ДОКЛАДЫ АН ВШ Р<br/>  $\Phi$ 

январь–март

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 536+552

2015

## НЕСТАЦИОНАРНАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА ПРИ СУБЛИМАЦИИ МИНЕРАЛЬНЫХ ПЛЕНОК В ПОТОКЕ ЭНДОГЕННОГО ФЛЮИДА

В.К. Черепанова<sup>1,2</sup>, А.Н. Черепанов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Новосибирский государственный технический университет <sup>2</sup>Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН

В процессе затвердевания магматического расплава, заполняющего интрузивную камеру, находящуюся на некоторой глубине под поверхностью земли или морского дна, возможно развитие флюидопотока, направленного вверх к дневной поверхности. Когда надкритический магматический флюид фильтруется от такого «источника» по порам и трещинам вмещающих пород, ранее отложившиеся на их стенках минералы могут переходить в газовую фазу и захватываться потоком флюида, который будет перемещать их к более высоким горизонтам. В дальнейшем при изменении условий по температуре и давлению во флюидопотоке эти минералы могут вновь осаждаться на стенках трещинных каналов, образуя рудоотложения. В представленной работе предложена нестационарная одномерная физико-математическая модель процесса сублимирования минеральной пленки, находящейся на стенках плоских трещин во вмещающей породе, в поток магматического флюида. Математическая постановка задачи аналогична той, которая была нами ранее использована при описании процесса сублимации твердых металлоорганических прекурсоров, что соответствует первому этапу процесса химического осаждения из паровой (газовой) фазы (СVD-технологии). Процессы сублимации базитовых и ультрабазитовых пород под воздействием магматических флюидов количественно исследованы весьма слабо, а имеющихся данных по теплофизическим и термодинамическим характеристикам таких соединений недостаточно. По этим причинам при расчетах были использованы средние для данного класса веществ значения параметров, соответствующие «разумным» диапазонам, а для численного решения исходная система уравнений была приведена к безразмерному виду. Решение задачи динамики сублимирования пород литосферы в безразмерных величинах дало возможность проанализировать влияние критериев Нуссельта и Шервуда, характеризующих интенсивность конвективного тепломассообмена, на температуру, толщину минеральной пленки, линейную и массовую скорости сублимации. Полученные значения времени полного «растворения» минеральной пленки, расхода и суммарной массы сублимированного вещества, переносимого магматическим флюидом по трещинам вмещающих пород, позволяют оценить масштабы эндогенного рудообразования, обусловленного сублимационным механизмом.

*Ключевые слова*: сублимация, математическая модель, магматический флюид, базитовые породы, эндогенное рудообразование, минеральная пленка, трещиноватые породы.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-1-7-19

## Введение

Процессы сублимирования базитовых и ультрабазитовых пород с образованием открытых полостей, явления частичного плавления и отложения минералов из газовой фазы наиболее активно исследуются в толще литосферы над магматическими очагами [1–4]. Когда надкритический флюид отделяется от затвердевающего магматического расплава и далее фильтруется от своего «источника» вверх по порам и трещинам вмещающих пород, то ранее отложившиеся на их стенках минералы могут переходить в газовую фазу и захватываться потоком флюида,

© 2015 В.К. Черепанова, А.Н. Черепанов

№ 1 (26)

который будет перемещать их к более высоким горизонтам. В дальнейшем при изменении условий по температуре и давлению во флюидопотоке эти минералы могут вновь осаждаться на стенках трещин, образуя рудоотложения.

В этом контексте интерес представляет построение нестационарной математической модели, позволяющей получить количественные оценки процесса тепломассопереноса при сублимации минералов в однородном газовом потоке. Вообще говоря, аналогичный процесс наблюдается при испарении (сублимации) твердых металлорганических прекурсоров, что соответствует первому этапу процесса химического осаждения из паровой (газовой) фазы (CVD-технологии), и их дальнейшей транспортировке в зону осаждения. Поскольку в отношении металлоорганических соединений имеется значительно большее количество фактических данных, нежели в отношении природных систем, предлагаемая модель была ранее успешно протестирована для процесса перехода в газовую фазу прекурсоров в CVD-технологии [5, 6]. Кроме того, качественная реалистичность такого подхода [7] была подтверждена экспериментально при воздействии потоков восстановленных газов на ультрабазитовые породы в проточном реакторе [8]. В представленной работе предложенная ранее модель используется для описания динамики неизотермической сублимации магматических пород и оценки масштабов эндогенного рудообразования, обусловленного сублимационным механизмом.

