

УДК 621.391

**МНГОВЫБОРОЧНАЯ РАНГОВАЯ СЕГМЕНТАЦИЯ
ИЗОБРАЖЕНИЙ****Р.В. Подрезов***Новосибирский государственный технический университет*

В данной статье рассматривается задача сегментации изображений в условиях непараметрической априорной неопределенности относительно распределений яркостных классов. Отсчеты изображения предполагаются независимыми. В таких условиях применимы ранговые алгоритмы сегментации, но недостатком таких алгоритмов, оценивающих порог по одной рабочей выборке с фиксированным положением или подбором положения, является значительная чувствительность к взаимному расположению области класса и выборки. В отличие от существующих ранговых методов предлагаемый алгоритм использует критерий максимального правдоподобия, вычисляемого по нескольким выборкам. Также в статье изложен способ эффективного вычисления решающей статистики для предлагаемого метода и метода, использующего подбор положения выборки. Способ заключается в предварительном сопоставлении номера выборки каждому рангу и использовании номера выборки для вычисления приращения логарифмической функции правдоподобия. Работа алгоритма была проверена на моделях изображений с нормальными распределениями классов. Приведены зависимости вероятности ошибки по критерию Котельникова от дисперсии распределений классов, количества наблюдений классов в рабочих выборках и расположения пространственно сгруппированных наблюдений класса относительно выборок. Характеристики подтверждают возможность решения задач сегментации полутонных изображений устойчиво к изменению положения сгруппированных наблюдений.

Ключевые слова: сегментация изображений, максимальное правдоподобие, ранговая статистика.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-2-110-116

Введение

К настоящему времени получили широкое развитие методы, используемые в задачах распознавания объектов на изображениях. Решение подобных задач связано с обработкой большого количества информации системами, реализующими распознавание. Одним из возможных подходов к выделению полезной информации является сегментация изображения, осуществляемая обычно на начальном этапе.

Задачу сегментации изображения во многих случаях приходится решать при отсутствии априорной информации о распределениях яркостных классов. Существует большое разнообразие алгоритмов, эффективно работающих в этих условиях, например, метод окон Парзена–Розенблатта [1, 2] и метод k -ближайших соседей [3]. Также довольно эффективным является алгоритм ранговой сегментации, рассмотренный в [4].

Непараметрический метод сегментации, основанный на теории ранговых критериев и предложенный в [4], использует правдоподобие упорядоченного рангового вектора $\vec{R} = \{R^{(i)}\}_{i=1}^m$ рабочей выборки, взятой из изображения $Q = \{q_i\}_{i=1}^n$

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ, по государственному заданию № 2014/138, проект № 1176.

при условии возможности безошибочного порогового разделения классов по яркости:

$$P(\bar{R} | k, l) = \frac{1}{C_l^k C_{n-l}^{m-k}}. \quad (1)$$

Оценка рангового порога соответствует максимуму правдоподобия [4]:

$$\hat{k} = \arg \min_{k, R^{(k)}} C_{R^{(k)}+1}^k C_{n-R^{(k)}-1}^{m-k}, \quad (2)$$

$$\hat{l} = R^{(k)} + 1, \quad (3)$$

где k – количество наблюдений фона в рабочей выборке; l – количество наблюдений фона на изображении в целом (порог ранговой сегментации); $C_{R^{(k)}+1}^k$ – биномиальный коэффициент; $R^{(k)}$ – k -я порядковая статистика рангов рабочей выборки.

Точность оценивания порога l по одной выборке зависит от способа ее формирования. Такая оценка становится тем точнее, чем ближе реальный состав рабочей выборки к тому составу, в котором выборка включает в себя все точки только одного из классов.

Соответствующая модификация вышеуказанного метода была изложена в [5], где предлагается подбирать положение выборки, формируя несколько рабочих выборок $\bar{Z}_i, i = 1, t$, включающих наблюдения из несовпадающих областей изображения. В качестве оценки принимается решение, удовлетворяющее условию минимизации по всем выборкам отдельно:

$$\hat{k} = k, \min_t \min_k C_{R^{(k)}+1}^k C_{n-R^{(k)}-1}^{m-k}. \quad (4)$$

При этом ранговый порог вычисляется в соответствии с выражением (2).

