ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ
2015 январь–март № 1 (26)
ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 621.314.22.6.045.53

ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ КВАТЕРНИОНА МГНОВЕННОЙ МОЩНОСТИ ТРЕХФАЗНОЙ НАГРУЗКИ ПРОИЗВОЛЬНОГО ВИДА

О.В. Нос
Новосибирский государственный технический университет

В настоящее время к числу наиболее эффективных технических средств реализации принципов энергосбережения, входящих в число приоритетных направлений развития науки, технологий и техники Российской Федерации, относятся активные силовые фильтры, которые предназначены для решения прикладных задач симметрирования фазных токов по мгновенным значениям, подавления высокочастотных гармоник, исключения искажений в гармонической форме сигналов, уменьшения скачков напряжения, демпфирования резонансных явлений и т.д. Алгоритмические принципы формирования компенсационных воздействий на выходе полупроводниковых преобразовательных устройств активной фильтрации, разработанные в начале 80-х годов прошлого века коллективом ученых под руководством профессора H. Akagi, базируются на представлении мгновенной мощности в виде трех независимых компонент, одна из которых задана в форме трехмерного пространственного вектора, что вступает в противоречие с классическими правилами математического описания данной скалярной величины. Вышеуказанный недостаток можно исключить за счет использования алгебры гиперкомплексных чисел, в терминах которой в статье сформулированы общие требования к качественному составу компенсируемых потоков электрической энергии, обусловленных негативным действием параметрической асимметрии и нелинейности цепей нагрузки.

Ключевые слова, трехфазная нагрузка, кватернион мгновенной мощности, гармонический анализ, алгоритм компенсации, активный силовой фильтр.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-1-75-84

Введение

Непрерывное совершенствование технических и эксплуатационных характеристик полупроводниковой элементной базы привело к широкому распространению в составе различного рода электротехнического оборудования силовых преобразовательных устройств, вызывающих в силу дискретного характера работы искажение в мгновенной форме трехфазных сигналов. В настоящее время существует три основных подхода к повышению энергоэффективности нелинейных потребителей данного типа, которые основываются на использовании пассивных корректирующих *RLC*-цепей соответствующего порядка, активных силовых фильтров или их совместной комбинации [1, 2]. В последних двух случаях, за счет преднамеренной генерации в питающую линию специальных компенсационных воздействий, обеспечивается гармонический закон изменения потребляемых от сети токов в совокупности с единичным или опережающим угловым сдвигом вне зависимости от типа несимметричного и /или нелинейного потребителя.

Синтез алгоритмов активной фильтрации базируется на современных теориях активной и реактивной мгновенных мощностей с использованием ортогональных преобразований координат состояния, требующих при практической реализации

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, проект № 1319.

высокопроизводительных программно-аппаратных средств из-за необходимости перемножения векторов и хранения девяти элементов квадратных матриц [3]. Упростить структуру управляющей части силового преобразовательного устройства компенсации за счет снижения количества выполняемых математических операций с одновременным исключением имеющих место недостатков можно при помощи перехода к анализу процессов в четырехмерном гиперкомплексном пространстве $\mathbb{H}$ [4], в рамках которого в статье описаны различные подходы к решению прикладной задачи повышения энергоэффективности трехфазных систем переменного тока.

1. Кватернионный базис

Кватернион представляет собой специальный математический объект, состоящий из одной действительной единицы и трех мнимых единиц $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3$ с вещественными коэффициентами $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ [5],

$$\mathbf{\Lambda} = \lambda_0 \circ 1 + \lambda_1 \circ \mathbf{q}_1 + \lambda_2 \circ \mathbf{q}_2 + \lambda_3 \circ \mathbf{q}_3,$$

для которых постулируются 16 правил умножения

$$1 \circ 1 = 1, \ \ 1 \circ \mathbf{q}_k = \mathbf{q}_k \circ 1 = \mathbf{q}_k, \ \ \mathbf{q}_k \circ \mathbf{q}_l = -\delta_{kl} + \varepsilon_{klm} \circ \mathbf{q}_m, \tag{1}$$