### 1. Постановка задачи и решение

Рассмотрим процесс сублимации летучего соединения из минеральной пленки на стенках плоских трещин во вмещающей породе в поток фильтрующегося магматического флюида. Будем считать, что трещины имеют форму плоских параллельных щелевых каналов, распределенных однородно в породе. Ширина канала много больше толщины пленки, так что ее изменением в процессе испарения летучего соединения можно пренебречь. Поскольку ожидаемое время полного «растворения» пленки мало по сравнению со временем жизни «источника» флюида, можно рассматривать его только в надкритическом состоянии и считать, что движущийся вдоль трещин флюидопоток имеет постоянные, средние по сечению канала значения скорости  $v_f$  и температуры  $T_f$ . Скорость движения эндогенного флюида  $v_f$  сквозь пористую породу в нашем случае может составлять от  $10^{-4}$  м/с до  $10^{-3}$  м/с, что обеспечивает ламинарный режим течения. В этом случае при выполнении условия  $\text{Pe}_D = \frac{v_f L}{D} \gg 1$ , где  $\text{Pe}_D$  – диффузионное число Пекле, L – характерный размер, D – коэффициент диффузии паров вещества пленки в потоке флюида можно считать, что диффузионный перенос вещества мал по сравне-

ке флюида, можно считать, что диффузионный перенос вещества мал по сравнению с конвективным. Это позволяет не решать отдельно диффузионную задачу и учесть конвективный массообмен на самой поверхности сублимации.

Выберем систему декартовых координат (x, z) с осью x, проходящей через середину щели, и осью z, перпендикулярной ее стенкам. Направление оси x совпадает с направлением потока флюида (рис. 1). В силу принятого допущения об однородности распределения трещин и пленок рассмотрим процесс сублимации в полуячейке канала, образованной плоскостью, проходящей через ось x и через середину слоя вмещающей породы, разделяющего соседние каналы.

Систему уравнений и краевые условия, определяющие процесс сублимации, запишем в виде

$$c_s \rho_s \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_s \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad z_s \le z \le z_k, \tag{1}$$



Рис. 1 – Схема расчетной области:

 $z_s$  – координата фронта сублимации,  $z_k$  – координата контакта пленки и породы,  $z_0$  – координата середины ячейки (l – флюид; 2 – пленка; 3 – вмещающая порода;  $v_f$  – скорость флюидопотока)

## *Fig. 1* – The computational domain:

 $z_s$  - coordinate of sublimation front,  $z_k$  - coordinate of film and rock contact surface,  $z_0$  - cell's middle coordinate (1 - fluid; 2 - film; 3 - enclosing rocks;  $v_f$  - velocity of fluid flow)

$$c_r \rho_r \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_r \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \qquad z_k < z \le z_0, \tag{2}$$

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{z=z_s(t)} = \alpha_s \left(T_f - T_s\right) - \kappa_s \dot{M} , \qquad (3)$$

$$\lambda_s \frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{z_k = 0} = \lambda_r \frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{z_k = 0}, \qquad T\Big|_{z_k = 0} = T\Big|_{z_k = 0}, \qquad (4)$$

$$\lambda_r \frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{z_0} = 0, \qquad (5)$$

$$T\Big|_{t=0} = T_0, \quad z_s\Big|_{t=0} = z_{s0}.$$
 (6)

Здесь T – температура, t – время,  $c_s$ ,  $\rho_s$ ,  $\lambda_s$  – теплоемкость, плотность и теплопроводность вещества пленки,  $c_r$ ,  $\rho_r$ ,  $\lambda_r$  – теплоемкость, плотность и теплопроводность породы,  $z_s(t)$  – координата фронта сублимации,  $z_k$  – координата нижней поверхности пленки,  $z_0$  – координата середины ячейки,  $z_{s0}$  – начальная координата фронта сублимации,  $T_s(t)$  – температура на поверхности сублимации,  $T_0$  – исходная температура пленки,  $\alpha_s$  – коэффициент теплоотдачи от флюида к сублимирующейся поверхности,  $\kappa_s$  – удельная теплота сублимации,  $\dot{M} = \rho_s \dot{z}_s$  – массовая скорость сублимации вещества с единицы площади поверхности, точка означает производную по времени.