В данной статье предлагается совместный критерий максимального правдоподобия, вычисляемый по нескольким выборкам.

Описание алгоритма. Пусть имеется изображение $Q = \{q_i\}_{i=1}^n$, состоящее из отсчетов принадлежащих одному из двух классов (класс 0 – Q_0 и класс 1 – Q_1) с неперекрывающимися плотностями распределений, удовлетворяющих условию

$$q_i < q_j, \forall q_i \in Q_0, \forall q_j \in Q_1, i \neq j.$$

Из изображения сформируем $t = n/m$ равных по объему выборок $Z_i = \{z_{ij}\}_{j=1}^m, i = \overline{1, t}$, для которых определены упорядоченные ранговые векторы $\bar{R}_i = \{R^{(j)}\}_{j=1}^m, i = \overline{1, t}$. При этом функция правдоподобия совокупности ранговых векторов будет представлять собой совместную вероятность упорядоченных ранговых векторов:

$$P(\{\bar{R}_i\}_{i=1}^t | \{k_i\}_{i=1}^t, l) = P(\bar{R}_1 | k_1, l) \cdot \prod_{j=2}^t P(\bar{R}_j | \{\bar{R}_i\}_{i=1}^{j-1}, \{k_i\}_{i=1}^j, l). \quad (5)$$

Выражение (5) с учетом (1) примет вид

$$P(\{\bar{R}_i\}_{i=1}^t | \{k_i\}_{i=1}^t, l) = \frac{1}{C_l^{k_1} C_{n-l}^{m-k_1}} \prod_{j=2}^t \frac{1}{C_{l-\sum_{i=1}^{j-1} k_i}^{k_j} C_{n-l-\sum_{i=1}^{j-1} (m-k_i)}^{m-k_j}}, \quad (6)$$

где $k_i = \sum_j \theta(l - R^{(j)})$ – количество наблюдений класса 0 в i -й выборке, $\theta(x) =$

$$= \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ 1, & \text{если } x \geq 0 \end{cases}.$$

Путем сокращений выражение (6) можно привести к виду

$$P(\{\bar{R}_i\}_{i=1}^t | \{k_i\}_{i=1}^t, l) = \frac{1}{\binom{l}{\{k_i\}_{i=1}^t} \binom{n-l}{\{m-k_i\}_{i=1}^t}}, \quad (7)$$

где $\binom{l}{\{k_i\}_{i=1}^t} = \frac{l!}{k_1! k_2! \dots k_t!}$ – мультиномиальный коэффициент, равный числу упорядоченных разбиений l -элементного множества на t подмножеств мощностей k_i . Порог сегментации определяется с помощью выражения, соответствующего максимуму правдоподобия:

$$\hat{l} = \arg \max_l P(\{\bar{R}_i\}_{i=1}^t | \{k_i\}_{i=1}^t, l) = \arg \min_l (-\ln P(\{\bar{R}_i\}_{i=1}^t | \{k_i\}_{i=1}^t, l)). \quad (8)$$

Выражение (7) с учетом (8) можно записать как

$$\hat{l} = \arg \min_l \left(\ln \Gamma(l+1) - \sum_j \ln \Gamma(k_j+1) + \ln \Gamma(n-l+1) - \right. \\ \left. - \sum_j \ln \Gamma(m-k_j+1) \right), \quad (9)$$

где $\ln \Gamma(l+1)$ – логарифм гамма-функции Эйлера.

Заметим, что при простом поиске значения l от 0 до n , при увеличении его на единицу, увеличивается на единицу число наблюдений класса 0 k_i только в выборке, содержащей ранг $R = l$. Это свойство позволяет вычислять статистику (9) без построения вариационного ряда рангов рабочей выборки. Обозначим $L(l) = -\ln P(\{\bar{R}_i\}_{i=1}^t | \{k_i\}_{i=1}^t, l)$, определение порога l можно представить в виде рекуррентного уравнения:

$$L(l) = L(l-1) + \ln(l) - \ln(n-l+1) + \ln(m-k_i^*) - \ln(k_i^*), \quad (10)$$

$$L(0) = L(n) = \ln \Gamma(n+1) - t \ln \Gamma(m+1)$$

где k_i^* – число наблюдений класса 0 в выборке, содержащей ранг $R = l$.