где $\circ$ – символ умножения в алгебре кватернионов; $k, l, m = 1, 2, 3$, – нижний индекс, показывающий порядковый номер мнимой единицы; δ_{kl} – трехмерный символ Кронекера, симметричный по своим индексам $\delta_{kl} = \delta_{lk}$,

$$\delta_{kl} = \begin{cases} 1, & \text{при } k = l, \\ 0, & \text{при } k \neq l; \end{cases}$$

ε_{klm} – антисимметричный по индексам трехмерный символ Леви–Чивиты, который удовлетворяет следующим равенствам:

$$\varepsilon_{123} = \varepsilon_{231} = \varepsilon_{312} = 1, \qquad \varepsilon_{213} = \varepsilon_{321} = \varepsilon_{132} = -1$$

и равен нулю, если два или три индекса равны друг другу.

Множитель перед единицей носит название скалярной (действительной) части кватерниона $\operatorname{scal} \mathbf{\Lambda} = \lambda_0 \circ 1$, а линейная комбинация с мнимыми единицами относится к векторной составляющей

$$\operatorname{vect} \mathbf{\Lambda} = \lambda_1 \circ \mathbf{q}_1 + \lambda_2 \circ \mathbf{q}_2 + \lambda_3 \circ \mathbf{q}_3,$$

причем в данной алгебре при переходе к тригонометрической форме записи также используется понятие модуля

$$|\mathbf{\Lambda}| = \sqrt{\lambda_0^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2}.$$

В силу линейной независимости мнимых единиц $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3$ последние образуют между собой правый ортонормированный базис в четырехмерном гиперкомплексном пространстве [5], в котором напряжения и токи можно представить как [3, 6]

$$\mathbf{X}_{ABC} = x_A \circ \mathbf{q}_1 + x_B \circ \mathbf{q}_2 + x_C \circ \mathbf{q}_3,$$

здесь x_A, x_B, x_C – мгновенные значения трехфазных переменных, в результате чего в соответствии с постулированными правилами (1) уравнение баланса мгновенных мощностей примет следующий вид:

$$\mathbf{P}_{ABC} = \mathbf{U}_{ABC} \circ \mathbf{I}_{ABC} = p_{ABC} \circ 1 + q_A \circ \mathbf{q}_1 + q_B \circ \mathbf{q}_2 + q_C \circ \mathbf{q}_3\,, \tag{2}$$

где p_{ABC}, q_A, q_B, q_C – вещественные коэффициенты, определяемые как

$$p_{ABC} = -u_A i_A - u_B i_B - u_C i_C\,, \tag{3}$$

$$q_A = u_B i_C - u_C i_B\,,\ q_B = u_C i_A - u_A i_C\,,\ q_C = u_A i_B - u_B i_A\,. \tag{4}$$

т. е. скалярная $\operatorname{scal}\mathbf{P}_{ABC}$ и векторная $\operatorname{vect}\mathbf{P}_{ABC}$ части располагаются в отдельных подпространствах H с размерностями 1 и 3 соответственно [3], что в конечном итоге позволяет раскладывать все потоки электрической энергии на действительную и мнимую компоненты.

2. Кватернион мгновенной мощности

Для выделения компенсируемых при помощи активного силового фильтра составляющих $\mathbf{P}_{ABC}$ далее выполним анализ правой части уравнения (2), воспользовавшись разложением произвольных токов нагрузки в ряд Фурье [7]

$$i_j = \sum_{n=1}^{\infty} i_{jn} = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2}\cdot I_{jn} \cos\left(\omega_n t - \varphi_n\right),$$

здесь $j = A, B, C$ – нижний индекс, указывающий на принадлежность переменной к соответствующей фазе; I_{jn} – действующее значение,

с дальнейшим переходом к функции комплексной переменной и представлением каждой гармоники в виде прямой, обратной и нулевой последовательности фаз [8]:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_+ \\ \dot{X}_- \\ \dot{X}_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{X}_A \\ \dot{X}_B \\ \dot{X}_C \end{bmatrix}, \tag{5}$$