Уравнение (3) определяет баланс тепла на поверхности сублимации. Величина  $\alpha_s$  определяется выражением

$$\alpha_s = \frac{\operatorname{Nu}\lambda_f}{4z_{s0}},$$

где  $\lambda_f$  – теплопроводность флюида, Nu – число Нуссельта. Здесь в качестве определяющего размера используется удвоенная ширина плоского канала [9].

К уравнениям (1)–(6) добавим соотношение, описывающее конвективный массообмен между флюидом и пленкой ( $z = z_s$ ):

$$\dot{M} = \beta \mu_s C \,. \tag{7}$$

Здесь  $\beta$  – коэффициент конвективного массообмена,  $\mu_s$  – молярная масса вещества пленки,  $C = \frac{P_s}{RT_s}$  – молярная концентрация паров вещества пленки, связанная с давлением насыщения  $P_s$  и температурой сублимации  $T_s$ . С учетом допущения  $\text{Pe}_D \gg 1$  полагаем, что пары полностью уносятся от поверхности потоком флюида, и их концентрацией в его объеме можно пренебречь. Считая, что в данном случае к парам вещества пленки применимо уравнение состояния идеального газа, из уравнения Клапейрона–Клаузиуса [10] получим следующее выражение:

$$C = \frac{P_T}{RT_s} \exp\left[-\frac{\kappa_{sm}}{R} \left(\frac{1}{T_s} - \frac{1}{T_T}\right)\right],\tag{8}$$

где R – универсальная газовая постоянная,  $P_T$ ,  $T_T$  – давление и температура насыщения паров в тройной точке,  $\kappa_{sm}$  – молярная теплота сублимации ( $\kappa_{sm} = \kappa_s \mu_s$ ).

Подставив (7) с учетом (8) в (3), получим

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{z_s} = \alpha_s \left(T_f - T_s\right) - \kappa_s \beta \mu_s \frac{P_T}{RT_s} \exp\left[-\frac{\kappa_{sm}}{R}\left(\frac{1}{T_s} - \frac{1}{T_T}\right)\right].$$
(9)

Перейдем далее к безразмерным величинам, выбрав в качестве характерных параметров  $T_f$ ,  $\delta_0 = z_k - z_{s0}$ ,  $t_0 = \delta_0^2 / a_s$ , где  $a_s = \lambda_s / (c_s \rho_s)$  – температуропроводность вещества пленки. После преобразований из (1)–(2), (4)–(6) и (9) получим:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2}, \quad H_s \le \xi \le H_k, \tag{10}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \overline{a}_r \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2}, \quad H_k < \xi \le H_0,$$
(11)

$$-\frac{\partial \theta}{\partial \xi}\Big|_{H_s} = \operatorname{Bi}_s(1-\theta_s) - \operatorname{St}\dot{H}_s, \qquad (12)$$

$$\dot{H}_{s} = \frac{A}{\theta_{s}} \exp\left[-\overline{\kappa}_{sm}\left(\frac{1}{\theta_{s}} - \frac{1}{\theta_{T}}\right)\right],\tag{13}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi}\Big|_{H_k = 0} = \overline{\lambda}_r \frac{\partial \theta}{\partial \xi}\Big|_{H_k = 0}, \qquad \theta\Big|_{H_k = 0} = \theta\Big|_{H_k = 0}, \tag{14}$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right|_{H_0} = 0 , \qquad (15)$$

$$\theta \big|_{\tau=0} = \theta_0, \qquad H_s \big|_{\tau=0} = H_{s0}, \qquad (16)$$

где  $\theta = T/T_f$ ,  $\xi = z/\delta_0$ ,  $\tau = t/t_0$ ,  $H_s = z_s/\delta_0$ ,  $H_k = z_k/\delta_0$ ,  $H_0 = z_0/\delta_0$ ,  $\operatorname{Bi}_s = \overline{\delta}_0 \operatorname{Nu}\overline{\lambda}_f$  – число Био,  $\operatorname{St} = \kappa_s/(c_s T_f)$  – число Стефана,  $\overline{\delta}_0 = \delta_0/(4z_{s0})$ ,  $\overline{\kappa}_{sm} = \kappa_{sm}/(RT_f)$ ,  $\overline{a}_r = a_r/a_s$ ,  $\overline{\lambda}_r = \lambda_r/\lambda_s$ ,  $\overline{\lambda}_f = \lambda_f/\lambda_s$ . В формулах (12), (13) и далее точка означает производную по безразмерному времени  $\tau$ ,  $\dot{H}_s = \dot{z}_s \delta_0/a_s$ . Предэкспоненциальный множитель A в формуле (13) имеет следующий вид:

$$A = \operatorname{Sh} \operatorname{Le}\overline{\delta}_0 \overline{\mu}_s \overline{\rho}_f \overline{P}_T$$

