin{cases} R_1(\tau) + R_2(\tau) = \sigma_{H\infty}^2 r_{H\infty}(\tau); \\ S_1(\tau) + S_2(\tau) = \sigma_{H\infty}^2 s_{H\infty}(\tau); \\ (\gamma_1 - m_\gamma) R_1(\tau) + (\gamma_2 - m_\gamma) R_2(\tau) = \sigma_{B\infty} \sigma_{H\infty} r_{BH\infty}(\tau); \\ (\gamma_1 - m_\gamma) S_1(\tau) + (\gamma_2 - m_\gamma) S_2(\tau) = \sigma_{B\infty} \sigma_{H\infty} s_{BH\infty}(\tau); \\ (\gamma_1 - m_\gamma)^2 R_1(\tau) + (\gamma_2 - m_\gamma)^2 R_2(\tau) = \sigma_{B\infty}^2 r_{B\infty}(\tau); \\ (\gamma_1 - m_\gamma)^2 S_1(\tau) + (\gamma_2 - m_\gamma)^2 S_2(\tau) = \sigma_{B\infty}^2 s_{B\infty}(\tau), \end{cases} \quad (5)$$

где  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  – координаты точек-излучателей.

Неизвестными функциями являются  $R_1(\tau)$ ,  $R_2(\tau)$ ,  $S_1(\tau)$ ,  $S_2(\tau)$ . Необходимо найти условия, при которых (5) будет иметь решение.

Разобьем систему уравнений (5) на две подсистемы:

$$\begin{cases} R_1(\tau) + R_2(\tau) = \sigma_{H\infty}^2 r_{H\infty}(\tau); \\ (\gamma_1 - m_\gamma) R_1(\tau) + (\gamma_2 - m_\gamma) R_2(\tau) = \sigma_{B\infty} \sigma_{H\infty} r_{BH\infty}(\tau); \\ (\gamma_1 - m_\gamma)^2 R_1(\tau) + (\gamma_2 - m_\gamma)^2 R_2(\tau) = \sigma_{B\infty}^2 r_{B\infty}(\tau). \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} S_1(\tau) + S_2(\tau) = \sigma_{H\infty}^2 s_{H\infty}(\tau); \\ (\gamma_1 - m_\gamma) S_1(\tau) + (\gamma_2 - m_\gamma) S_2(\tau) = \sigma_{B\infty} \sigma_{H\infty} s_{BH\infty}(\tau); \\ (\gamma_1 - m_\gamma)^2 S_1(\tau) + (\gamma_2 - m_\gamma)^2 S_2(\tau) = \sigma_{B\infty}^2 s_{B\infty}(\tau). \end{cases} \quad (7)$$

Используя первую строчку (6), запишем:

$$R_2(\tau) = \sigma_{H\infty}^2 r_{H\infty}(\tau) - R_1(\tau). \quad (8)$$

Подставив (8) во вторую и третью строки (6), получим связь  $R_1(\tau)$  с параметрами, определяющими корреляционные свойства шумов координат моделируемого объекта:

$$R_1(\tau) = \sigma_H (\sigma_{B\infty} r_{BH\infty}(\tau) - \sigma_H \gamma_2 r_{H\infty}(\tau) + m_\gamma \sigma_H r_{H\infty}(\tau)) / (\gamma_2 - \gamma_1). \quad (9)$$

Найдем  $R_1(\tau)$ , используя (8) и третью строчку (6). Приравняв полученный результат (9), после очевидных преобразований получим условие существования решения (6):

$$r_{H\infty}(\tau) + a_r r_{B\infty}(\tau) + b_r r_{BH\infty}(\tau) = 0, \quad (10)$$

где

$$a_r = \frac{\sigma_{B\infty}^2}{\sigma_H^2 (\gamma_2 \gamma_1 - \gamma_2 m_\gamma + m_\gamma^2 - \gamma_1 m_\gamma)}; \quad (11)$$

$$b_r = \frac{\sigma_{B\infty} (2m_\gamma - \gamma_2 - \gamma_1)}{\sigma_H (\gamma_2 \gamma_1 - \gamma_2 m_\gamma + m_\gamma^2 - \gamma_1 m_\gamma)}. \quad (12)$$

Используя полученные результаты (11)–(13), условия существования решения (5) можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} r_{H\infty}(\tau) + a_r r_{B\infty}(\tau) + b_r r_{BH\infty}(\tau) &= 0; \\ s_{H\infty}(\tau) + a_r s_{B\infty}(\tau) + b_r s_{BH\infty}(\tau) &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Двухточечная модель может обеспечить моделирование ШК распределенных объектов только в том случае, если коэффициенты корреляции связаны между собой линейными соотношениями, определяемыми (13).