где $a = e^{j120^\circ}$ – оператор поворота на угол 120°,
или при обратном переходе

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_A \\ \dot{X}_B \\ \dot{X}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{X}_+ \\ \dot{X}_- \\ \dot{X}_0 \end{bmatrix}.$$

В итоге, при принятии допущения о питании нелинейного потребителя электрической энергии от источника бесконечной мощности с симметричной системой фазных напряжений

$$\begin{cases} u_A = u_m \cos\omega t, \\ u_B = u_m \cos(\omega t - 120^\circ), \\ u_C = u_m \cos(\omega t + 120^\circ), \end{cases} \tag{6}$$

где u_m – амплитуда гармонического сигнала с угловой частотой $\omega = 100\pi$ с$^{-1}$, в которой присутствует только прямая последовательность фаз

$$u_+ = u_m \cos \omega t ,$$

формулы (3), (4) после выполнения необходимых математических операций принимают следующий вид:

– скалярная часть

$$p_{ABC} = -\sum_{n=1}^{\infty} 3U_{1+}I_{n+}\cos(-\varphi_{n+}) - 3U_{1+}I_{1-}\cos\left(2\omega_1 t + \varphi_{1-}\right) -$$

$$-\sum_{n=2}^{\infty} 3U_{1+}I_{n+}\cos\left((\omega_1 - \omega_n)t - \varphi_{n+}\right) - \sum_{n=2}^{\infty} 3U_{1+}I_{n-}\cos\left((\omega_1 + \omega_n)t + \varphi_{n-}\right), \qquad (7)$$

– вещественные коэффициенты мнимой части $\mathrm{vect}\,\mathbf{P}_{ABC}$:

$$q_A = \sqrt{3}U_{1+}I_{1+}\sin\varphi_{1+} - \sqrt{3}U_{1+}I_{10}\sin\varphi_{10} +$$

$$+\sqrt{3}U_{1+}I_{10}\sin\left(2\omega_1 t + \varphi_{10}\right) - \sqrt{3}U_{1+}I_{1-}\sin\left(2\omega_1 t + \varphi_{1-}\right) -$$

$$-\sum_{n=2}^{\infty}\sqrt{3}U_{1+}I_{n+}\sin\left((\omega_1 - \omega_n)t - \varphi_{n+}\right) - \sum_{n=2}^{\infty}\sqrt{3}U_{1+}I_{n-}\sin\left((\omega_1 + \omega_n)t + \varphi_{n-}\right) +$$

$$+\sum_{n=2}^{\infty}\sqrt{3}U_{1+}I_{n0}\sin\left((\omega_1 + \omega_n)t + \varphi_{n0}\right) + \sum_{n=2}^{\infty}\sqrt{3}U_{1+}I_{n0}\sin\left((\omega_1 - \omega_n)t - \varphi_{n0}\right), \qquad (8)$$

$$q_B = \sqrt{3}U_{1+}I_{1+}\sin\varphi_{1+} - \sqrt{3}U_{1+}I_{10}\sin\left(-\varphi_{10} + 60^\circ\right) -$$

$$-\sqrt{3}U_{1+}I_{1-}\sin\left(2\omega_1 t + \varphi_{1-}\right) - \sqrt{3}U_{1+}I_{10}\sin\left(2\omega_1 t + \varphi_{10} + 60^\circ\right) -$$

$$-\sum_{n=2}^{\infty}\sqrt{3}U_{1+}I_{n+}\sin\left((\omega_1 - \omega_n)t - \varphi_{n+}\right) - \sum_{n=2}^{\infty}\sqrt{3}U_{1+}I_{n-}\sin\left((\omega_1 + \omega_n)t + \varphi_{n-}\right) -$$

$$-\sum_{n=2}^{\infty}\sqrt{3}U_{1+}I_{n0}\sin\left((\omega_1 - \omega_n)t - \varphi_{n0} + 60^\circ\right) -$$