Здесь Le =  $D/a_s$  – число Льюиса, Sh =  $4z_{s0}\beta/D$  – число Шервуда,  $\overline{\mu}_s = \mu_s/\mu_f$ ,  $\overline{\rho}_f = \rho_f/\rho_s$ ,  $\overline{P}_T = P_T/P_f$ ,  $P_f = \rho_f RT_f/\mu_f$ ,  $\rho_f$  и  $\mu_f$  – плотность и молярная масса флюида соответственно.

При решении задачи (10) – (16) воспользуемся методом интегрального баланса [11]. Для этого проинтегрируем уравнения (10) и (11) по  $\xi$  от  $H_s$  до  $H_k$  и от  $H_k$  до  $H_0$  соответственно с учетом граничных условий. В результате получим

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \int_{H_s}^{H_k} \theta d\xi + \theta_s \dot{H}_s = \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{H_k - 0} - \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{H_s},$$
$$\frac{\partial}{\partial \tau} \int_{H_k}^{H_0} \theta d\xi = \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{H_0} - \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{H_k + 0}.$$

Введем следующие аппроксимирующие функции для температур в сублимирующейся пленке и во вмещающей породе:

$$\begin{split} \theta &= \theta_s + a_1(\tau) \frac{\xi - H_s}{H_k - H_s} + a_2(\tau) \left( \frac{\xi - H_s}{H_k - H_s} \right)^2, \qquad H_s \leq \xi \leq H_k \;, \\ \theta &= \theta_k + b_1(\tau) \frac{\xi - H_k}{H_0 - H_k} + b_2(\tau) \left( \frac{\xi - H_k}{H_0 - H_k} \right)^2, \qquad H_k < \xi \leq H_0 \;, \end{split}$$

где  $\theta_k$  – безразмерная температура на контакте пленки с породой, коэффициенты  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  определяются из условий баланса тепла на границах (12), (14) и (15).

После соответствующих преобразований получим следующую систему уравнений для определения положения фронта сублимации  $H_s$  и температуры поверхности сублимации  $\theta_s$  и температуры на контакте пленки с породой  $\theta_k$ :

$$\dot{\theta}_{s} = \frac{\frac{6a_{2}}{H_{k} - H_{s}} - \dot{H}_{s} \left( B_{2}(H_{k} - H_{s}) - \theta_{k} + \theta_{s} \right) - \dot{\theta}_{k} (H_{k} - H_{s})}{2(H_{k} - H_{s}) \left( 1 + \frac{B_{1}}{4} (H_{k} - H_{s}) \right)},$$
(17)

$$\dot{\theta}_{k} = \frac{\dot{\theta}_{s} \left( 1 + \frac{B_{1}}{2} (H_{k} - H_{s}) \right) - \frac{3b_{1} \overline{a}_{r} \overline{\lambda}_{r} (H_{k} - H_{s})}{2(H_{0} - H_{k})^{3}} - \dot{H}_{s} \frac{\theta_{k} - \theta_{s}}{H_{k} - H_{s}}}{1 + \frac{3\overline{\lambda}_{r}}{2} \frac{H_{k} - H_{s}}{H_{0} - H_{k}}},$$
(18)

$$\dot{H}_{s} = \frac{A}{\theta_{s}} \exp\left[-\overline{\kappa}_{sm}\left(\frac{1}{\theta_{s}} - \frac{1}{\theta_{T}}\right)\right],$$
(19)

$$\left. \theta_{s} \right|_{\tau=0} = \theta_{s0}, \qquad \left. \theta_{k} \right|_{\tau=0} = \theta_{k0}, \qquad \left. H_{s} \right|_{\tau=0} = H_{s0}.$$
(20)

Здесь

$$B_{1} = \operatorname{Bi}_{s} - \operatorname{St} A \frac{\theta_{s} - \overline{\kappa}_{sm}}{\theta_{s}} \exp\left[-\overline{\kappa}_{sm}\left(\frac{1}{\theta_{s}} - \frac{1}{\theta_{T}}\right)\right],$$

$$B_{2} = \operatorname{Bi}_{s}(1 - \theta_{s}) - \operatorname{St} \frac{A}{\theta_{s}} \exp\left[-\overline{\kappa}_{sm}\left(\frac{1}{\theta_{s}} - \frac{1}{\theta_{T}}\right)\right], \quad a_{2} = \theta_{k} - \theta_{s} + B_{2}(H_{k} - H_{s}),$$

$$b_{1} = \frac{2}{\overline{\lambda}_{r}} \frac{H_{0} - H_{k}}{H_{k} - H_{s}} \left(\theta_{k} - \theta_{s} + \frac{B_{2}}{2}(H_{k} - H_{s})\right).$$

Система дифференциальных уравнений (17) – (19) решалась численно BDFметодом с начальными условиями (20).