Для практического использования полученных выражений важно иметь соотношения, позволяющие оценить возможность реализации модели непосредственно по известным отражающим свойствам моделируемого объекта. Эти свойства заданы  $F_r(\gamma, \tau)$  и  $F_s(\gamma, \tau)$ .

Функции  $r_{H\infty}(\tau)$ ,  $r_{B\infty}(\tau)$ ,  $r_{BH\infty}(\tau)$  и  $s_{H\infty}(\tau)$ ,  $s_{B\infty}(\tau)$ ,  $s_{BH\infty}(\tau)$  полностью определяются  $F_r(\gamma, \tau)$  и  $F_s(\gamma, \tau)$ . Используя эту связь, перепишем условие (14):

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sigma_H^2} \int_{\gamma} F_r(\gamma, \tau) d\gamma + a_r \frac{1}{\sigma_B^2} \int_{\gamma} (\gamma - m_\gamma)^2 F_r(\gamma, \tau) d\gamma + \\ + b_r \frac{1}{\sigma_B \sigma_H} \int_{\gamma} (\gamma - m_\gamma) F_r(\gamma, \tau) d\gamma = 0; \\ \frac{1}{\sigma_H^2} \int_{\gamma} F_s(\gamma, \tau) d\gamma + a_r \frac{1}{\sigma_B^2} \int_{\gamma} (\gamma - m_\gamma)^2 F_s(\gamma, \tau) d\gamma + \\ + b_r \frac{1}{\sigma_B \sigma_H} \int_{\gamma} (\gamma - m_\gamma) F_s(\gamma, \tau) d\gamma = 0. \end{aligned}$$

Выполнив преобразования, получим:

$$\int_{\gamma} F_r(\gamma, \tau) \left( \frac{1}{\sigma_H^2} + a_r \frac{1}{\sigma_B^2} (\gamma - m_\gamma)^2 + b_r \frac{1}{\sigma_B \sigma_H} (\gamma - m_\gamma) \right) d\gamma = 0;$$

$$\int_{\gamma} F_s(\gamma, \tau) \left( \frac{1}{\sigma_H^2} + a_r \frac{1}{\sigma_B^2} (\gamma - m_\gamma)^2 + b_r \frac{1}{\sigma_B \sigma_H} (\gamma - m_\gamma) \right) d\gamma = 0. \quad (14)$$

Или, переходя от (14) к использованию спектральных характеристик:

$$G_{H\infty}(\omega) + a_r G_{B\infty}(\omega) + b_r G_{BH\infty}(\omega) = 0;$$

$$H_{H\infty}(\omega) + a_r H_{B\infty}(\omega) + b_r H_{BH\infty}(\omega) = 0, \quad (15)$$

где  $G_{H\infty}, G_{B\infty}, G_{BH\infty}$  и  $H_{H\infty}, H_{B\infty}, H_{BH\infty}$  – соответственно преобразования Фурье функций  $r_{H\infty}(\tau), r_{B\infty}(\tau), r_{BH\infty}(\tau)$  и  $s_{H\infty}(\tau), s_{B\infty}(\tau), s_{BH\infty}(\tau)$ .

Полученные выражения (13) – (15) позволяют, зная свойства моделируемого объекта, определить возможность его замещения двухточечной моделью.

В случае реализуемости модели корреляционные функции сигналов, подводимых к излучателям, будут определяться выражениями (8) и (9).

### 3. Решение задачи для трехточечной модели

Рассмотрим трехточечную модель.