$$-\sum_{n=2}^{\infty}\sqrt{3}U_{1+}I_{n0}\sin\left((\omega_1 + \omega_n)t + \varphi_{n0} + 60^\circ\right), \qquad (9)$$

$$q_C = \sqrt{3}U_{1+}I_{1+}\sin\varphi_{1+} + \sqrt{3}U_{1+}I_{10}\sin\left(\varphi_{10} + 60^\circ\right) -$$

$$-\sqrt{3}U_{1+}I_{1-}\sin\left(2\omega_1 t + \varphi_{1-}\right) - \sqrt{3}U_{1+}I_{10}\sin\left(2\omega_1 t + \varphi_{10} - 60^\circ\right) -$$

$$-\sum_{n=2}^{\infty}\sqrt{3}U_{1+}I_{n+}\sin\left((\omega_1 - \omega_n)t - \varphi_{n+}\right) - \sum_{n=2}^{\infty}\sqrt{3}U_{1+}I_{n-}\sin\left((\omega_1 + \omega_n)t + \varphi_{n-}\right) -$$

$$-\sum_{n=2}^{\infty}\sqrt{3}U_{1+}I_{n0}\sin\left((\omega_1-\omega_n)t-\varphi_{n0}-60^\circ\right)-$$

$$-\sum_{n=2}^{\infty}\sqrt{3}U_{1+}I_{n0}\sin\left((\omega_1+\omega_n)t+\varphi_{n0}-60^\circ\right). \qquad (10)$$

При этом также необходимо отметить, что в трехпроводных системах с изолированной средней точкой, в которых отсутствует нулевая последовательность фаз $I_{10}=I_{n0}=0$, вещественные коэффициенты мнимой части $\mathrm{vect}\,\mathbf{P}_{ABC}$ будут равны друг другу:

$$q_A=q_B=q_C=\sqrt{3}U_{1+}I_{1+}\sin\varphi_{1+}-\sqrt{3}U_{1+}I_{1-}\sin\left(2\omega_1 t+\varphi_{1-}\right)-$$

$$-\sum_{n=2}^{\infty}\sqrt{3}U_{1+}I_{n+}\sin\left((\omega_1-\omega_n)t-\varphi_{n+}\right)-\sum_{n=2}^{\infty}\sqrt{3}U_{1+}I_{n-}\sin\left((\omega_1+\omega_n)t+\varphi_{n-}\right),$$

что в конечном итоге позволяет минимизировать вычислительные операции при выработке компенсационных воздействий.

3. Линейная симметричная нагрузка

Воспользовавшись представлением вещественных коэффициентов в виде (7)–(10), далее выполним анализ кватерниона мгновенной мощности при различных законах изменения периодических токов с точки зрения влияния его компонент на процессы передачи, распределения и преобразования электрической энергии. При чисто резистивных цепях с одинаковым параметром r во всех трех фазах, скалярная часть находится как [6]

$$\mathrm{scal}\,\mathbf{P}_{ABC}=-3U_{1+}I_{1+}=-\frac{3}{2}u_m^2 r^{-1},$$

а мнимая отсутствует:

$$q_A=q_B=q_C=0.$$

В свою очередь при симметричной системе гармонических токов с амплитудой i_m и угловым сдвигом φ

$$\begin{cases} i_A=i_m\cos(\omega t+\varphi),\\ i_B=i_m\cos\left(\omega t-120^\circ+\varphi\right),\\ i_C=i_m\cos\left(\omega t+120^\circ+\varphi\right),\end{cases}$$

прямая, обратная и нулевая последовательности фаз в соответствии с матричным равенством (5) будут описываться следующими аналитическими зависимостями:

$$i_+=\frac{1}{3}\left[i_m\cos(\omega t+\varphi)+i_m\cos(\omega t+\varphi)+i_m\cos(\omega t+\varphi)\right]=i_m\cos(\omega t+\varphi),$$

$$i_-=i_0=\frac{1}{3}\left[i_m\cos(\omega t+\varphi)+i_m\cos(\omega t+120^\circ+\varphi)+i_m\cos(\omega t-120^\circ+\varphi)\right]=0,$$