### 2. Анализ результатов

К сожалению, процессы сублимации базитовых и ультрабазитовых пород под воздействием магматических флюидов количественно исследованы весьма слабо. Имеющихся данных по теплофизическим и термодинамическим характеристикам таких соединений недостаточно. По этим причинам при расчетах были использованы средние для данного класса веществ значения параметров, соответствующие «разумным» диапазонам:  $a_s = 10^{-7}...10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с,  $\rho_s = 3000$  кг/м<sup>3</sup>,  $v_f = 1,5 \cdot 10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с,  $v_f = 10^{-4}...10^{-3}$  м/с,  $\bar{\kappa}_{sm} = 9,8$ ,  $\bar{\mu}_s = 16$ ,  $\bar{P}_T = 0,02$ ,  $\theta_T = 0,8$ ,  $\bar{\rho}_f = 0,02$ ,  $\bar{\lambda}_f = 0,1$ ,  $\bar{a}_r = 1$ ,  $\bar{\lambda}_r = 1$ , St = 0,2, Le = 0,1. Для числа Нуссельта в предложенной постановке задачи был выбран диапазон значений Nu = 1...3. Исходя из аналогии процессов тепло- и массообмена и считая движение потока флюида в данной задаче близким к течению в плоском канале, можно полагать, что Nu / Sh = Le<sup>0,33</sup> [12]. Тогда для числа Шервуда можно использовать следую-

щее соотношение: Sh  $\approx 2 \rm Nu$ . Численные эксперименты проводились при начальных условиях:  $\delta_0 = 10^{-4}\,$  м,  $z_{s0} = 0,001\,$  м,  $z_0 = 0,002\,$  м,  $\theta_{s0} = 0,4$ ,  $\theta_{k0} = 0,39$ .

Результаты расчетов для некоторых основных динамических параметров приведены на рис. 2–7. В качестве примера рассмотрим два варианта со значениями чисел Нуссельта и Шервуда: Nu = 1,5, Sh = 3, что соответствует малым коэффициентам теплоотдачи и массообмена, Nu = 2,5 и Sh = 5 при более интенсивном тепломассообмене. Счет производился до момента полного испарения (сублимации) пленки.



*Рис.* 2 – Изменение безразмерной толщины пленки со временем:

1 - Nu = 1,5, Sh = 3; 2 - Nu = 2,5, Sh = 5

*Fig.* 2 – Changing the dimensionless film thickness with time:

1 - Nu = 1,5, Sh = 3; 2 - Nu = 2,5, Sh = 5



Рис. 3 – Зависимость времени полного «растворения» минеральной пленки толщиной 0,1 мм от числа Sh

*Fig. 3* – Dependence of complete "dissolution" time of mineral film 0,1 mm thickness on Sh

На рис. 2 можно увидеть, как меняется безразмерная толщина пленки  $\Delta = H_k - H_s$  со временем при различной интенсивности тепло- и массообмена. Общий характер кривых при этом не зависит от чисел Шервуда и Нуссельта, однако длительность процесса сублимации существенно меняется.

Зависимость времени полного «испарения» пленки от интенсивности конвективного тепломассообмена иллюстрирует рис. 3. Увеличение чисел Шервуда и Нуссельта в 3 раза приводит к трехкратному уменьшению времени полного испарения пленки.

Безразмерная массовая скорость сублимации определяется отношением  $\dot{M} = \dot{M} / \dot{M}_0$ , где в качестве характерного масштаба массовой скорости сублимации использована величина  $\dot{M}_0 = \rho_s a_s / \delta_0$ . Выразив массовую скорость  $\dot{M}$  через скорость поверхности сублимации  $\dot{z}_s$ , а ее в свою очередь – через безразмерную скорость поверхности  $\dot{H}_s$ , придем к соотношению  $\dot{M} = \dot{H}_s$ . Следующий график иллюстрирует зависимость (рис. 4) безразмерной скорости движения поверхности сублимации и безразмерной массовой скорости от безразмерной температуры пленки. Кривые, построенные в полулогарифмическом масштабе при двух значениях чисел Нуссельта и Шервуда, являются эквидистантными. Это можно рассматривать как аргумент в пользу критериального описания сублимационных процессов в природных условиях.