Простой поиск порога можно применить и к методу, использующему подбор положения выборки (4). Так как в этом методе используется построение упорядоченных ранговых векторов, по выборкам перекрывающих все наблюдения, а оценка порога (3) основывается на ранге наблюдения, принадлежащего текущей выборке, то минимизацию по всем выборкам и по k можно заменить на минимизацию по l . Тогда выражения (3), (4) будут эквивалентны следующему выражению:

$$\hat{l} = \arg \min_l C_l^{k_i^*} C_{n-l}^{m-k_i^*}, \quad (11)$$

или с применением логарифмирования

$$\hat{l} = \arg \min_l \left(\ln \Gamma(l+1) - \ln \Gamma(k_i^* + 1) - \ln \Gamma(l - k_i^* + 1) + \right. \\ \left. + \ln \Gamma(n-l+1) - \ln \Gamma(m - k_i^* + 1) - \ln \Gamma(n-l-m + k_i^* + 1) \right). \quad (12)$$

Таким образом, для упрощенного вычисления порога сегментации в соответствии с формулами (10), (12) достаточно каждому отсчету изображения с соответствующим рангом поставить в соответствие номер выборки, в которой этот отсчет находится. Целесообразно данную информацию получать в процессе ранжирования.

Рабочие характеристики алгоритма. Как было упомянуто выше, качество оценивания зависит от взаимного расположения выборок и обнаруживаемого объекта, от чисел фактически входящих и не входящих в выборки наблюдений классов. Поэтому этот факт необходимо учитывать при построении рабочей характеристики алгоритма.

Все указанные рабочие характеристики (рис. 1) построены при моделировании изображением размера 320×240 пикселей ($n = 76800$) и размером выборки 64×48 пикселей ($m = 3072$). Обнаруживаемый на изображении объект имеет прямоугольную форму. Отсчеты объекта могут принимать значения, соответствующие распределению классов 0 либо 1. Распределения классов предполагаются нормальными.

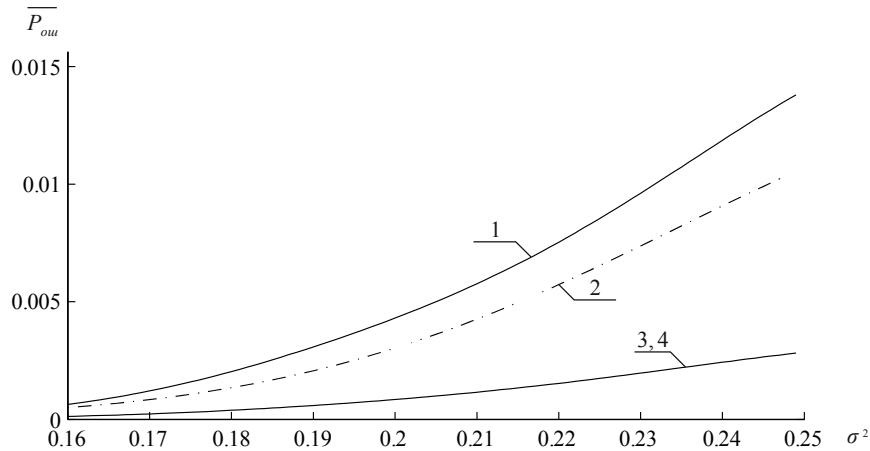


Рис. 1 – Зависимость ошибки (критерий Котельникова) от дисперсии распределений классов:

кривая 1 – область класса 0 размером 80×80 превышает размер выборки, применен метод подбора положения выборки; кривая 2 – то же, с применением совместного критерия; кривая 3 – область класса 0 размером 64×48 совпадает с выборкой; кривая 4 – то же, с применением совместного критерия