Для адекватного моделирования ШК в этом случае необходимо, чтобы выполнялись следующие соотношения (см. (4)):

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1(\tau) + R_2(\tau) + R_3(\tau) = \sigma_{H\infty}^2 r_{H\infty}(\tau); \\ S_1(\tau) + S_2(\tau) + S_3(\tau) = \sigma_{H\infty}^2 s_{H\infty}(\tau); \\ (\gamma_1 - m_\gamma) R_1(\tau) + (\gamma_2 - m_\gamma) R_2(\tau) + (\gamma_3 - m_\gamma) R_3(\tau) = \sigma_{B\infty} \sigma_{H\infty} r_{BH\infty}(\tau); \\ (\gamma_1 - m_\gamma) S_1(\tau) + (\gamma_2 - m_\gamma) S_2(\tau) + (\gamma_3 - m_\gamma) S_3(\tau) = \sigma_{B\infty} \sigma_{H\infty} s_{BH\infty}(\tau); \\ (\gamma_1 - m_\gamma)^2 R_1(\tau) + (\gamma_2 - m_\gamma)^2 R_2(\tau) + (\gamma_3 - m_\gamma)^2 R_3(\tau) = \sigma_{B\infty}^2 r_{B\infty}(\tau); \\ (\gamma_1 - m_\gamma)^2 S_1(\tau) + (\gamma_2 - m_\gamma)^2 S_2(\tau) + (\gamma_3 - m_\gamma)^2 S_3(\tau) = \sigma_{B\infty}^2 s_{B\infty}(\tau), \end{array} \right.$$

где  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  – координаты излучателей (точек) модели.

После ряда несложных, но громоздких преобразований:

$$R_1(\tau) = \frac{r_B(\tau) \sigma_B^2 + r_H(\tau) \sigma_H^2 (m_\gamma^2 - m_\gamma \gamma_2 - m_\gamma \gamma_3 + \gamma_2 \gamma_3) + r_{BH}(\tau) \sigma_B \sigma_H (2m_\gamma - \gamma_2 - \gamma_3)}{(\gamma_1 - \gamma_2)(\gamma_1 - \gamma_3)};$$

$$R_2(\tau) = \frac{r_B(\tau)\sigma_B^2 + r_H(\tau)\sigma_H^2(m_\gamma^2 - m_\gamma\gamma_1 - m_\gamma\gamma_3 + \gamma_1\gamma_3) + r_{BH}(\tau)\sigma_B\sigma_H(2m_\gamma - \gamma_1 - \gamma_3)}{(\gamma_1 - \gamma_2)(\gamma_2 - \gamma_3)}; \quad (16)$$

$$R_3(\tau) = \frac{r_B(\tau)\sigma_B^2 + r_H(\tau)\sigma_H^2(m_\gamma^2 - m_\gamma\gamma_1 - m_\gamma\gamma_2 + \gamma_1\gamma_2) + r_{BH}(\tau)\sigma_B\sigma_H(2m_\gamma - \gamma_1 - \gamma_2)}{(\gamma_1 - \gamma_3)(\gamma_2 - \gamma_3)};$$

$$S_1(\tau) = \frac{s_B(\tau)\sigma_B^2 + s_H(\tau)\sigma_H^2(m_\gamma^2 - m_\gamma\gamma_2 - m_\gamma\gamma_3 + \gamma_2\gamma_3) + s_{BH}(\tau)\sigma_B\sigma_H(2m_\gamma - \gamma_2 - \gamma_3)}{(\gamma_1 - \gamma_2)(\gamma_1 - \gamma_3)};$$

$$S_2(\tau) = \frac{s_B(\tau)\sigma_B^2 + s_H(\tau)\sigma_H^2(m_\gamma^2 - m_\gamma\gamma_1 - m_\gamma\gamma_3 + \gamma_1\gamma_3) + s_{BH}(\tau)\sigma_B\sigma_H(2m_\gamma - \gamma_1 - \gamma_3)}{(\gamma_1 - \gamma_2)(\gamma_2 - \gamma_3)}; \quad (17)$$

$$S_3(\tau) = \frac{s_B(\tau)\sigma_B^2 + s_H(\tau)\sigma_H^2(m_\gamma^2 - m_\gamma\gamma_1 - m_\gamma\gamma_2 + \gamma_1\gamma_2) + s_{BH}(\tau)\sigma_B\sigma_H(2m_\gamma - \gamma_1 - \gamma_2)}{(\gamma_1 - \gamma_3)(\gamma_2 - \gamma_3)}.$$