в результате чего получаем

$$p_{ABC} = -3U_{1+}I_{1+}\cos(-\varphi_{1+}) = -\frac{3}{2}u_m i_m \cos\varphi\,, \qquad (11)$$

$$q_A = q_B = q_C = U_{1+}I_{1+}\sin\varphi_{1+} = \frac{\sqrt{3}}{2}u_m i_m \sin\varphi\,, \qquad (12)$$

причем

$$\left|\mathbf{P}_{ABC}\right| = \sqrt{p_{ABC}^2 + q_A^2 + q_B^2 + q_C^2} = \frac{3}{2}u_m i_m\,. \qquad (13)$$

Таким образом, как видно из представленных выше результатов анализа процесса энергопотребления симметричной линейной нагрузки в гиперкомплексном пространстве H, расчетные соотношения (11)–(13) при переходе к действующим значениям полностью совпадают с общепринятыми формулами для определения активной, реактивной и полной мощностей, за исключением знака $\operatorname{scal}\mathbf{P}_{ABC}$, однако при этом не требуют усреднения фазных переменных за период гармонического колебания [6].

4. Линейная несимметричная нагрузка

Влияние параметрической асимметрии активно-реактивных электрических цепей на вещественные коэффициенты $\mathbf{P}_{ABC}$ выполним при отличии тока фазы A от двух других как по амплитуде i_{mA}, так и по угловому сдвигу φ_A [9]. В этом случае соответствующие компоненты линейной комбинации (5) по основной гармонике подчиняются следующим аналитическими зависимостям:

$$i_+ = \frac{1}{3}\left[i_{mA}\cos\left(\omega t + \varphi_A\right) + i_m\cos\omega t + i_m\cos\omega t\right],$$

$$i_- = \frac{1}{3}\left[i_{mA}\cos(\omega t + \varphi_A) + i_m\cos(\omega t + 120^\circ) + i_m\cos(\omega t - 120^\circ)\right],$$

$$i_0 = \frac{1}{3}\left[i_{mA}\cos\left(\omega t + \varphi_A\right) + i_m\cos(\omega t - 120^\circ) + i_m\cos(\omega t + 120^\circ)\right],$$

которые при использовании тригонометрической формулы разложения косинуса и метода дополнительных углов преобразуются к виду

$$i_+ = \frac{1}{3}\left[\left(i_{mA}\cos\varphi_A + 2i_m\right)\cos\omega t - i_{mA}\sin\varphi_A\sin\omega t\right] =$$

$$= \frac{1}{3}\sqrt{\left(3i_m + B\right)^2 + A^2}\cos(\omega t + \varphi_+)\,,$$

$$i_- = i_0 = \frac{1}{3}\left[\left(i_{mA}\cos\varphi_A - i_m\right)\cos\omega t - i_{mA}\sin\varphi_A\sin\omega t\right] =$$

$$= \frac{1}{3}\sqrt{A^2 + B^2}\cos(\omega t + \varphi_-)\,,$$

где A, B – вспомогательные функции, определяемые как

$$A = i_{mA}\sin\varphi_A\,,\;\; B = i_{mA}\cos\varphi_A - i_m\,;$$

φ_+, φ_- – фазовые сдвиги,

$$\varphi_+ = \arccos\frac{3i_m + B}{\sqrt{(3i_m + B)^2 + A^2}} = \arcsin\frac{A}{\sqrt{(3i_m + B)^2 + A^2}}\,,$$

$$\varphi_- = \arccos\frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \arcsin\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \varphi_0 \cdot \sqrt{}$$