Fig. 1 – Graph of an error versus the class-distribution variance:

curve 1 – a class 0 area size of 80×80 exceeds the sample size, the sample location selection method is applied, curve 2 – the same situation with the use of the joint criterion, curve 3 – a class 0 area size of 64×48 coincides with the sample size, the sample location selection method is applied, curve 4 – the same situation with the use of the joint criterion

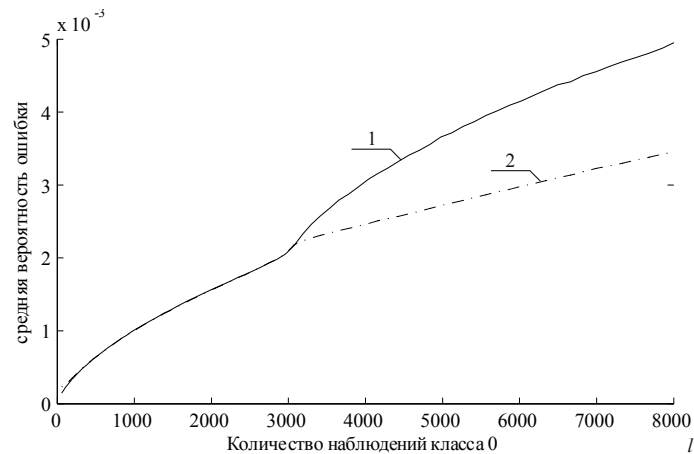


Рис. 2 – Зависимость ошибки от количества наблюдений класса 0 при дисперсии $\sigma^2 = 0,2$:

кривая 1 – метод подбора положения выборки; 2 – совместный критерий. Интервал $l > 3072$ соответствует выходу области класса 0 за границы выборки

Fig. 2 – Graph of an error versus the observation number of class 0 elements with the distribution variance $\sigma^2 = 0,2$:

curve 1 – the sample location selection method; curve 2 – the joint criterion. Interval $l > 3072$ corresponds to the class 0 area overrunning the sample bounds

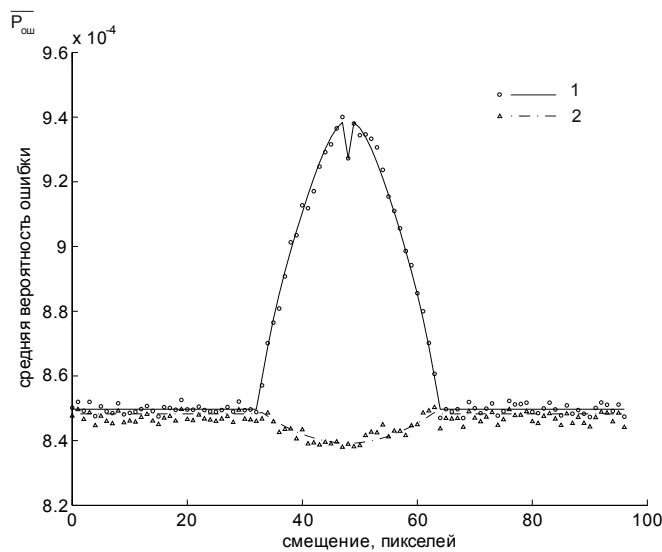


Рис. 3 – Зависимость ошибки от горизонтального смещения области класса 0 (размер области 32×24) при дисперсии $\sigma^2 = 0,2$:

кривая 1 – метод подбора положения выборки; кривая 2 – совместный критерий. Интервал $32 < x < 64$ соответствует выходу области класса 0 за границы выборки

Fig. 3 – Graph of an error versus the class 0 area horizontal offset (the area size is 32×24) with the distribution variance $\sigma^2 = 0,2$:

curve 1 – the sample location selection method; curve 2 – the joint criterion. Interval $32 < x < 64$ corresponds to class 0 area overrunning sample bounds

Выводы

1. Синтезированный многовыборочный алгоритм сегментации полутоновых изображений дает более устойчивые результаты при произвольном пространственном расположении рабочих выборок и обнаруживаемого объекта.