Или:

$$R_1(\tau) = \frac{\int_{\gamma} F_r(\gamma, \tau) \left[ (\gamma - m_\gamma)^2 + (\gamma - m_\gamma)(2m_\gamma - \gamma_2 - \gamma_3) + (m_\gamma^2 - m_\gamma\gamma_2 - m_\gamma\gamma_3 + \gamma_2\gamma_3) \right] d\gamma}{(\gamma_1 - \gamma_2)(\gamma_1 - \gamma_3)};$$

$$R_2(\tau) = \frac{\int_{\gamma} F_r(\gamma, \tau) \left[ (\gamma - m_\gamma)^2 + (\gamma - m_\gamma)(2m_\gamma - \gamma_1 - \gamma_3) + (m_\gamma^2 - m_\gamma\gamma_1 - m_\gamma\gamma_3 + \gamma_1\gamma_3) \right] d\gamma}{(\gamma_1 - \gamma_2)(\gamma_2 - \gamma_3)}; \quad (18)$$

$$R_3(\tau) = \frac{\int_{\gamma} F_r(\gamma, \tau) \left[ (\gamma - m_\gamma)^2 + (\gamma - m_\gamma)(2m_\gamma - \gamma_1 - \gamma_2) + (m_\gamma^2 - m_\gamma\gamma_1 - m_\gamma\gamma_2 + \gamma_1\gamma_2) \right] d\gamma}{(\gamma_1 - \gamma_3)(\gamma_2 - \gamma_3)}.$$

$$\begin{aligned}
S_1(\tau) &= \frac{\int_{\gamma} F_s(\gamma, \tau) \left[ \begin{array}{l} (\gamma - m_{\gamma})^2 + (\gamma - m_{\gamma})(2m_{\gamma} - \gamma_2 - \gamma_3) + \\ + (m_{\gamma}^2 - m_{\gamma}\gamma_2 - m_{\gamma}\gamma_3 + \gamma_2\gamma_3) \end{array} \right] d\gamma}{(\gamma_1 - \gamma_2)(\gamma_1 - \gamma_3)}; \\
S_2(\tau) &= \frac{\int_{\gamma} F_s(\gamma, \tau) \left[ \begin{array}{l} (\gamma - m_{\gamma})^2 + (\gamma - m_{\gamma})(2m_{\gamma} - \gamma_1 - \gamma_3) + \\ + (m_{\gamma}^2 - m_{\gamma}\gamma_1 - m_{\gamma}\gamma_3 + \gamma_1\gamma_3) \end{array} \right] d\gamma}{(\gamma_1 - \gamma_2)(\gamma_2 - \gamma_3)}; \\
S_3(\tau) &= \frac{\int_{\gamma} F_s(\gamma, \tau) \left[ \begin{array}{l} (\gamma - m_{\gamma})^2 + (\gamma - m_{\gamma})(2m_{\gamma} - \gamma_1 - \gamma_2) + \\ + (m_{\gamma}^2 - m_{\gamma}\gamma_1 - m_{\gamma}\gamma_2 + \gamma_1\gamma_2) \end{array} \right] d\gamma}{(\gamma_1 - \gamma_3)(\gamma_2 - \gamma_3)}.
\end{aligned} \tag{19}$$

Выражения (16)–(19) позволяют рассчитать корреляционные функции сигналов.

Соотношения (16)–(19) косвенно дают ответы на вопрос о возможности построения модели конкретного объекта. Если реализуемы получаемые с их помощью корреляционные функции, то модель также будет реализуема.

#### 4. Заключение

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

1. Для распределенного объекта возможно построение двухточечной модели, если сигналы удовлетворяют (13),  $F_r(\gamma, \tau)$  и  $F_s(\gamma, \tau)$  связаны (14), или спектральные характеристики удовлетворяют (15). Выражения (13)–(15) важны тем, что накладывают ограничения на свойства моделируемого объекта.