сублимации в зависимости от безразмерной температуры:

l - Nu = 1,5, Sh = 3; 2 - Nu = 2,5, Sh = 5

Fig. 4 – Dependence of dimensionless sublimation surface velocity and rate on dimensionless temperature:

1 - Nu = 1.5, Sh = 3; 2 - Nu = 2.5, Sh = 5

Рис. 5 иллюстрирует зависимость скорости движения поверхности сублимации от времени при различных значениях чисел Нуссельта и Шервуда. Сопоставив эти графики с расчетными кривыми, представленными на рис. 2, можно видеть, что на начальном этапе прогрева пленки скорость движения сублимирующейся поверхности увеличивается достаточно медленно, далее скорость растет почти линейно со временем (см. рис. 5), а толщина пленки быстро убывает (см. рис. 2).



*Рис.* 5 – Зависимость скорости движения поверхности сублимации от времени:

$$l - Nu = 1,5$$
,  $Sh = 3; 2 - Nu = 2, 5$ ,  $Sh = 5$ 

Fig. 5 – Time dependence of sublimation surface velocity:

$$l - Nu = 1, 5$$
,  $Sh = 3; 2 - Nu = 2, 5$ ,  $Sh = 5$ 



*Рис.* 6 – Зависимость массовой скорости сублимации от времени:

I - Nu = 1, 5, Sh = 3; 2 - Nu = 2, 5, Sh = 5*Fig.* 6 – Time dependence of mass rate of sublime-

tion:

1 - Nu = 1, 5, Sh = 3; 2 - Nu = 2, 5, Sh = 5

Характер изменения массовой скорости со временем (рис. 6) аналогичен предыдущим зависимостям (рис. 5). При этом зависимость массовой скорости сублимации от числа Шервуда, характеризующего интенсивность конвективного массообмена, имеет линейный характер (см. рис. 7).

Таким образом, количественные оценки времени полного «испарения» пленки газового конденсата и массовой скорости сублимации позволяют определить расход и суммарную массу сублимированного вещества, захватываемого потоком флюида. Построенные по результатам расчетов графики свидетельствует о том,

что на сублимацию существенным образом влияют коэффициенты конвективной теплоотдачи и массообмена. Однако их значения зачастую можно определить только по порядку величины, поэтому использование при моделировании данного процесса безразмерных величин и оценивании влияния различных параметров через критерии представляется наиболее оптимальным методом исследования сублимации в недрах земли.



#### Заключение

Предложена нестационарная модель и алгоритм численно-аналитического решения уравнений конвективного тепломассопереноса при сублимации минералов в однородном флюидопотоке. Решение задачи динамики сублимирования пород литосферы в безразмерных величинах дало возможность проанализировать влияние критериев Нуссельта и Шервуда, характеризующих интенсивность конвективного тепломассообмена, на температуру, толщину пленки газового конденсата, линейную и массовую скорости сублимации. Полученные значения времени полного «растворения» пленки конденсата, расхода и суммарной массы сублимированного вещества, переносимого магматическим флюидом по трещинам вмещающих пород, позволяют оценить масштабы эндогенного рудообразования, обусловленного сублимационным механизмом. Анализ полученных результатов показал, что «геологические» времена протекания процесса сублимации весьма непродолжительны.

### ЛИТЕРАТУРА

- Ащепков И.В. Глубинные ксенолиты Байкальского рифта. Новосибирск: Наука, 1991. 157 с.
- Взаимодействие пород верхней мантии с глубинными флюидами и расплавами в Байкальской рифтовой зоне / Н.Л. Добрецов, И.В. Ащепков, В.А. Симонов, С.М. Жмодик // Геология и геофизика. – 1992. – № 5. – С. 3–21.
- 3. Кутыев Ф.Ш., Шарапов В.Н. Петрогенезис под вулканами. М.: Недра, 1979. 105 с.
- 4. Menzies M.A. Mantle metasomatism / C.J. Hawkesworth, ed. London: Academic Press, 1987. 472 p.