Учитывая тот факт, что в линейных электрических цепях с напряжениями вида (6) в вещественных коэффициентах $\mathbf{P}_{ABC}$ будут отсутствовать члены с порядковыми номерами $n \geq 2$, после подстановки в последние равенства соответствующих амплитуд и угловых сдвигов окончательно получаем

$$p_{ABC} = \frac{u_m}{2}\left(-3i_m - B + A\sin 2\omega t - B\cos 2\omega t\right),$$

$$q_B = \frac{u_m}{4}\left(\sqrt{3}A - B + (A - \sqrt{3}B)\sin 2\omega t - (\sqrt{3}A + B)\cos 2\omega t\right),$$

$$q_C = \frac{u_m}{4}\left(\sqrt{3}A + B - (A - \sqrt{3}B)\sin 2\omega t - (\sqrt{3}A - B)\cos 2\omega t\right),$$

причем

$$q_A = u_B i_C - u_C i_B = 0\,.$$

Как видно из последних формул, любое отличие в параметрах нагрузки одной из фаз по отношению к двум другим будет приводить к возникновению периодических колебаний в $\operatorname{scal}\mathbf{P}_{ABC}$ с одновременным появлением векторной составляющей кватерниона мгновенной мощности, причем вещественный коэффициент мнимой части, отвечающий за несимметричный участок, будет равен нулю. На основании этого можно заключить, что $\operatorname{vect}\mathbf{P}_{ABC}$ образуется вследствие отклонения фазных переменных от условия симметрии

$$x_A + x_B + x_C = 0 \tag{14}$$

и отвечает за потоки электрической энергии в единицу времени, которые не потребляются от источника и циркулируют между фазами системы [6, 9, 10]. Данное утверждение также вытекает из однофазного случая, при котором $\operatorname{vect}\mathbf{P}_{ABC} = 0$.

5. Цели компенсации

В соответствии с представленными выше результатами гармонического анализа процесса энергопотребления трехфазной нагрузки произвольного вида в гиперкомплексном пространстве H при питании от источника с симметричной системой напряжений вида (6) можно сформулировать следующие подходы к реализации принципов энергосбережения.

1. Исключение углового сдвига.

При симметричных линейных электрических цепях компенсация $\operatorname{vect}\overline{\mathbf{P}}_{ABC}$ приводит к отсутствию смещения между соответствующими фазными напряжениями и токами.

2. Исключение нулевой последовательности фаз.

В случае полной компенсации $\operatorname{vect}\mathbf{P}_{ABC}$ сумма токов источника по мгновенным значениям будет равна нулю, однако их форма будет существенно отличаться от синусоидального вида.

3. Исключение обратной последовательности фаз.

Данная прикладная задача решается при помощи одновременной компенсации переменных скалярной $\operatorname{scal}\tilde{\mathbf{P}}_{ABC}$ и векторной $\operatorname{vect}\tilde{\mathbf{P}}_{ABC}$ составляющих, в результате чего потребляемые токи примут гармонический вид, но из-за несоблюдения условия (14) в их составе будет присутствовать нулевая составляющая.

4. Исключение обратной и нулевой последовательностей фаз.

Данное требование реализуется при помощи совместной компенсации $\operatorname{scal}\tilde{\mathbf{P}}_{ABC}$ и $\operatorname{vect}\mathbf{P}_{ABC}$, вследствие чего в трехфазной системе имеет место единичный коэффициент мощности в совокупности с гармоническими законом изменения токов вида (6) вне зависимости от конкретного вида электрических цепей потребителя, в том числе и с нелинейными элементами.