2. Аналогичные условия для трехточечной модели определяются (16)–(19).

3. Полученные результаты могут быть использованы при построении программно-аппаратных комплексов имитации эхосигналов и электромагнитных полей, отраженных распределенными объектами. В этом случае двух- или трехточечная модель будет реализовываться в виде системы из двух или трех излучающих антенн, расположенных в точках с координатами  $\gamma_i$ . К ним должны подводиться сигналы с корреляционными функциями  $R_i(\tau)$  и  $S_i(\tau)$ , удовлетворяющими найденным условиям. Эта система позволит обеспечить адекватное моделирование ШК протяженного объекта по выбранному критерию.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука: пер. с англ. / под ред. Е.К. Масловского. – М.: Мир, 1987. – 418 с.
2. Полунатурное моделирование радиотехнических информационно-измерительных систем комплекса управления летательных аппаратов с использованием имитаторов / В.А. Щаренский, И.П. Процицкий, В.Х. Рисенберг и др. // Проблемы авиационной и космической кибернетики. Интегрированные системы активного управления летательными аппаратами. – М., 1981. – С. 121–131. – (Вопросы кибернетики / АН СССР. Научный совет по комплексной проблеме «Кибернетика»; вып. 67).

3. Справочник по радиолокации: пер. с англ.: в 2 кн.: кн. 1 / под ред. М.И. Сколника; под общ. ред. В.С. Вербы. – М.: Техносфера, 2014. – 672 с.
4. **Островитянов Р.В., Басалов Ф.А.** Статистическая теория радиолокации протяженных целей. – М.: Радио и связь, 1982. – 232 с.
5. **Никулин А.В., Белоруцкий Р.Ю.** Замещение поверхности земли дискретной моделью при имитации радиолокационных эхосигналов от неё // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Системы отображения информации и управления спецтехникой. – 2012. – Вып. 4. – С. 134–144.
6. **Никулин А.В., Степанов М.А.** Замещение распределенного объекта трехточечной геометрической моделью // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Радиолокационная техника (РЛТ). – 2014. – Вып. 2. – С. 77–86.
7. **Сколник М.И.** Справочник по радиолокации: пер. с англ. В 4 т. Т. 1. Основы радиолокации / под общ. ред. К.Н. Трофимова. – М.: Советское радио, 1976. – 456 с.
8. **Леонов А.И., Фомичев К.И.** Моноимпульсная пеленгация. – М.: Советское радио, 1984. – 312 с.
9. **Фельдман Ю.И., Мандуровский И.А.** Теория флуктуаций локационных сигналов, отраженных распределенными целями / под ред. Ю.И. Фельдмана. – М.: Радио и связь, 1988. – 272 с.
10. **Сколник М.И.** Справочник по радиолокации: пер. с англ. В 2 кн. Кн. 2 / под общ. ред. В.С. Вербы. – М.: Техносфера, 2014. – 680 с.
11. **Канащенков А.И., Меркулов В.И.** Радиолокационные системы многофункциональных самолетов. Т. 1. РЛС – информационная основа боевых действий многофункциональных самолетов. Системы и алгоритмы первичной обработки радиолокационных сигналов. – М.: Радиотехника, 2006. – 656 с.
12. **Тихонов В.И.** Статистическая радиотехника. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.
13. **Монаков А.А., Островитянов Р.В., Храменко Г.К.** Оценка положения энергетического центра протяженного объекта по зависимой выборке // Радиотехника. – 1998. – № 1. – С. 25–38.
14. **Борзов А.Б., Сучков В.Б.** Анализ полей рассеяния сложных радиолокационных сцен на основе полигональных моделей // Научно-технические технологии. – 2001. – № 3, т. 2. – С. 13–28.
15. Методы синтеза геометрических моделей сложных радиолокационных объектов / А.Б. Борзов, Э.А. Засовин, А.В. Соколов, В.Б. Сучков // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2003. – Т. 8, № 5. – С. 55–63.