- Квазиодномерная модель тепломассопереноса при сублимации пластины молекулярного кристалла в плоском канале / А.Н. Черепанов, В.П. Шапеев, Л.Г. Семин, В.К. Черепанова, И.К. Игуменов, А.Н. Михеев, Н.В. Гельфонд, Н.Б. Морозова // Прикладная механика и техническая физика. 2003. Т. 44, № 4. С. 109–115. doi: 10.1023/A:1024205325715.
- Черепанова В.К. Математическая модель процесса сублимации металлоорганических соединений в потоке инертного газа // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2011. – № 1 (16). – С. 41–53.
- 7. Модель динамики сублимирования пород литосферы над очагами базитовых расплавов / В.Н. Шарапов, А.Н. Черепанов, В.А. Акимцев, В.К. Черепанова // Доклады Академии наук. 2002. Т. 385, № 4. С. 533–536.
- Геокатализ и эволюция мантийно-коровых магматогенных флюидных систем / В.Н. Шарапов, К.Г. Ионе, В.М. Мысов, М.П. Мазуров, Ю.В. Перепечко. – Новосибирск: ГЕО, 2008. – 192 с.
- 9. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. М.: Энергия, 1973. 319 с.
- 10. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. М.: Высшая школа, 1981. 400 с.
- 11. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы. М.: Наука, 1976. 237 с.
- 12. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. Новосибирск: Наука, 1970. 649 с.

## MODEL OF NONSTATIONARY HEAT AND MASS TRANSFER DURING MINERAL FILMS SUBLIMATION IN ENDOGENOUS FLUID FLOW

# Cherepanova V.K.<sup>1,2</sup>, Cherepanov A.N.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation <sup>2</sup>Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS, Novosibirsk, Russian Federation

The generation of fluid flow upward to the surface is possible during solidification of magmatic melt filling intrusive camera located below the earth's or seabed's surface. When supercritical magmatic fluid filtered from this "source" through pores and cracks of enclosing rocks the minerals previously deposited on the walls can transform to the gas phase and be carried upward by fluid flow. Subsequently as the thermal and pressure conditions of fluid flow change these minerals can again be deposited on the crack's walls to form ore depositions. In the present paper we propose a non-stationary one-dimensional physical and mathematical model for sublimation of mineral film located on the crack's walls in magmatic fluid flow. The mathematical formulation of the problem is similar to the one that was previously used for sublimation of solid metallorganic precursors, which corresponds to the first stage of chemical vapor deposition (CVD). Sublimation processes of basite and ultrabasite rocks under the influence of magmatic fluids quantitatively studied very little and the available data on thermophysical and thermodynamic characteristics of these compounds is not enough. For these reasons the simulations used the average parameter values for this class of substances corresponding to the "reasonable" range and the original equations were reduced to dimensionless form. Solution of this problem with dimensionless variables given the opportunity to analyze influence of Nusselt and Sherwood numbers characterizing the intensity of convective heat and mass transfer on temperature, mineral film thickness, sublimation surface velocity and mass rate. The calculated values of the full-time "dissolution" of mineral film, flow rate and the total mass of sublimated substance carried by magmatic fluids through cracks enclosing rocks allow us to estimate the extent of endogenous ore formation due to sublimation mechanism.

*Keywords*: sublimation, mathematical model, magmatic fluids, basite rocks, endogenous ore formation, mineral film, cracked rocks.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-1-7-19