2. Предложен рекуррентный эффективный в вычислительном плане способ вычисления решающей статистики ранговых методов сегментации, не содержащий операцию построения вариационного ряда.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Rosenblatt M.** Remarks on some nonparametric estimates of a density // *The Annals of Mathematical Statistics*. – 1956. – Vol. 27, N 3. – P. 832–837. – doi: 10.1214/aoms/1177728190.
2. **Parzen E.** On estimation of a probability density function and mode // *The Annals of Mathematical Statistics*. – 1962. – Vol. 33, N 3. – P. 1065–1076. – doi: 10.1214/aoms/1177704472.
3. **Cover T.M., Hart P.E.** Nearest neighbor pattern classification // *IEEE Transactions on Information Theory*. – 1967. – Vol. 13, iss. 1. – P. 21–27. – doi: 10.1109/TIT.1967.1053964.
4. **Райфельд М.А.** Ранговое оценивание количества фоновых элементов на бинарных изображениях // *Радиотехника и электроника*. – 1996. – Т. 41, № 4. – С. 472–477.
5. **Райфельд М.А.** Непараметрические методы обнаружения и оценивания сигналов и изображений: дис. ... д-ра техн. наук: 05.13.17 / Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск, 2009. – 367 с.

MULTISAMPLE RANK-BASED IMAGE SEGMENTATION

Podrezov R.V.

Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation

This paper considers the image segmentation task in a prior uncertainty conditions. Image observations are assumed to be independent. The rank-based segmentation algorithms are appropriate under these conditions, but a drawback of estimating the threshold based on a single sample with a fixed position or on adjusting the sample position is high sensitivity to the position of the class area and the sample. In contrast to the existing rank methods the proposed method uses a maximum likelihood criterion which is calculated by multiple samples. An effective algorithm of calculating the decision statistics is proposed. The algorithm is to match each rank to the sample number and to use the sample number for evaluating the log-likelihood function increment. The algorithm was tested on image models with normally distributed classes. Performance characteristics are provided confirming a possibility to solve gray-level image segmentation tasks.

Keywords: image segmentation, maximum likelihood, rank statistic

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-2-110-116

REFERENCES

1. Rosenblatt M. Remarks on some nonparametric estimates of a density function. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1956, vol. 27, no. 3, pp. 832–837. doi: 10.1214/aoms/1177728190
2. Parzen E. On estimation of a probability density function and mode. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1962, vol. 33, no. 3, pp. 1065–1076. doi: 10.1214/aoms/1177704472
3. Cover T.M., Hart P.E. Nearest neighbor pattern classification. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1967, vol. 13, iss. 1, pp. 21–27. doi: 10.1109/TIT.1967.1053964
4. Raifel'd M.A. Rangovoe otsenivanie kolichestva fonovykh elementov na binarnykh izobrazheniyakh [Rank estimation of the background-pixel number in binary images]. *Radiotekhnika i elektronika – Journal of Communications Technology and Electronics*, 1996, vol. 41, no. 4, pp. 472–477. (In Russian)
5. Raifel'd M.A. *Neparametricheskie metody obnaruzheniya i otsenivaniya signalov i izobrazhenii*. Diss. dokt. tekhn. nauk [Nonparametric detection and estimation methods of signal and images. Dr. eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2009. 362 p.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



Подрезов Роман Владимирович – родился в 1987 году, аспирант кафедры теоретических основ радиотехники Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: статистические методы в цифровой обработке изображений. Опубликовано 4 научные работы. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: podrezov-r.v@mail.ru).

Podrezov Roman Vladimirovich (b. 1987) – a postgraduate student at the Theoretical Fundamentals of Radio Engineering Department in the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on statistical methods in digital image processing. He is author of 4 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation. Email: podrezov-r.v@mail.ru).

*Статья поступила 31 марта 2015 г.
Received March 31, 2015*

To Reference:

Podrezov R.V. Mnogovyborochnaya rangovaya segmentatsiya izobrazhenii [Multisample rank-based image segmentation]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2015, no. 2 (27), pp. 110–116. doi: 10.17212/1727-2769-2015-2-110-116