### MODEL OF AN EXTENDED REFLECTING OBJECT CONSISTING OF A SMALL NUMBER OF POINTS

**Kiselev A.V., Nikulin A.V., Tyrykin S.V.**

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

A possibility of using two- and three-point models of extended reflecting object in modeling spectral and correlated characteristics of coordinate noises are shown. Spectral and correlated characteristics as well as the probability distribution function are used as adequacy criteria. Parameters of signals which are put into model radiate points are defined. This makes it possible to carry out adequate modeling. The equations for defining conditions of implementing two- and three-point models are obtained. It is established that the known two-point model with the controlled point position has a limited potential for simulating coordinate noises. Compared to it a three-point model previously introduced by the authors makes it possible first, to set independent distribution parameters (mathematical expectation of an apparent source position and distribution of the Student parameter  $\mu$ ), and second, it does not have such a rigorous limitation on spectral and correlation parameters of replaceable objects. It is possible to use the obtained results for the synthesis of mathematical models used in digital modeling of echoes reflected from distributed objects. They are also applicable for creating program and instrumental complexes for simulating echo signals which are used for testing radio engineering devices. It is possible to synthesize

simulators of electromagnetic fields reflected from distributed objects (earth surface, meteorological objects, troposphere) using the results obtained.

*Keywords:* Geometrical model, two-point model, three-point model, extended reflecting object, coordinate noises, echo signal simulation, semi-natural test, the apparent center of the radiation.

#### REFERENCES

1. Shannon R.E. *System simulation – the art and science*. New Jersey, Prentice Hall, 1975. 387 p. (Russ. ed.: Shennon R.E. *Imitacionnoe modelirovanie sistem – iskusstvo i nauka*. Moscow, Mir Publ., 1987. 418 p.).
2. Shcharenskii V.A., Proshchitskii I.P., Risenberg V.Kh. et al. [Seminatural simulation of radio technical information and measuring systems of the control complex of aircraft using simulators]. *Voprosy kibernetiki. Problemy aviacionnoji kosmicheskoi kibernetiki. Integrirovannye sistemy aktivnogo upravleniya letatel'nymi apparatami*. Sbornik statei Akademii nauk SSSR [Problems of Cybernetics. Problems of Aerospace Cybernetics. Integrated system of active management aircrafts. Collection of articles of the Academy of Sciences of the USSR], Moscow, 1981, iss. 67, pp. 121–131.
3. Skolnik M.I., ed. *Radar handbook*. New York, McGraw-Hill, 2008. 1328 p. (Russ. ed.: Skolnik M.I., Verba V.S., red. *Spravochnik po radiolokatsii*. T. 1. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2014. 672 p.).
4. Ostrovityanov R.V., Basalov F.A. *Statisticheskaya teoriya radiolokatsii protyazhennykh tselei* [Statistical theory of extended objectives radar]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1982. 232 p.
5. Nikulin A.V., Belorutskii R.Yu. Zameshchenie poverkhnosti zemli diskretnoi model'yu pri imitatsii radiolokatsionnykh ekhosignalov ot nee [The substitution of earth surface by a discrete model when imitating echo signals reflected from it]. *Voprosy radioelektroniki. Seriya: Sistemy otobrazheniya informatsii i upravleniya spetstekhnikai – Problems of electronics. Information display systems and control machinery series*, 2012, no. 4, pp. 134–144.
6. Nikulin A.V., Stepanov M.A. Zameshchenie raspredelennogo ob'ekta trekhtochechnoi geometricheskoi model'yu [The substitution of a distributed radar object for a three-point model]. *Voprosy radioelektroniki. Seriya: Radiolokatsionnaya tekhnika (RLT) – Problems of electronics. A radar technology series (RLT)*, 2014, no. 2, pp. 77–86.
7. Skolnik M.I., ed. *Radar handbook*. New York, McGraw-Hill, 1970 (Russ. ed.: Skolnik M.I., Verba V.S., red. *Spravochnik po radiolokatsii*. T. 1. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1976. 456 p.).
8. Leonov A.I., Fomichev K.I. *Monoimpul'snaya pelengatsiya* [Monopulse direction finding]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1984. 312 p.
9. Fel'dman Yu.I., Mandurovskii I.A. *Teoriya fluktuatsii lokatsionnykh signalov, otrazhennykh raspredelennymi tsel'yami* [Theory of fluctuations of radar signals reflected by distributed objects]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1988. 272 p.
10. Skolnik M.I., ed. *Radar handbook*. New York, McGraw-Hill, 2008. 1328 p. (Russ. ed.: Skolnik M.I., Verba V.S., red. *Spravochnik po radiolokatsii*. T. 2. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2014. 680 p.).
11. Kanashchenkov A.I., Merkulov V.I. *Radiolokatsionnye sistemy mnogofunktional'nykh samoletov. T. 1. RLS – informatsionnaya osnova boevykh deistvii mnogofunktional'nykh samoletov. Sistemy i algoritmy pervichnoi obrabotki radiolokatsionnykh signalov* [Radar systems of multipurpose aircraft. Vol. 1. Radar – hostilities information basis of multipurpose aircraft. Systems and algorithms for primary processing of radar signals]. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2006. 656 p.
12. Tikhonov V.I. *Statisticheskaya radiotekhnika* [Statistical radio engineering]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1982. 624 p.
13. Monakov A.A., Ostrovityanov R.V., Khranchenko G.K. Otsenka polozheniya energeticheskogo tsentra protyazhennogo ob'ekta po zavisimoi vyborke [An evaluation of the energy center of an extended object depending on the sample]. *Radiotekhnika – Radioengineering*, 1998, no. 1, pp. 25–38.
14. Borzov A.B., Suchkov V.B. Analiz polei rasseyaniya slozhnykh radiolokatsionnykh stsen na osnove poligonal'nykh modelei [Analysis of the stray fields of complex radar scenes based