### REFERENCES

- 1. Ashhepkov I.V. *Glubinnye ksenolity Bajkal'skogo rifta* [Deep xenoliths of the Baikal rift]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1991. 157 p.
- 2. Dobretsov N.L., Ashhepkov I.V., Simonov V.A., Zhmodik S.M. Vzaimodeistvie porod verkhnei mantii s glubinnymi flyuidami i rasplavami v Baikal'skoi riftovoi zone [Interaction of top mantle rocks with deep fluids and liquids in the Baikal rift zone]. *Geologiya i geofizika Russian Geology and Geophysics*, 1992, no. 5, pp. 3–21.
- Kutyev F.Sh., Sharapov V.N. *Petrogenezis pod vulkanami* [Petrogenezis under volcanoes]. Moscow, Nedra Publ., 1979. 105 p.
- 4. Menzies M.A., Hawkesworth C.J., ed. *Mantle metasomatism*. London, Academic Press, 1987. 472 p.
- Cherepanov A.N., Shapeev V.P., Semin L.G., Cherepanova V.K., Igumenov I.K., Mikheev A.N., Gel'fond N.V., Morozova N.B. Kvaziodnomernaya model' teplomassoperenosa pri sublimatsii plastiny molekulyarnogo kristalla v ploskom kanale [Quasi-one-dimensional model of heat and mass transfer during sublimation of a molecular crystal plate in a plane channel]. Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika – Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 2003, vol. 44, iss. 4, pp. 543–548. doi: 10.1023/A:1024205325715
- Cherepanova V.K. Matematicheskaya model' protsessa sublimatsii metalloorganicheskikh soedinenii v potoke inertnogo gaza [Model for convective heat and mass transfer under sublimation of metalorganic compounds]. Doklady Akademii nauk vysshej shkoly Rossijskoj Federacii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences, 2011, no. 1 (16), pp. 41–53.
- Sharapov V.N., Cherepanov A.N., Akimtsev V.A., Cherepanova V.K. Model' dinamiki sublimirovaniya porod litosfery nad ochagami bazitovykh rasplavov [A model of the dynamics of sublimation of lithospheric rocks over basic magma chambers]. *Doklady Akademii nauk – Doklady Earth sciences*, 2002, vol. 385 A, no. 6, pp. 680–683.
- Sharapov V.N., Ione K.G., Mysov V.M., Mazurov M.P., Perepechko Ju.V. *Geokataliz i evolyutsiya mantiino-korovykh magmatogennykh flyuidnykh sistem* [Geocatalysis and evolution of mantle-crustal magmatogene fluid systems]. Novosibirsk, GEO Publ., 2008. 192 p.
- 9. Mikheev M.A., Mikheeva I.M. Osnovy teploperedachi [Heat transfer bases]. Moscow, Energiya Publ., 1973. 319 p.
- Matveev A.N. Molekulyarnaya fizika [Molecular physics]. Moscow, Vysshaja shkola Publ., 1981. 400 p.
- Krylov V.I., Bobkov V.V., Monastyrnyi P.I. Vychislitel'nye metody [Computing methods]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 237 p.
- 12. Kutateladze S.S. *Osnovy teorii teploobmena* [Bases of the theory of heat exchange]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1970. 649 p.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



Черепанова Вера Корнилиевна – родилась в 1969 году, д-р физ.-мат. наук, доцент, профессор кафедры общей физики Новосибирского государственного технического университета, научный сотрудник института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН. Область научных интересов: процессы тепло- и массообмена, фазовые равновесия и превращения, численное моделирование минералообразующих процессов и фазовых превращений минералов. Опубликовано 43 научные работы. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. Email: vera\_cherepanova@mail.ru).

**Cherepanova Vera Kornilievna** (b. 1969) – Doctor of Sciences (Phys.&Math.), Associate Professor in the Novosibirsk State Technical University, reseascher in the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS. Her research interests are currently focused on processes of heat and mass transfer, phase equilibria and transitions, numerical modeling of mineral formation processes and phase transitions of minerals. She is author of 43 scientific papers. (Address: 20, K. Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation. Email: vera\_cherepanova@mail.ru).



Черепанов Анатолий Николаевич – родился в 1938 году, д-р физ.мат. наук, профессор, главный научный сотрудник института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН. Область научных интересов: математическое моделирование в естественных науках, механика технологических процессов, новые конструкционные материалы и покрытия, фазовые равновесия и превращения, газо- и гидродинамика технических и природных систем. Опубликовано 225 научных работ. (Адрес: 630090, Россия, Новосибирск, ул. Институтская, 4/1. Email: ancher@itam.nsc.ru).

**Cherepanov Anatoliy Nikolaevich** (b. 1938) – Doctor of Sciences (Phys.&Math.), Professor, principal reseascher in the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS. His research interests are currently focused on mathematical modeling in natural sciences, mechanics of technological processes, new constructional materials and coverings, phase equilibria and transitions, gaso-and hydrodynamics of technical and natural systems. He is author of 225 scientific papers. (Address: 4/1, Institut-skaya St., Novosibirsk, 630090, Russian Federation. Email: ancher@itam.nsc.ru).

Статья поступила 15 февраля 2015 г. Received February 15, 2015

To Reference:

Cherepanova V.K., Cherepanov A.N. Nestatsionarnaya model' teplomassoperenosa pri sublimatsii mineral'nykh plenok v potoke endogennogo flyuida [Model of nonstationary heat and mass transfer during mineral films sublimation in endogenous fluid flow]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2015, no. 1 (26), pp. 7–19. doi: 10.17212/1727-2769-2015-1-7-19