Заключение

Таким образом, на основании представленных в данной статье результатов аналитического исследования кватерниона мгновенной мощности можно заключить, что данный подход, в отличие от классических методов расчета линейных электрических цепей переменного тока, позволяет выполнять анализ режимов работы трехфазных систем произвольного вида по мгновенным значениям, а не по среднеквадратичным величинам в установившемся процессе. При этом практическое использование четырехмерных гиперкомплексных чисел позволяет описать процесс энергопотребления в рамках единого математического аппарата без дополнительного привлечения элементов векторной алгебры или матричного исчисления, что в конечном итоге позволяет устранить ряд теоретических противоречий современных теорий мгновенной мощности, вызванных, например, отсутствием строгого определения векторного произведения применительно к матрицам-столбцам [3]. В заключение также необходимо отметить, что представленные в [6, 9, 10, 11] результаты экспериментальных исследований режимов работы активных силовых фильтров с компенсацией различных составляющих кватерниона мгновенной мощности показали их высокую эффективность при практической реализации принципов энергосбережения применительно к трехфазным общепромышленным сетям с несимметричными и/или нелинейными нагрузками.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Akagi H.** Active harmonic filters // Proceedings of the IEEE. – 2005. – Vol. 93, iss. 12. – P. 2128–2141. – doi: 10.1109/JPROC.2005.859603.
2. **Шалыгин К.А., Нос О.В.** Техническая реализация принципов энергосбережения на базе силовых активных фильтров // Труды VIII Международной (XIX Всероссийской) конференции по автоматизированному электроприводу АЭП–2014. – Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2014. – Т. 2. – С. 28–32.
3. **Нос О.В., Панкратов В.В.** Алгоритм управления выходными токами активного силового фильтра с использованием гиперкомплексных чисел // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. – 2012. – № 6. – С. 33–39.
4. **Нос О.В.** Анализ различных форм представления кинематических параметров в задачах линейного преобразования трехфазных переменных // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. – 2012. – № 5. – С. 22–28.
5. **Ефремов А.П.** Кватернионные пространства, системы отсчета и поля. – М.: Изд-во РУДН, 2005. – 373 с.

6. **Нос О.В., Панкратов В.В.** Анализ трехфазных систем компенсации мгновенной неэффективной мощности в кватернионном базисе // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. – 2013. – № 6. – С. 3–8.
7. **Зиновьев Г.С.** Прямые методы расчета энергетических показателей вентильных преобразователей / отв. ред. В.З. Манусов. – Новосибирск: Изд-во НГУ, 1990. – 220 с.
8. **Бессонов Л.А.** Теоретические основы электротехники. – М.: Высшая школа, 1967. – 776 с.
9. **Нос О.В.** Система управления полупроводниковым устройством компенсации кватерниона мгновенной неэффективной мощности // Труды VIII международной (XIX Всероссийской) конференции по автоматизированному электроприводу АЭП–2014. – Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2014. – Т. 1. – С. 229–234.
10. **Nos O.V.** Control strategy of active power filter for ineffective instantaneous power compensation // 15th International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices EDM–2014, Erlagol, Altai, Russia, June 30 – July 4, 2014: proceedings. – Novosibirsk, 2014. – P. 370–374. – doi: 10.1109/EDM.2014.6882550.
11. **Шалыгин К.А., Нос О.В.** Активные силовые фильтры в задачах повышения качества электрической энергии // Научный вестник НГТУ. – 2013. – № 4 (53). – С. 191–201.

HARMONIC ANALYSIS OF THE INSTANTANEOUS POWER QUATERNION OF AN ARBITRARY-TYPE THREE-PHASE LOAD

O. V. Nos

Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation

Currently one of the most effective ways to implement energy saving principles in ac three-phase systems is using active power filters. They are typically designed for power conditioning including the harmonic filtering, load balancing, power factor correction, resonance damping, voltage-flicker reduction, etc. The basic control strategy of the compensation for active power filters was proposed in the early 1980s by Prof. H. Akagi. According to this approach instantaneous power is decomposed into three independent components. One of them is a three-dimensional vector, which leads to a contradiction with the mathematical description of this scalar unit. However using hypercomplex number algebra in terms of which general requirements to the desired state of instantaneous power are formulated allows us to overcome this theoretical disadvantage . In this context it is suggested that compensating actions should consist of inactive components of the ac electrical flows caused by asymmetric or/and nonlinear load circuits.