on polygonal models]. *Naukoemkie tekhnologii – Science Intensive Technologies*, 2001, no. 3, pp. 13–28.

15. Borzov A.B., Zasovin E.A., Sokolov A.V., Suchkov V.B. Metody sinteza geometricheskikh modelei slozhnykh radiolokatsionnykh ob"ektov [Methods for the synthesis of complex geometric models of radar facilities] *Elektromagnitnye volny i elektronnye sistemy – Electromagnetic Waves and Electronic Systems*, 2003, vol. 8, no. 5, pp. 55–63.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Киселев Алексей Васильевич** – родился в 1958 году, доктор технических наук, профессор Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – имитация радиотехнических сигналов и помех. Имеет более 150 публикаций. E-mail: nil\_rtu@ngs.ru

**Kiselev Alexey Vasilevich** (b. 1958) – D. Sc. (Eng.), professor, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on echo signal simulation. He is author of 150 scientific papers. Email: nil\_rtu@ngs.ru



**Никulin Андрей Викторович** – родился в 1989 году, магистр техники и технологии, аспирант кафедры радиоприемных и радиопередающих устройств Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – имитация радиотехнических сигналов. Имеет более 20 публикаций. E-mail: andreynikulin89@gmail.com

**Nikulin AndreyVictorovich** (b. 1989) – post-graduate student of the radio receiving and transmitting device department, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on echo signal simulation. He is author of 20 scientific papers. Email: andreynikulin89@gmail.com



**Тырыкин Сергей Владимирович** – родился в 1979 году, кандидат технических наук, доцент кафедры радиоприемных и радиопередающих устройств Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – имитация радиотехнических сигналов. Имеет более 30 публикаций. E-mail: tyrykin\_s@mail.ru

**Tyrykin Sergey Vladimirovich** (b. 1979) – C.Sc. (Eng.), assistant professor of the radio receiving and transmitting device department, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on echo signal simulation. He is author of 30 scientific papers. E-mail: tyrykin\_s@mail.ru

*Статья поступила 12 ноября 2014 г.  
Received November 12, 2014*

---

#### To Reference:

Kiselev A.V., Nikulin A.V., Tyrykin S.V. Malotochechnaya model' protyazhennogo otrazhayushchego ob"ekta [Model of an extended reflecting object consisting of a small number of points]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2014, no. 4, pp. 79–89.