Keywords: three-phase load, instantaneous power quaternion, harmonic analysis, control strategy of compensation, active power filter.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-1-75-84

REFERENCES

1. Akagi H. Active harmonic filters. *Proceedings of the IEEE*, 2005, vol. 93, iss. 12, pp. 2128–2141. doi: 10.1109/JPROC.2005.859603
2. Shalygin K.A., Nos O.V. [Energy efficiency principles based on active power filters technical implementation]. *Trudy VIII Mezhdunarodnoi (XIX Vserossiiskoi) konferentsii po avtomatizirovannomu elektroprivodu AEP–2014*. T. 2 [Proceedings of the VIII International (XIX All-Russian) conference on the automatic electric drive], Saransk, October, 7–9, 2014, vol. 2, pp. 28–32.
3. Nos O.V., Pankratov V.V. Algoritm upravleniya vykhodnymi tokami aktivnogo silovogo fil'tra s ispol'zovaniem giperkompleksnykh chisel [Control strategy of shunt active power filters by using hypercomplex numbers]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Elektromekhanika – Russian Electromechanics*, 2012, no. 6, pp. 33–39.
4. Nos O.V. Analiz razlichnykh form predstavleniya kinematicheskikh parametrov v zadachakh lineinogo preobrazovaniya trekhfaznykh peremennykh [Analysis of the various descriptions of kinematic values for three-phase linear transformation]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Elektromekhanika – Russian Electromechanics*, 2012, no. 5, pp. 22–28.

5. Efremov A.P. *Kvaternionnye prostranstva, sistemy otscheta i polya* [Quaternionic spaces, reference system and fields]. Moscow, RUDN Publ., 2005. 373 p.
6. Nos O.V., Pankratov V.V. Analiz trekhfaznykh sistem kompensatsii mgnovennoi neeffektivnoi moshchnosti v kvaternionnom bazise [Analysis of three-phase system in quaternion basis for ineffective instantaneous power compensation]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Elektromekhanika – Russian Electromechanics*, 2013, no. 6, pp. 3–8.
7. Zinov'ev G.S. *Pryamye metody rascheta energeticheskikh pokazatelei ventil'nykh preobrazovatelei* [Direct methods for calculating the energy performance of rectifier converters]. Novosibirsk, NGU Publ., 1990. 220 p.
8. Bessonov L.A. *Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki.* [Theory of electrical engineering]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1967. 776 p.
9. Nos O.V. [Control system of semiconductor converter for instantaneous compensation of ineffective power quaternion]. *Trudy VIII Mezhdunarodnoi (XIX Vserossiiskoi) konferentsii po avtomatizirovannomu elektroprivodu AEP–2014.* T. 1 [Proceedings of the VIII International (XIX All-Russian) conference on the automatic electric drive], Saransk, October, 7–9, 2014, vol. 1, pp. 229–234.
10. Nos O.V. Control strategy of active power filter for ineffective instantaneous power compensation. *Procceedings of the 15th International conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices EDM–2014,* Erlagol, Altai, Russia, June 30 – July 4 2014, pp. 370–374. doi: 10.1109/EDM.2014.6882550
11. Shalygin K.A., Nos O.V. Aktivnye silovye fil'try v zadachakh povysheniya kachestva elektricheskoi energii [Active power filters for improvement of power conditioning]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science Bulletin of the Novosibirsk State Technical University*, 2013, no. 4, pp. 191–201.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Нос Олег Викторович – родился в 1972 году, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры проектирования технологических машин Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов связана с решением прикладных задач повышения энергоэффективности трехфазных систем переменного тока. Автор и соавтор более 70 научных и учебно-методических работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: nos@corp.nstu.ru).

Nos Oleg Victorovich (b. 1972) – Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Associate Professor of the Technological Machine Design Department in the Novosibirsk state technical university. His research interests include instantaneous power theories and power quality. He is author and co-author of more than 70 scientific papers and work-books. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation. Email: nos@corp.nstu.ru).

Статья поступила 8 декабря 2014 г.
Received December 8, 2014

To Reference:

Nos O.V. Garmonicheskii analiz kvaterniona mgnovennoi moshchnosti trekhfaznoi nagruzki proizvol'nogo vida [Harmonic analysis of the instantaneous power quaternion of an arbitrary-type three-phase load]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2015, no. 1 (26), pp. 75–84. doi: 10.17212/1727-2769-2015-1-75-84